

디퓨저 확대각이 임계노즐의 임계압력비에 미치는 영향

김재형* · 김희동* · 박경암**

The Influence of the Diffuser Divergence Angle on the Critical Pressure of a Critical Nozzle

Jae Hyung Kim* · Heuy Dong Kim* and Kyung Am Park**

Keywords : Compressible Flow(압축성 유동), Choke(초크), Critical Pressure Ratio(임계 압력비), Separation(박리), Shock Wave(충격파), Supersonic Nozzle(초음속 노즐), Critical Nozzle(임계 노즐)

Abstract

Compressible gas flow through a convergent-divergent nozzle is choked at the nozzle throat under a certain critical pressure ratio, and then being no longer dependent on the pressure change in the downstream flow field. In practical, the flow field at the divergent part of the critical nozzle can affect the effective critical pressure ratio. In order to investigate details of flow field through a critical nozzle, the present study solves the axisymmetric, compressible, Navier-Stokes equations. The diameter of the nozzle throat is $D=8.26\text{mm}$ and the half angle of the diffuser is changed between 2° and 10° . Computational results are compared with the previous experimental ones. The results obtained show that the divergence angle is significantly influences the critical pressure ratio and the present computations predict the experimented discharge coefficient and critical pressure ratio with a good accuracy. It is also found that a nozzle with the half angle of 4° nearly predicts the theoretical critical pressure ratio.

1. 서론

노즐이나 오리피스 등을 통하는 내부유동의 경우, 상·하류의 압력비가 임계압력비에 도달하면 유로 내에서 초크(choke) 현상이 발생한다. 1차원 기체역학 이론에 의하면 유동이 초크 되면, 유로의 최소단면부에서 유동의 속도가 음속과 같아지며, 유로를 통한 질량유량은 최대로 된다. 또 임계압력비 이하의 배압조건에서는 더 이상 노즐 목 상류의 유동장 변화를 초래하지 않는다. 유동이 초크될 때의 질량 유량은 기체역학 이론식에 의해서 쉽게 예측될 수 있다. 즉 노즐 상류의 상태량과 노즐 목의 직경 그리고 기체의 비열비의 함수로 질량의 이론 예측이 가능하게 된다.^[1]

임계노즐은 이러한 압축성 유동의 초크현상을 이용하여 질량 유량을 측정하기 위한 유체기구의 일종으로 최근 다양한 분야에서 널리 활용되고 있다. 그러나, 실제로 임계노즐을 통한 이론유량과 실제유량의 비, 즉 유출계수(discharge coefficient)는 기체의 점성, 벽면에서의 열전달, 유동의 비정상성 등으로 인해 1.0이 되지 않는다고 알려져 있다.^[2]

종래에 임계노즐 유동에 관해서 상당히 많은 연구들이 수행되어 왔다. 이러한 연구들에 의하면, 임계노즐을 통한 압축성 유동의 유출계수는 레이놀즈수의 함수로 주어지며, 레이놀즈수가 매우 큰 경우에는 유출계수가 1.0에 가깝게 된다는 것이 보고되어 있다.^[3,4] 그러나, 레이놀즈수가 비교적 작은 경우, 이론유량과 실제유량의 비는 1.0보다 현저하게 작아지며, 이 경우 임계노즐을 통하는 질량유량의 이론예측은 매우

곤란하다.^[6]

일반적으로 유출계수가 레이놀즈수의 함수로 주어진다는 것은 노즐을 통하는 질량유량이 노즐 목의 하류, 즉 디퓨저 내에서 발생하는 유동특성에 의존하지 않고, 노즐 상류에서의 상태량들에 의해 결정된다는 것을 의미한다. 실제유동의 경우, 초음속 디퓨저에서 발생하는 감속유동이나 충격파 등은 필연적으로 압력손실을 수반하므로, 임계노즐의 유효압력비에 영향을 받는다. 이러한 사실은 노즐 목에서 유동이 초크하는 압력비 이상에서도 발생하므로, 초음속 디퓨저에서의 유동특성을 명확히 구명하는 것은 임계노즐의 운전조건을 결정하는데 매우 중요하다.

종래 연구결과들을 살펴보면, Park 등^[6]은 저 레이놀즈수 영역에서 임계노즐의 유출계수와 임계압력비를 실험적으로 조사하였으며, Kim 등^[7,8]은 임계노즐의 직경변화에 따른 유출계수와 임계압력비를 수치해석적 방법으로 조사한 바 있다. 기체역학 관계식에 의하면, 임계노즐의 임계압력비는 이론적으로 노즐의 단면적비로 주어질 수 있다. 그러나, 이들의 연구에 의하면 실제 노즐을 통한 임계압력비는 이론적인 임계압력비와 상당한 차이를 보인다. 이것은 디퓨저 확대부의 형상, 즉 디퓨저 확대부의 각도나 길이 등에 의해 디퓨저 벽면을 통한 마찰 손실, 충격파를 통한 전압손실, 더욱이 충격파와 경계층과의 간섭에 의한 유동의 박리현상 등이 실제 유효 임계압력비에 영향을 미칠 수 있기 때문이다. 이와 같이 저 레이놀즈수 영역에서 사용되는 임계노즐의 확대부내의 유동에 대한 연구는 아직 미흡한 실정이며, 이에 대한 체계적인 연구가 필요하다.

본 연구에서는 디퓨저 확대부의 각도가 임계노즐의 유효 임계압력비에 미치는 영향을 조사하기 위해, 확대칭, 압축성

* 안동대학교 기계공학부, kimhd@andong.ac.kr

** 한국 표준 과학 연구원, kapark@kriss.re.kr

Navier-Stokes 방정식을 적용한 수치해석을 수행하였다.

2. 수치해석법

본 연구에서는 임계노즐을 통한 기체유동을 수치적으로 모사하기 위하여, 표준 k-ε 난류모델을 포함하는 축대칭, 압축성 Navier-stokes 방정식에 유한 체적법을 적용하였다.

수치계산에 사용된 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u'_i u'_j})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i H) =$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(x + \frac{\mu_i}{Pr_i} \right) \frac{\partial T}{\partial x_i} + u_j (\tau_{ij})_{eff} \right] \quad (3)$$

위의 식들은 유한체적법으로 이산화하였으며, 공간항에 대해서는 풍상차분법, 시간항에 대해서는 4단계 Runge-Kutta법으로 적분하였다.

Fig. 1에는 임계노즐 내부유동의 계산영역을 나타내었다. 노즐 목의 직경은 $D = 8.26\text{mm}$ 이며, 노즐 목의 곡률반경은 $2D$ 이다. 노즐의 전체길이는 $l = 7.43D$ 이며, 디퓨저의 확대각(θ)은 $2^\circ \sim 10^\circ$ 까지 변화시켰다. 본 연구에 사용된 작동 기체는 공기이다. 수치계산에 적용된 경계조건으로는 노즐 입구에 유입 조건으로 pressure inlet, 출구에서는 유출조건으로 pressure outlet을 설정하였으며, 벽면에서는 단열 no-slip 벽조건을 적용하였다. 노즐 상류의 정체압력(p_0)은 800kPa 이며, 노즐 입/출구의 전온도(T_0)는 300K 로 일정하게 두었다.

Fig. 2는 본 연구에 적용된 격자계를 나타내고 있다. 격자수는 대략 25,000개이며, 유동의 점성력이 지배적인 노즐의 벽면과 유동이 초크하는 노즐의 목 부근에 격자를 집중시켰다. 유동은 노즐의 중심축에 대해 대칭형이므로, 유로의 상반부에 대해서만 계산을 수행하였다.

3. 결과 및 고찰

Fig. 3과 4는 노즐의 중심축을 따르는 국소정압의 분포를 나타낸다. Fig. 3은 디퓨저의 확대반각이 4° 인 경우로 그림의 ●은 1차원 등엔트로피 이론에 의해 계산된 임계 압력비를 나타낸다. 실선들은 수치계산에 의해 구해진 작동압력비에 대한 국소정압의 분포를 나타낸다. 그림에서 횡축의 x/D 는 노즐 중심축을 따르는 거리를 노즐 목 직경 D 로 무차원한 값으로, $x/D = 0.0$ 은 노즐 목을 의미하며, 종축의 p_b/p_0 는 작동 압력비를 의미한다. $p_b/p_0 = 0.98$ 인 경우, 유동은 $x/D = 0.0$ 까지 가속된 후, $x/D > 0.0$ 인 확대부에서 감속하게 된다. p_b/p_0 가 점차 낮아짐에 따라, 유동은 노즐 목까지 더욱 가속되며, 노즐목에서 초크한 후 확대부에서는 아음속유동

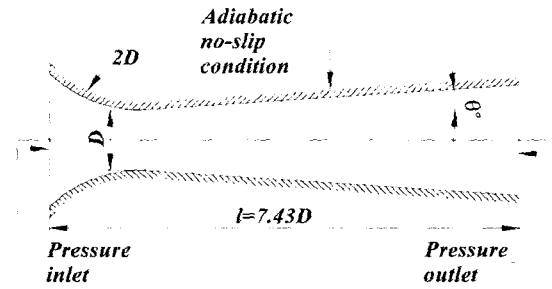


Fig. 1 Schematic diagram of a critical nozzle

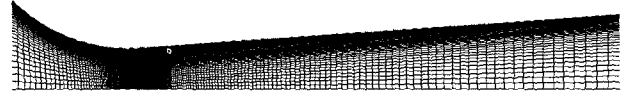


Fig. 2 Typical computational grid system

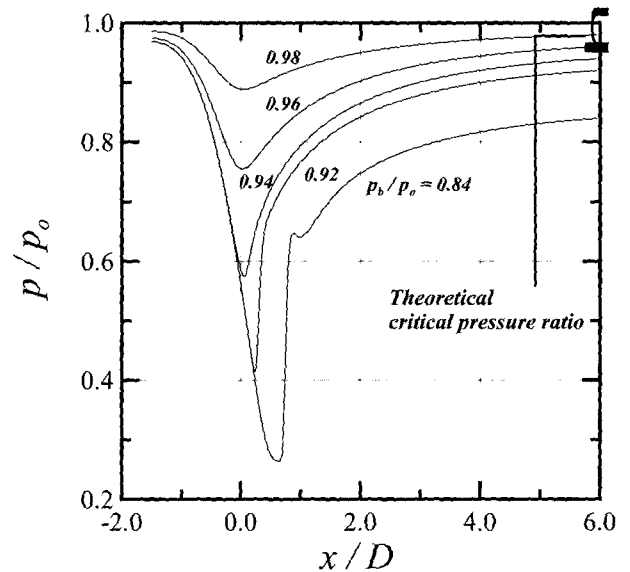


Fig. 3 Static pressure distributions along the axis ($\theta=4^\circ$)

으로 방출된다. 이때의 작동압력비를 임계압력비라고 하며, 그 이하의 압력비에서 유동은 노즐의 확대부에서 발생하는 충격과 이전까지 초음속 유동으로 가속하게 된다. $\theta=4^\circ$ 인 경우, 임계압력비는 약 $p_b/p_0 = 0.94 \sim 0.92$ 사이에서 존재하며, 이것은 이론적인 임계압력비와 상당한 차이를 나타낸다.

Fig. 4의 $\theta=10^\circ$ 인 경우, 임계압력비는 $p_b/p_0 = 0.80$ 이하에서 나타난다. 실제 유효 임계압력비와 이론적인 임계압력비와의 차이는 $\theta = 4^\circ$ 인 경우보다 크게 나타나며, 이것은 노즐 목 하류부분의 급격한 단면적의 확대로 인한 유동의 박리에 의해 발생하는 것으로 판단된다.

Fig. 5에는 노즐의 작동압력비의 변화에 따른 질량유량의 변화를 나타낸다. 그림의 종축에서 m_{ref} 는 유동이 초크한 경우의 질량유량을 의미한다. 그림의 □은 $\theta = 4^\circ$ 인 경우의 실험결과^[6]를 나타낸다. 본 수치계산에서 얻어진 4° 의 경우와 비교해볼 때, 실험결과와 수치해석 결과는 잘 일치한다. 각각의 디퓨저에 대해서 p_b/p_0 가 점차 낮아짐에 따라서 질량유량은 급격히 증가하며, 임계압력비 이하에서는 더 이상 유량의 변화가 발생하지 않는 초크 현상이 발생한다. 디퓨저의 확대반각이 증가함에 따라 임계압력비는 증가하지만, $\theta=10^\circ$ 인

경우의 임계압력비는 $\theta = 2^\circ$ 인 경우에 비해 더 낮은 값을 나타낸다.

Fig. 6은 작동압력비(p_b/p_o)가 0.7인 경우, 디퓨저의 확대각의 변화가 노즐 중심축을 따르는 국소정압에 미치는 영향을 나타낸다. $\theta = 2^\circ$ 인 경우, 유동은 노즐 목을 통과하면서 초음속으로 가속되며, 약 $x/D=2.2$ 까지 팽창한다. 이때, 충격파가 발생하여 국소정압은 노즐의 배압에 절충한다. 충격파의 발생 위치는 노즐의 확대반각이 증가할수록 노즐 목에 점차 가까워지며, 유동의 팽창정도는 증가하게 된다. 이로 인해 충격파의 강도는 점차 증가하지만, $\theta = 10^\circ$ 의 경우에는 다소 상이한 경향을 나타낸다. 이것은 노즐목 하류의 급격한 단면적의 변화로 인해 박리 영역이 발생하여, 유효 단면적이 축소됨에 따라 유동의 팽창이 감소하기 때문이다. 충격파 후방의 팽창(post-shock expansion) 정도는 $\theta = 2^\circ$ 인 경우가 가장 크게 나타난다. 이것은 충격파와 경계층과의 간섭으로 인해 충격파 후방에서 경계층의 박리가 발생하여 유로의 유효 단면적이 실제 단면적보다 상당히 작아졌기 때문이다. $\theta = 10^\circ$ 인 경우, 충격파 후방의 팽창 정도는 경계층 박리에 의한 유효 단면적과 실제 단면적의

차이가 확대반각이 작은 경우에 비해 상대적으로 작기 때문에 약화된다. 노즐 내부의 충격파에 의한 정압의 상승, 즉 전압손실은 디퓨저의 확대반각이 증가할수록 커진다. 그러나, $\theta = 10^\circ$ 인 경우의 충격파 강도는 $\theta = 8^\circ$ 에 비해 약하다. 이것은 디퓨저 내부의 유동박리 영역이 노즐의 출구까지 넓게 존재하기 때문에 유효 단면적의 확대율이 줄어들었기 때문이다.

Fig. 7에는 $\theta = 4^\circ$ 와 10° 인 경우, 레이놀즈수의 변화가 노즐의 임계압력비에 미치는 영향을 나타낸다. 그림에서 종축의 p_{cr} 은 임계압력비를 의미한다. $\theta = 4^\circ$ 인 경우, 레이놀즈수가 증가할수록 임계 압력비는 증가하다가 특정한 값으로 점근하는 경향을 보인다. 이것은 레이놀즈수가 증가함에 따라 경계층의 두께는 얇아지며, 유로 전반에 걸친 전압의 감소는 다소 약화되기 때문이다. $\theta = 10^\circ$ 인 경우에도 동일한 경향을 보이지만, 레이놀즈수의 증가에 따른 임계압력비의 증가 폭이 좀더 크게 나타난다. 본 연구에 적용된 $1 \times 10^5 < Re < 8 \times 10^5$ 의 범위에서 유효 임계압력비의 변화

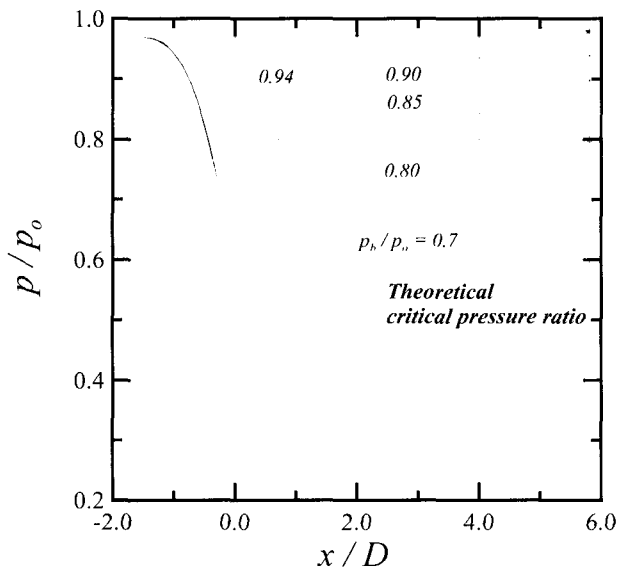


Fig. 4 Static pressure distributions along the axis ($\theta=10^\circ$)

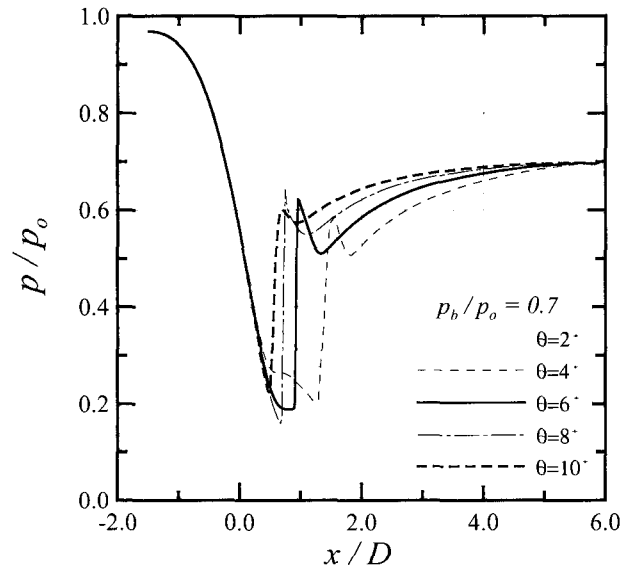


Fig. 6 Static pressure distribution along the axis ($p_b/p_o = 0.7$)

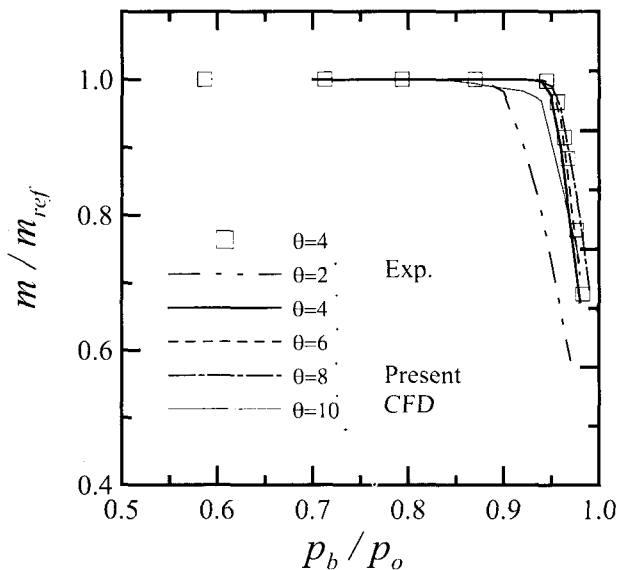


Fig. 5 Variation of mass flow rate with pressure ratio

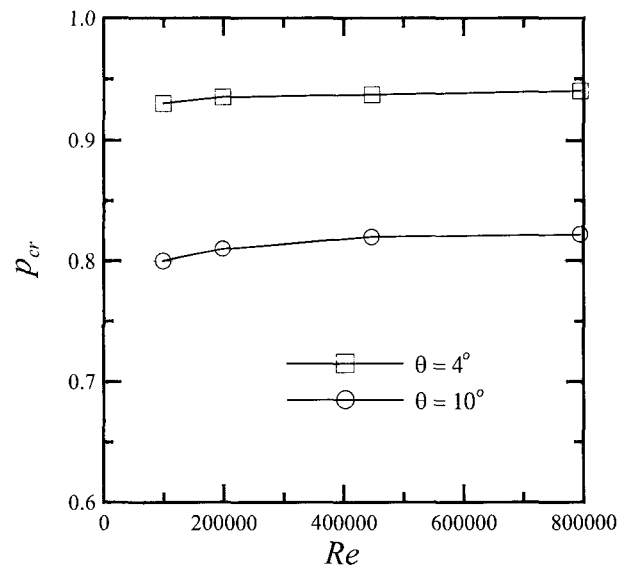


Fig. 7 Variation critical pressure(p_{cr}) with Reynolds number

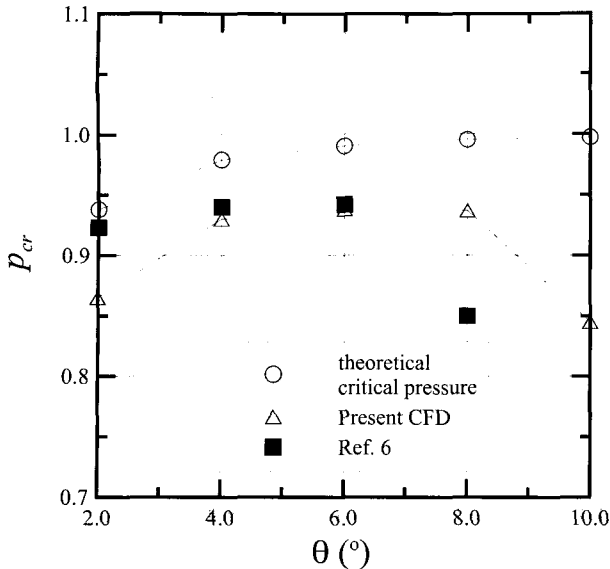


Fig. 8 Critical pressure ratio vs diffuser angle

는 $\theta = 4^\circ$ 와 10° 에서 각각 0.01과 0.02 정도로 레이놀즈수의 영향이 크게 나타나지 않는다.

Fig.8은 디퓨저의 확대각 θ 의 변화에 따른 임계압력비의 변화를 나타낸다. 본 연구에서 사용된 임계노즐의 단면적비를 사용하여 이론 예측한 임계압력비는 θ 가 증가함에 따라 단조롭게 증가하며, $\theta = 10^\circ$ 가 되면 임계압력비가 거의 1.0에 근접한다. 본 연구에서 얻어진 결과를 살펴보면, 임계압력비는 $\theta = 8^\circ$ 까지 증가하며, $\theta = 10^\circ$ 에서는 급격하게 감소한다. 또 이론 임계압력비와의 차이는 $\theta = 2^\circ \sim 8^\circ$ 범위에서는 거의 유사하다. 이것은 노즐의 유효 압력비가 단지 마찰손실에 의해서만 영향을 받기 때문이며, $\theta = 10^\circ$ 인 경우에는 유동의 박리에 의해서 큰 영향을 받기 때문이다. 또 $\theta = 4^\circ \sim 6^\circ$ 의 디퓨저 확대각의 범위에서 이론적인 임계압력비와 실제노즐의 유효 임계압력비와의 오차가 가장 작게 나타난다. 문헌 (6)의 실험결과와 본 수치계산의 결과의 비교는 노즐의 형상이 다소 차이가 있기 때문에 정확하게 이루어질 수 없으나, $\theta = 8^\circ$ 인 경우의 임계압력비는 본 수치계산에서 얻어진 $\theta = 10^\circ$ 의 결과와 유사한 경향을 보이고 있다. 이것은 임계 압력비가 노즐의 형상에 따라 큰 영향을 받는다는 것을 나타낸다. 또, 이론 예측에 의한 결과와 상반된 경향을 보이며, 상당한 차이가 발생하는 디퓨저의 확대각이 존재한다는 것을 의미한다. 즉 임계노즐의 적절한 운전조건을 결정하기 위해서는 디퓨저의 형상이 충분히 고려되어야 함을 의미한다.

4. 결론

본 연구에서는 축대칭, 압축성 Navier-Stokes 방정식을 적용한 수치해석 방법을 이용하여, 디퓨저 확대각에 따른 임계압

력비를 조사하였다. 적용된 난류모델은 표준 $k-\epsilon$ 난류모델이며, 디퓨저의 확대반각은 $\theta = 2^\circ \sim 10^\circ$ 까지 변화시켰다. 본 수치해석으로부터 얻어진 결과를 요약하면 다음과 같다. 노즐을 통한 유효 임계압력비는 디퓨저 내에서 발생하는 충격파와 기체 점성에 의한 전압손실에 의해 영향을 받는다. 본 연구에서 적용한 디퓨저 확대반각 중에서도 $\theta = 8^\circ$ 인 경우에 가장 큰 전압손실이 발생하였으며, 이것은 노즐의 급격한 확대각의 증가로 인해 충격파의 강도가 가장 크게 나타났기 때문이다. 확대각이 더 증가될 경우, 유동의 박리현상에 의한 유효 단면적의 변화가 크게 발생하여, 임계압력비에 큰 영향을 미친다. 임계노즐의 적절한 운전조건을 결정하기 위해서는 노즐을 통한 전압손실의 측면과 노즐내부의 실제 유효단면적의 변화를 동시에 고려하여야 하며, 본 연구에서 적용된 디퓨저의 확대반각중에서 $\theta = 4^\circ \sim 6^\circ$ 인 경우가 이론예측에 의한 임계 압력비와의 오차가 가장 작았다. 또, 레이놀즈수가 증가할수록 유동의 전압손실이 작아지므로, 임계압력비는 증가하였으며, 특정한 값으로 접근하는 경향을 보인다.

후 기

본 연구는 한국 표준과학연구원 연합협동연구과제에 의해 수행되어졌으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- [1] Liepmann, H. W. and Roshko, A., "Elements of Gasdynamics," John Wiley & Sons, Inc., Chapter. 2 (1957).
- [2] Von Lavante, E., Zachcial, A., Nath, B. and Dietrich, H., "Numerical and Experimental Investigation of Unsteady Effects in Critical Venturi nozzles," Flow Measurement and Instrumentation, Vol. 11 (2000), pp. 257-264.
- [3] Kim, J. H., Woo, S. H. and Kim, H. D., "A CFD Prediction of a Micro Critical Nozzle Flow," 대한기계학회 추계발표논문집(B) (2001), pp. 652-657.
- [4] Nakao, S. and Takamoto, M., "Development of the Calibration Facility for Small Mass Flow Rates of Gases and the Sonic Venturi Nozzle Transfer Standard," JSME, Series B, Vol. 42 (1999), pp. 667-673.
- [5] Nakao, S., Irayama, T. and Takamoto, M., "Relations between the Discharge Coefficients of the Sonic Venturi Nozzle and a Kind of Gases," JSME, Series B, Vol. 66, No. 642 (2000), pp. 438-444.
- [6] Park, K. A., Choi, Y. M., Cha, T. S. and Yoon, B. H., "Evaluation of Critical Pressure Ratio of Sonic Nozzles at Low Reynolds number," Flow Measurement and Instrumentation, Vol. 12 (2001), pp. 37-41.
- [7] Kim, J. H., Woo, S. H., Kim, H. D. and Park, K. A., "Study of the Discharge Coefficient and Critical Pressure Ratio of Gas Flow through a Critical Nozzle," 대한기계학회 춘계발표논문집 (2002), pp 1654-1659.
- [8] Kim, H. D., Kim, J. H. and Park, K. A., "Study for the Gas Flow through a Critical Nozzle at Low Reynolds Numbers," J. Computers & Fluids (2002). (in press)