

## 압축성 마이크로 유동에 관한 기초 연구

김재형\*·정미선\*·김희동\*·박경암\*\*

### A Fundamental Study of Compressible Micro Flows

Jae Hyung Kim\* · Mi Seon Jeong\* · Heuy Dong Kim\* and Kyung Am Park\*\*

**Keywords :** Compressible Flow(압축성 유동), Choke(초크), Fanno Flow(판노 유동), Discharge Coefficient(유출 계수)  
Micro Flow(마이크로 유동)

#### Abstract

Recently the micro flows have been received much attention in the applications with regard to Micro Electro Mechanical Systems(MEMS). Such flows are governed by relatively large viscous forces, compared with inertia force, and frequently specified by slip wall boundary conditions. In the present study, computations are applied to investigate the compressible viscous flows through an extremely small channel, and theoretical analyses are conducted using the Fanno flow theory. The axisymmetric, compressible, Navier-Stokes equations are numerically solved by a fully implicit finite implicit method. The predicted results are validated with previous experimental data available. The results obtained show that for small Reynolds numbers, the viscous frictional force significantly influences the compressible micro channel flows.

#### 1. 서론

최근에 MEMS(Micro Electro Mechanical Systems)기술은 기계-전자 복합시스템의 집적화 혹은 극소화를 이룬 것으로 많은 주목을 받고 있다. 특히, MEMS를 이용한 유동제어는 초소형 유량센서, 초소형 노즐, 마이크로 가스터빈, 마이크로 로켓엔진 등에서 많은 각광을 받고 있다<sup>[1]</sup>. MEMS기술에 사용되는 미세 유로는 초소형 유체 시스템에는 필수적인 것으로서, 기존의 유로와는 다르게 미세 유로내의 유동에서는 표면 장력과 유체의 점성력이 관성력에 비해 상당히 크게 작용한다.

작동유체가 유로를 통해 이동할 때, 유체의 물성치는 여러 요인들에 의해 영향을 받는다. 특히, 비압축성 유동과는 달리 압축성 유동에서는 유로의 단면적의 변화, 마찰, 그리고 열전달 등에 의해 유동 속도의 변화를 초래하며, 이는 모든 유체 물성치들의 변화를 가져온다. 예를들어, 일정한 단면적의 덕트를 지나는 비압축성 유동의 경우에는 벽면 마찰 손실은 단지 유동방향으로의 압력손실로만 이어지지만, 압축성 유동의 경우에는 유동장의 모든 변수들에 영향을 미친다.

실제로 관내를 지나는 유동은 유체의 점성에 의한 벽면 마찰과 외부와의 열전달이 복합적으로 작용한다. 1차원 기체 역학 이론에 의하면, 전자의 유동은 판노 유동(Fanno flow), 후자의 유동은 레일리 유동(Rayleigh flow)이라고 일컬어 진다<sup>[2]</sup>. 일반적으로 노즐이나 길이가 짧은 덕트를 통한 기체 유동은 점성의 효과가 무시될 수 있지만, 덕트의 길이가 긴 경우에는 점성효과에 의한 유체의 벽면과의 마찰이 유동의 지배적인 요인으로 작용하므로 무시할 수 없다. 이러한 긴 유로를 통한 기체 유동은 판노 유동으로 예측이 가능하다. 1차원 기체 역학

이론식에 의하면, 유로의 길이가 충분히 긴 경우, 유로의 끝단에서 유동은 초크(choke)하게 된다. 이때의 초크현상은 유로의 길이와 비열비, 그리고 유동의 레이놀즈수와 표면 거칠기에 의해 결정되는 마찰계수 등으로 표현될 수 있다. 유동은 유로의 형상과 노즐 상류조건에 의해서 출구의 상태량이 결정되며, 기체의 유속은 음속을 넘을 수 없다. 즉, 유동은 엔트로피의 극대값으로 항상 가려는 성질로 인해, 유로입구의 유입 속도가 아음속이든 초음속이든 상관없이, 유로의 길이가 충분히 길 경우에는 노즐 끝단에서 항상 초크한다. 유동이 초크한 이후에는 유로의 길이가 더 길어지더라도 유동은 출구에서 항상 유속이 음속과 같기 때문에 결과적으로, 유로 전반에 걸친 변화가 발생하게 된다.

일정한 단면적을 가지는 덕트를 지나는 압축성 기체유동 현상은 산업적, 공업적으로 여러분야에서 중요시되고 있다. 예를 들면, 각종 플랜트 설비, 항공기의 추진 엔진, 고진공 기술, 배관계를 통한 기체의 이송 등 여러분야에서 고속 내부유동문제의 해석은 중요한 과제이다. 특히, 최근에는 MEMS기술의 발달로 인해 덕트, 노즐과 같은 각종 기계요소의 초소형화를 지향하는 추세이며, 이러한 초소형 미세유로를 통과할 때 발생하는 유동현상의 해석 또한 중요한 과제로 대두되고 있다. 그러나, 현재까지 초소형 미소유로에서 발생하는 유동현상 및 질량유량의 계측에 대한 연구는 상당히 미흡한 실정이며, 이것에 대한 충분한 이해와 체계적인 연구가 필요하다.

본 연구에서는 축대칭, 압축성 Navier-Stokes 방정식을 사용하여, 단면적이 일정한 초소형 덕트에서 발생하는 유동장의 상세정보를 조사하였다. 본 수치해석에서 얻어진 결과들은 이전의 유용한 실험결과와 비교하였으며, 미소채널의 유동장을 모사하기 위해 가장 적합한 난류모델을 조사하였다.

\* 안동대학교 기계공학부, kimhd@andong.ac.kr

\*\* 한국 표준과학연구원, kapark@kriss.re.kr

## 2. 수치해석법

본 연구에서는 미소관을 통한 기체유동을 수치적으로 모사하기 위하여, 축대칭, 압축성 Navier-stokes 방정식에 유한 체적법을 적용하였다. 공간 미분항의 적분에는 2차 정도의 upwind scheme을 사용하였으며, 시간 미분항의 적분에는 다단계 Runge-Kutta 방법을 적용하였다. 마이크로 유동의 경우, 노즐 벽면 부근의 격자배치, 난류모델, 벽면부근의 수치격자 등 수치적으로 많은 곤란한 점들이 있다. 따라서 본 연구에서는 표준 k-ε 난류모델과 RNG k-ε 난류모델을 적용하여, 마이크로 유동을 좀더 정확하게 예측할 수 있는 난류모델을 조사하였다.

Fig. 1은 본 연구에 사용된 수치계산 영역을 나타낸다. 기체는 공급 정체실에서 직경  $D = 0.21, 0.3, 0.4\text{mm}$ 인 직관을 통해 다른 정체실로 유출된다. 이때, 직관의 길이는  $L = 10, 20, 50\text{mm}$ 로 변화시켜 계산을 수행하였으며, 직관의 입구에서 질량 유량의 손실을 방지하기 위해, 입구벽면을 곡률반경  $2D$ 로 곡면처리하였으며, 기체는 길이  $L$ 인 직관을 통해 유출된다. 수치계산에 사용된 공급 정체실의 길이는  $18.5D$ 이며, 유출 정체실의 길이는  $40D$ 이다. 양쪽 정체실의 높이는  $20D$ 로 동일하다. 경계조건으로는 공급 정체실에 유입조건으로 pressure inlet, 유출 정체실에는 유출조건으로 pressure outlet를 설정하였으며, 노즐 벽면은 단열 no-slip조건을 적용하였다. 수치계산은 미소관의 상류압력을 고정하고 하류압력을 변화시킨 경우와 반대로 하류압력은 고정시키고 상류압력을 변화시킨 경우에 대해서 수행하였으며, 작동기체는 공기를 사용하였다. 전자의 경우에는 공급 정체실의 전압  $p_{01} = 590\text{MPa}$ 로 일정하게 유지시키고, 하류의 유출정체실의 전압을 변화시켰다. 후자의 경우에는  $p_{02} = 101.3\text{kPa}$ 로 고정하여 상류의 전압을 변화시켰다. 전온도는  $T_0 = 278\text{K}$ 로 두 가지 경우 모두 상·하류에 동일한 값을 적용하였다.

Fig. 2는 본 수치계산에 적용된 격자계를 나타낸다. 격자수는 대략 40,000개 정도이며, 유체의 점성력이 지배적인 노즐 벽면과 유체의 입·출구에 격자점을 집중시켰다. 미소관의 입·출구부분의 격자배치는 Fig. 2(a),(b)에서 상세하게 나타내었다.

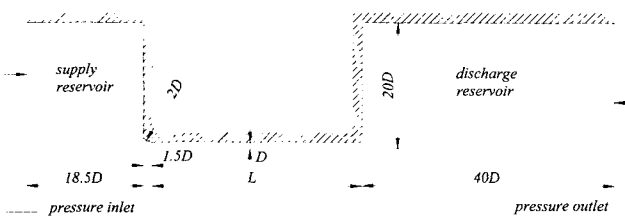


Fig. 1 Schematic diagram of a micro channel

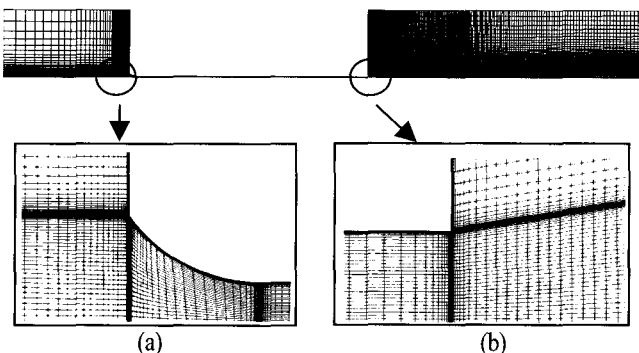


Fig. 2 computational grid system

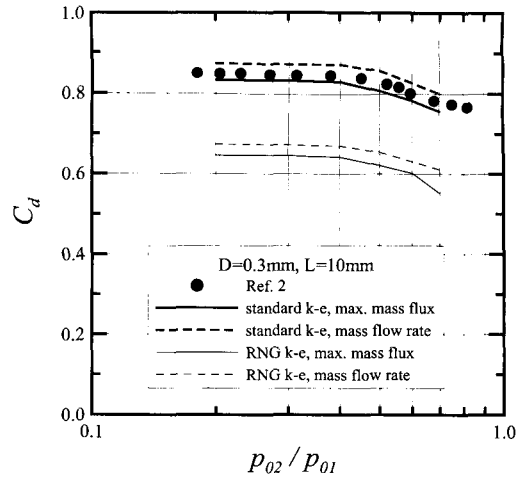


Fig. 3 Effect on the discharge coefficient of turbulent model ( $D=0.3\text{mm}, L=10\text{mm}$ )

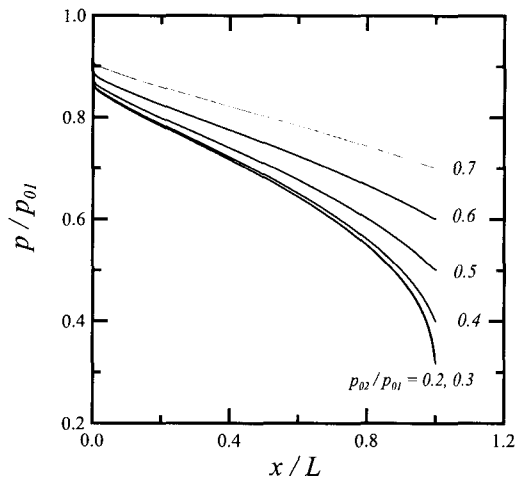


Fig. 4 Static pressure distributions along the axis ( $D=0.3\text{mm}, L=10\text{mm}$ )

본 연구에서 미소관을 통한 질량유량의 유출계수는 다음과 같이 정의된다.

$$C_d = \frac{m_{act}}{m_{th}} \quad (1)$$

여기에서  $m_{act}$ 는 미소관에서 유출되는 실제 유량이며,  $m_{th}$ 는 1차원 등엔트로피 이론에 의해 구해진 이론 유량이다. 이론유량은 유동이 초크한 경우와 초크하지 않은 경우에 대해서 각각 다르게 표현된다. 먼저 유동이 초크한 경우의 이론유량은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$m_{th} = \frac{p_{01} A_e}{\sqrt{RT_{01}}} \sqrt{\gamma \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad (2)$$

여기에서  $A_e$ 는 출구의 단면적,  $R$ 는 기체상수,  $\gamma$ 는 기체의 비열비를 나타낸다. 식 (2)는 상류의 전상태량과 미소관의 출구 직경으로 구해진 유량이다.

유동이 초크하지 않은 경우, 이론 질량유량의 산출식은 다음과 같다.

$$m_{th} = \frac{p_{01} A_e}{\sqrt{RT_{01}}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ \left( \frac{p_{02}}{p_{01}} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left( \frac{p_{02}}{p_{01}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]} \quad (3)$$

위의 식은 유동이 아음속 상태로 미소관을 통해 유출되는 경

우에 미소관 출구부분의 정압을 유출정체실의 전압과 동일하게 두고 질량유량을 산출한다.

### 3. 결과 및 고찰

Fig. 3는 수치계산에 사용된 난류 모델이 미소관의 유출계수의 예측에 미치는 영향을 나타낸다. 수치계산에 사용된 난류모델은 표준 k-ε 난류모델과 RNG k-ε 난류모델이다. 그림의 ●는 문헌(2)의 실험결과로서 미소관의 직경  $D=0.3\text{mm}$ , 길이  $L=10\text{mm}$ 인 경우이다. 여기에서 미소관으로부터 유출되는 질량유량은 미소관 출구단면적에 걸쳐 질량유속(mass flux)을 적분한 값과 미소관 중심축에서의 최대 질량유속을 대표값으로 이용하여 산출하였다. 그림에서 질량유속을 적분하여 구한 질량유량의 유출계수( $C_d$ )는 점선으로 표시하였으며, 최대질량유속값에 의한 유출계수는 실선으로 나타내었다. 우선, 표준 k-ε 난류 모델을 사용한 경우를 보면, 최대유속값에 의한 유출계수는 모든  $p_{02}/p_{01}$  값에 대해서 실험결과와 잘 일치하지만, 질량유속의 적분에 의한 유출계수는 실험결과와 다소 차이를 나타낸다. 표준 k-ε 난류모델에 의한 결과보다 질량유량의 유출계수값을 잘 예측한다. 따라서 본 수치해석에서는 표준 k-ε 난류모델과 최대 질량유속을 이용하여 구해진 수치해석 결과로 토의한다.

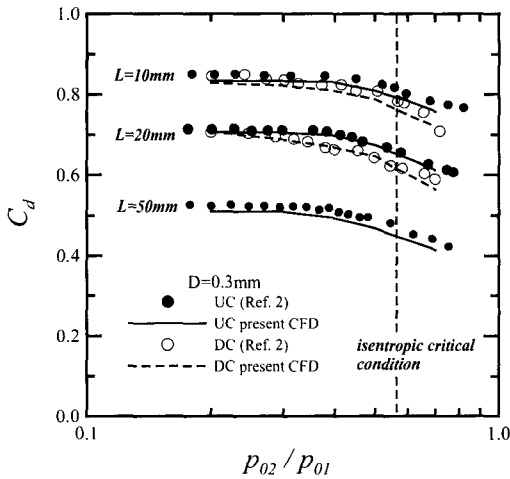


Fig. 5 Variation of discharge coefficient with back pressure ( $D=0.3\text{mm}$ )

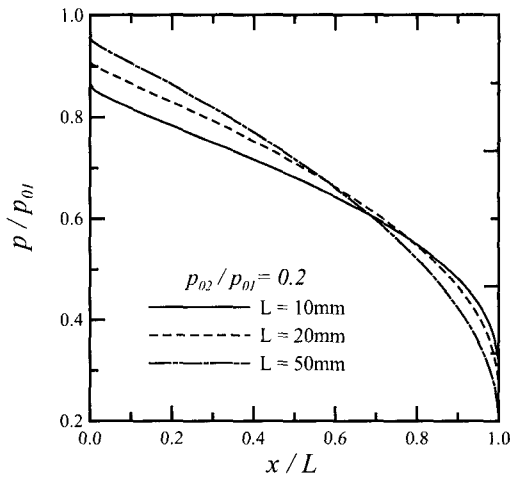


Fig. 6 Static pressure distributions with channel length ( $D=0.3\text{mm}$ )

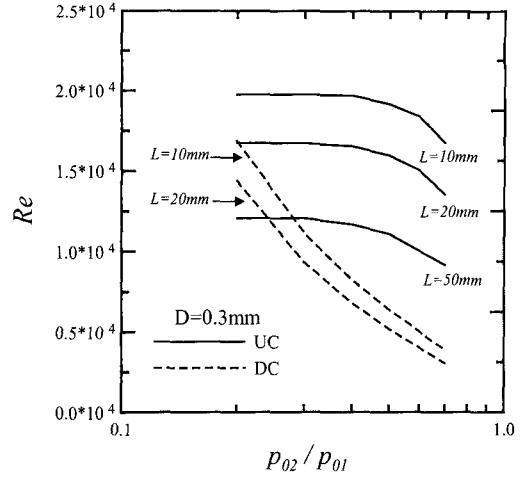


Fig. 7 Variation of Reynolds numbers with back pressure

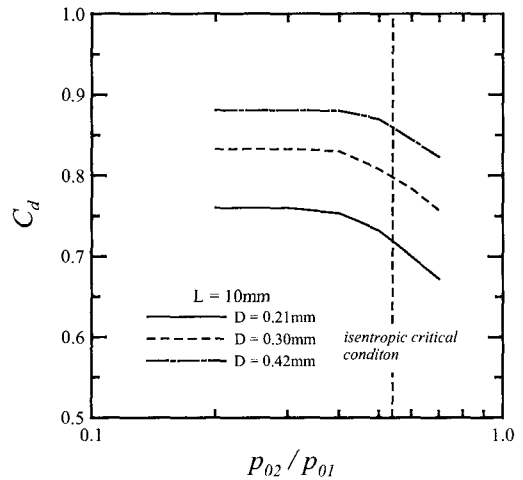


Fig. 8 Variation of discharge coefficient with back pressure ( $L=10\text{mm}$ )

Fig. 4은  $D=0.3\text{mm}$ ,  $L=10\text{mm}$ 인 경우, 미소관 내부 중심축을 따르는 국소정압의 분포를 나타낸다. 횡축의  $x/L$ 은 관 중심축의 거리를 미소관 전체 길이로 무차원한 값을 나타내며,  $x/L=0.0$ 은 관의 입구를 의미한다. 종축의  $p/p_{01}$ 은 국소정압을 공급 정체실의 전압으로 무차원한 값이다. 그림에서  $p_{02}/p_{01} = 0.2$ 와  $0.3$ 의 경우는 미소관내부 유동이 초크한 경우를 나타내며, 미소관 입구에서부터 출구까지의 정압 분포는 서로 동일하다. 또  $x/L < 0.8$  구간에서는 정압분포가 서서히 감소하지만,  $x/L > 0.8$ 에서는 정압분포가 급격하게 감소한다. 이때 미소관을 통한 유동의 전압 손실이 상당히 크게 발생하여, 미소관 출구로부터 유출정체실로 방출되는 유동의 정압은 공급정체실의 전압에 약 0.32정도이다. 유출 정체실의 압력이 증가하면, 미소관 내부의 국소정압은 점차 높아지며, 유동이 초크한 정압분포에 비해 상당히 완만하게 감소한다.

Fig. 5는  $D=0.3\text{mm}$ 인 경우, 작동압력비 변화에 따른 미소관의 유출계수를 나타낸다. 그림에서 UC는 미소관 상류의 상태량이 일정한 경우, DC는 미소관 하류의 상태량이 일정한 경우를 의미한다.  $L=10\text{mm}$ 인 경우를 살펴보면, UC의 경우에는 미소관의 배압이 낮아질수록, 질량유량은 점점 증가하며, 약  $p_{02}/p_{01} = 0.4$ 이하에서는 유출계수가 일정하게 유지된다. 그러나 DC의 경우에는 배압의 감소할수록, 유출계수는 증가하고 있다. 이는 DC의 경우에는 상류의 상태량에 따라 미소관을 통한 레이놀즈수가 변화하기 때문이다. 이러한

경향은  $L=20\text{mm}$ 인 경우에도 동일하게 나타나고 있다. UC의 경우에는 미소관의 길이가 길어질수록 유동이 초크하는 압력비는 점차 낮아지며, 유출계수도 감소한다. 이는 동일한 미소관 상류조건에도 불구하고 관의 길이가 길어짐에 따라서 미소관을 통해 유출되는 질량유량이 변화됨을 의미한다. 그림에서 수직점선은 등엔트로피 유동장에서의 임계조건을 나타내며, 벽면에서의 마찰손실로 인한 유효 임계압력비와 상당한 차이가 있다. 본 수치계산결과는 실험에 의한 유출계수를 잘 예측한다.

Fig. 6는  $p_{02} / p_{01} = 0.2$ 인 경우,  $D=0.3\text{mm}$ 의 미소관 길이의 변화가 노즐 내부 유동장에 미치는 영향을 나타낸다. 미소관의 길이가  $10\text{mm}$ 일 경우, 미소관의 유입 유동의 정압은 가장 낮은 값을 나타낸다. 즉, 유동의 초크가 발생하는 유입 마하수가 가장 크다. 미소관의 길이가 길어질수록, 미소관의 유입 유동의 정압은 점차 높아지지만, 하류로 갈수록 짧은 길이의 미소관 유동에 비해 정압의 감소는 크게 일어난다. 출구로부터 유출되는 유동의 정압은 미소관의 길이가 길수록 낮아지는데, 이는 긴 유로의 벽면을 통한 마찰손실로 인해 유동의 전압이 크게 감소하기 때문이다.

Fig. 7는  $D=0.3\text{mm}$ 인 경우, 작동 압력비 변화에 따른 레이놀즈수의 변화를 나타낸다. 실선으로 나타낸 UC의 경우를 살펴보면, 미소관의 길이가 길어질수록 레이놀즈수는 점차 낮아진다. 노즐목을 특성길이로 하는 레이놀즈수의 감소는

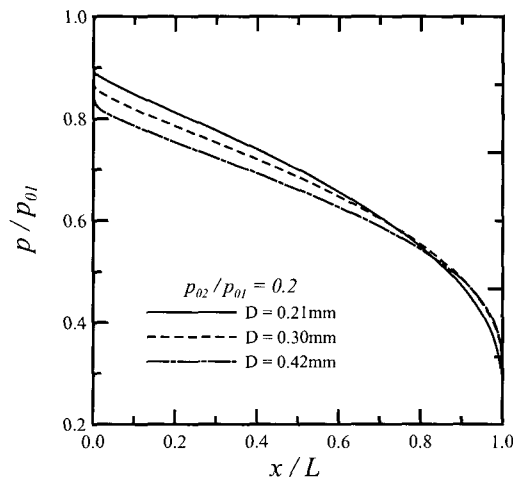


Fig. 9 Static pressure distributions with channel diameter ( $L=10\text{mm}$ )