

## 사각통에서의 슬로싱에 대한 전산유체역학적 연구

곽영균\*, 이영신\*\*, 고성호\*\*\*

### A Computational Fluid Dynamics Analysis on Sloshing in Rectangular Tank

Youngkyun Kwack\*, Youngsin Lee\*\*, Sungho Ko\*\*\*

**Key Words** : Sloshing, SOLA-VOF, Baffle shape and position, Damping Effect

#### Abstract

The present study describes a numerical analysis for simulation of the sloshing of flows with free-surface which contained in a rectangular tank. The SOLA-VOF (Volume of fluid) method uses a fixed mesh for calculating the motion of flow and the free-surface. This Eulerian approach enables the VOF method to use only a small amount of computer memory for simulating sloshing problems with complicated free-surface contours. The VOF function, representing the volume fraction of a cell occupied by the fluid, is calculated for each cells, which gives the locating of the free-surface filling any some fraction of cells with fluid. Using SOLA-VOF method, the study describes visualization about simulation of the sloshing of flows and damping effect by baffle. Translation and pitching motion of the forms have been investigated. The time-dependent changes of free-surface height are used for visualization subject to several conditions such as fluid height, horizontal acceleration, sinusoidal motion, and viscosity. The free-surface heights were used for comparing wall-force, which is caused by sloshing of flows. Baffle was installed to reduce the force on the wall by sloshing of flows. Damping effects was extensively expressed under the conditions such as baffle shape and position.

#### 1. 서론

일반적으로 항공기, 선박 등의 연료탱크 및 지상에 설치된 각종 저장형 탱크, 반응로 등은 유체를 포함하는 구조물로서 이들의 움직임에 따른 요동 및 지진 등과 같은 외부 가진력으로 인하여 탱크에 포함된 액체연료의 주기적인 거동, 즉 출렁거리는 현상을 슬로싱(sloshing)이라 한다. 액체연료를 적재하는 비행체의 경우, 연료탱크에서의 유체의 슬로싱은 비행시 적재연료의 요동으로 인하여 발생하며, 이러한 요동이 적재연료의 공진 주파수와 가까워지면 슬로싱 현상은 심화되고, 유체를 포함하는 구조물은 정적인 상태와는 다른 특성을 보이게 된다. 유체의 슬로싱이 심한 경우, 항공기에서는 조종안정성의 상실은 물론 구조판단 등의 심각한 위협을 초래할 수 있다. 또한 동체의 상당 부분이 연료탱크인 구조를 갖는 미사일이나 로켓에서는 적재연료의 동적 거동으로 인하여 발생하는 하중과 모멘트가 크고, 이러한 슬로싱은 유체를 담고 있는 연료탱크 구조물에 큰 영향을 미치게 된다.

따라서 연료탱크에서 적재연료의 슬로싱의 영향을 최소화하거나, 이의 방지를 위해서는 슬로싱 현상을 물리적으로 올바르게 이해하고 유체역학적으로 유체거동을 정확히 해석하는 것이

무엇보다 필요하다.

슬로싱을 포함하는 유체유동을 전산유체역학적으로 계산함에 있어서 가장 어려운 점은 자유표면의 운동을 포착하는 것이라 할 수 있다. 이러한 자유표면을 효과적으로 처리할 수 있는 많은 알고리즘들이 개발되어 왔는데 슬러싱 현상의 해석 방법은 비선형 이론을 적용하여 이론적으로 해를 구하는 방법과 유한요소법(FEM), 유한차분법(FDM), 및 경계요소법(BEM)을 이용한 수치해석 방법으로 구분된다. 유한요소법은 기하학적 형상과 경계조건이 복잡한 미분방정식의 해를 비교적 정확하게 산출할 수 있다. 유한차분법은 시간과 공간영역을 가진 형태의 미분방정식은 열적인 해석과 파동의 전달과 같은 문제를 푸는데 유용하다. 경계요소법은 무한 경계를 가진 문제에 다양하게 적용할 수 있는 특징이 있다. 그러나 자유 표면을 갖는 비압축성 점성 유체 운동의 수치 해석은 자유 표면의 위치가 시간에 임의로 변화하고 정확한 자유 표면 경계조건이 부여되어야하는 어려움이 있다. 유한 차분법(FDM)을 이용하여 자유 표면이 존재하는 유체 유동 해석방법으로는 MAC (Marker and Cell) 방법<sup>[1]</sup>, ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) 방법<sup>[2]</sup>, VOF (Volume of Fluid) 방법<sup>[3]</sup> 등이 있다.

SOLA-VOF 방법은 유체의 유동 뿐 만 아니라 자유표면의 움직임도 고정된 격자만을 이용하여 Eulerian으로 해석할 수 있게 하여 적은 컴퓨터 기억용량으로 일반적인 슬로싱 뿐 만 아니고 복잡한 자유표면의 유동장을 쉽게 처리할 수 있게 한다. 이

\* 충남대학교 대학원, camsu@intizen.com

\*\* 충남대학교 기계설계공학과, shell701@yahoo.co.kr

\*\*\* 충남대학교 기계설계공학과, sunghoko@cnu.ac.kr

때, 각 격자를 차지하는 유체의 부피를 나타내는 용적함수(VOF 함수  $F$ )를 별도로 계산함으로써 격자의 일부분만을 유체로 채우는 자유표면의 움직임을 감지할 수 있게 한다. 이렇게 자유표면을 표현하는 방법은 Lagrangian 방법에 비해 복잡해 질 수 있지만 겹쳐지고 합쳐지는 커다란 비선형적인 자유표면의 움직임까지도 매우 효과적으로 묘사할 수 있게 한다. 또한 SOLA-VOF 방법은 2차원뿐만 아니라 3차원 유동까지도 쉽게 확장하여 적용할 수 있다.

본 연구에서 수행되는 슬로싱에 대한 유체역학적 해석은 SOLA-VOF 방법을 기본으로 하여 임의의 움직임을 갖는 사각탱크내의 슬로싱을 전산유체역학적으로 연구하였다. 물론 이 때의 유동 지배방정식은 비정상 Navier-Stokes 방정식이다. 매 시간 단계별로 구한 해로부터, 슬로싱 운동의 가시화 뿐 만 아니라 슬로싱에 의해 탱크에 주어지는 힘을 벽면에서 자유표면의 높이를 이용하여 나타내었으며 이를 통하여 배플에 의한 슬로싱 감소효과를 각 조건별로 비교하였다.

## 2. 지배방정식

Fig. 1과 같이 공간에 고정된 관성좌표계 ( $X, Y$ )에 대하여 병진, 피칭, 롤링 등의 움직임을 갖는 탱크내의 2차원 비압축성 유동의 지배방정식을 탱크에 고정된 좌표계 ( $x, y$ )를 사용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \xi \frac{u}{x} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = & -\frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right. \\ & \left. + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \xi \left( \frac{1}{x} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{u}{x^2} \right) \right] + f_x \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = & -\frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right. \\ & \left. + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \xi \left( \frac{1}{x} \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + f_y \end{aligned} \quad (3)$$

위 식에서  $u$ 와  $v$ 는  $x$ 와  $y$  방향의 속도성분이고,  $t$ 는 시간,  $p$ 는 압력,  $\nu$ 는 동점성계수이다. 이 때, 자유표면의 움직임은 주로 중력  $g$ 에 의해 일어나므로 각 변수는 밀도  $\rho$ , 중력  $g$ , 그리고 탱크의 특성길이  $l$ 로 무차원화 된 값들이다. 즉,  $x$ 와  $y$ 는  $l$ 로,  $t$ 는  $\sqrt{l/g}$ 으로,  $g_x$ 와  $g_y$ 는  $g$ 로,  $u$ 와  $v$ 는  $\sqrt{gl}$ 으로,  $p$ 는  $\rho gl$ 로,  $\nu$ 는  $\sqrt{gl}^3$ 으로 무차원화 되었다. 연속방정식 식(1)은 약간의 압축성을 고려하도록 하였으며 이 때 나타난 무차원변수 Froude수는 음속  $c$ 에 대한 것으로서  $Fr = c/\sqrt{gl}$ 으로 정의된다. 탱크에 고정된 좌표계 ( $x, y$ )는  $\xi$  값에 따라 Cartesian

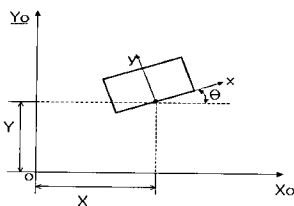


Fig.1 Moving coordinate system

좌표계가 될 수도 있고 원통좌표계가 될 수도 있다. 즉 탱크가 사각형이면  $\xi=0$  이고 원통이면  $\xi=1$ 을 취하면 된다.  $f_x$ 와  $f_y$ 는 탱크의 움직임에 의해  $x$ 와  $y$  방향으로 가해지는 외력으로서 다음과 같이 주어진다.

$$f_x = (g_x - \ddot{X}) \cos \theta + (g_y - \ddot{Y}) \sin \theta + \ddot{\theta}^2 x + \ddot{\theta} y + 2 \ddot{\theta} v \quad (4)$$

$$f_y = -(g_x - \ddot{X}) \sin \theta + (g_y - \ddot{Y}) \cos \theta + \ddot{\theta}^2 y + \ddot{\theta} x - 2 \ddot{\theta} u \quad (5)$$

VOF 함수  $F$ 는 유체가 격자(cell)를 채우고 있는 체적비를 나타낸다. 즉,  $F$ 가 영(zero)의 값을 가지는 격자는 비어있는 것이고  $F$ 가 1의 값을 갖는 격자는 유체로 모두 채워져 있는 상태를 말한다. 자유표면을 나타내는 격자는 영이 아닌  $F$  값을 가지며 주위의 격자,  $(i \pm 1, j)$  또는  $(i, j \pm 1)$  중 최소한 하나의 격자가  $F=0$  이어야 한다. 이러한  $F$  값은 다음의 방정식의 해를 구함으로써 찾을 수 있다.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r F u}{\partial x} + \frac{\partial F v}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

단, 원통좌표계일 때는  $r=x$  이고 Cartesian 좌표계일 때는  $r=1$  이다.

VOF 함수  $F$ 의 시간에 따른 변화를 계산함으로써 영보다 크고 1보다 작은  $F$  값을 갖는 자유표면의 변형을 예측할 수 있다. 식(6)을 Cartesian 좌표계에 대해 이산화된 형태로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F^{n+1}_{i,j} = & F^n_{i,j} - \frac{\delta t}{\delta x_i} (u_{i,j} F_{i+\frac{1}{2},j} - u_{i-1,j} F_{i-\frac{1}{2},j}) \\ & - \frac{\delta t}{\delta y_j} (v_{i,j} F_{i,j+\frac{1}{2}} - v_{i,j-1} F_{i,j-\frac{1}{2}}) \end{aligned} \quad (7)$$

위 식의 좌변의 항들은 격자의 경계를 통과하는  $F$ 의 플럭스를 나타내고 있고 이러한 플럭스의 계산은 Hirt & Nichols<sup>[3]</sup>의 donor-acceptor의 개념을 따라 계산되었다.

## 3. 수치해석

### 3.1 해석 대상

병진운동의 수치해석에 사용된 모델을 Fig. 2에 나타내었다. 오픈형 사각탱크는 좌우로 병진운동(translation motion, sway motion)을 하게 되며 OA의 거리  $X$ 를 시간에 대해 미분하여 그 속도 및 가속도를 다음과 같이 계산되었다.

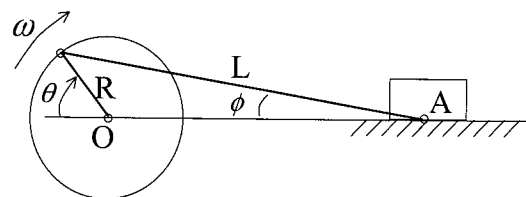


Fig. 2 Apparatus model

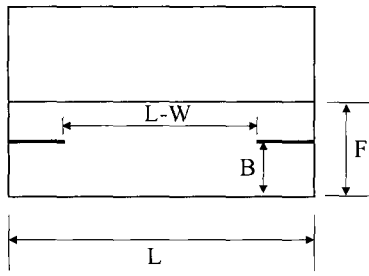


Fig. 3 Opened rectangular tank

$$X = -R \cos \theta + L \cos \phi \quad (8)$$

$$\dot{X} = R\omega(\sin \omega t - \frac{1}{2n} \sin 2\omega t) \quad (9)$$

$$\ddot{X} = R\omega^2(\cos \omega t - \frac{1}{n} \cos 2\omega t) \quad (10)$$

여기서,

$$n = \frac{L}{R} \quad (11)$$

식(10)를 식(4)에 넣어 다음과 같이 외력으로 주어지게 된다.

$$f_x = g_x - \ddot{X} \quad (12)$$

피칭운동(pitching motion)에서는 Fig. 1에서 중심축을 축으로 일정 각을 다음 식과 같이 움직이게된다.

$$\theta = \theta_0 \sin(\omega t^*) \quad (13)$$

Fig. 3은 수치해석에 사용된 사각탱크의 파라미터를 보여주고 있다. 왼쪽 벽면과 오른쪽 벽면, 밑면은 no-slip wall 조건을 주었고 윗면은 continuative 경계조건을 주었다. W는 양쪽 배플의 폭을, B는 배플의 높이를, F는 유체의 초기 높이를, L은 사각탱크의 너비를 나타낸다. 병진운동에서의 속도와 피칭운동에서의 중심축에 대한 사각탱크의 각을 나타내는 식은 Table 1 과 같이 나타내었다. 물높이(F)는 탱크전체 너비(L)에 50%에 고정시키고, 배플 폭(W/L) 0.3, 0.4, 0.5, 0.6에 대하여 Table 1과 같은 조건을 가지고 배플 높이/유체의 초기높이(B/F)를 각각 변화시키며 표준편차(SD)를 비교하였고 B/F가 0.6, 0.7, 0.8에 대하여

Table 1 Simulation matrix for a rectangular tank moving in translation motion & pitching motion

Horizontal Acceleration( $g_x/g$ )		0
Sinusoidal Motion		0.085788 , $\pi$
$U = U_0(\sin \omega t^* - \frac{1}{2n} \sin 2\omega t^*)$		
$U_0/\sqrt{gl}$	$\omega$	
Sinusoidal Motion		$5^\circ$ , $\pi$
$\theta = \theta_0 \sin(\omega t^*)$		
$\theta_0$	$\omega$	
Viscosity( $\nu/\sqrt{gl^3}$ )		2.8686E-8

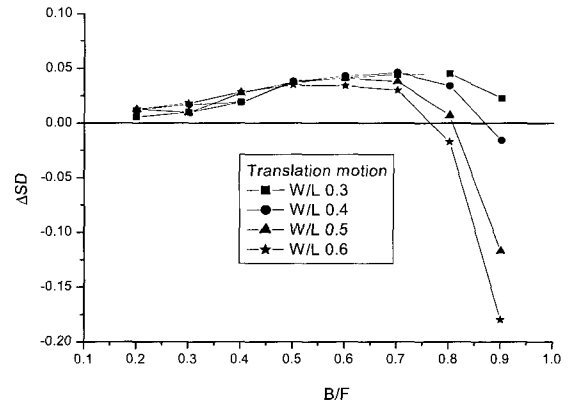


Fig. 4  $\Delta SD$  comparison for B/F on translation motion

배플폭을 Table 1과 같은 조건을 가지고 각각 변화시키면서 표준편차를 비교해 보았다. 여기서 표준편차는 10주기까지의 결과를 가지고 구했으며 해석에 사용된 유체는 물로 설정하였다.

### 3.2 수치해석 결과

Fig. 4와 Fig. 5는 사각탱크가 병진운동할 때 W/L의 변화에 따른  $\Delta SD = (\text{unbaffle SD} - \text{baffle SD}) / \text{unbaffle SD}$ 와 B/F 또는 B/F의 변화에 따른  $\Delta SD$ 와 W/L의 관계를 나타내는 곡선이다. Fig. 4에서 보면 B/F가 커짐에 따라 슬로싱 감쇠효과가 증가하다가 0.7부근에서 다시 감소하는 것을 볼 수 있다. 이것은 탱크가 수직방향으로 등가속 운동하는 경우<sup>[4]</sup>와 비슷한 양상을 보인다. 한편, W/L이 0.3에서 0.6으로 커질수록 배플이 수면에서 멀리 있을 때는 슬로싱 감쇠효과가 조금 증가하나 수면에 가까워질수록 슬로싱 감쇠효과가 급격히 감소하는 것을 볼 수 있다. 또한 배플이 수면 가까이 있을 경우에는 W/L이 0.4 이상에서 배플에 의한 슬로싱 감쇠효과를 볼 수 없었다. 이는 배플의 폭이 커짐에 따라 배플에 의한 슬로싱의 감쇠효과가 감소하는 것으로 보여진다.

Fig. 5는 B/F의 변화에 따른  $\Delta SD$ 과 W/L의 관계를 나타내는 곡선이다. B/F가 0.6, 0.7일 경우는 W/L이 0.5보다 클 때 슬로싱 감쇠효과가 감소하지만 B/F가 커질수록 다시 말하면 수면

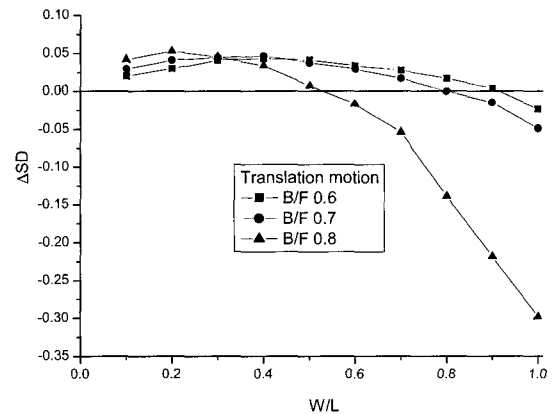


Fig. 5  $\Delta SD$  comparison for W/L on translation motion

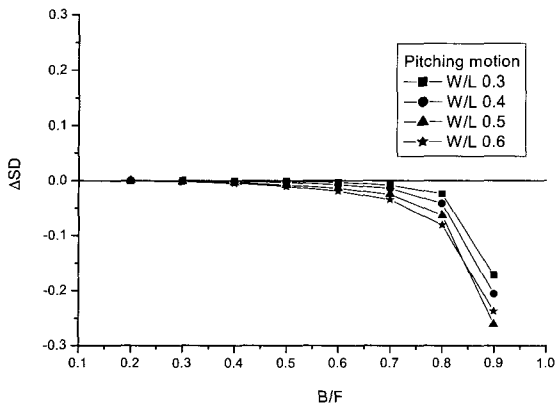


Fig. 6 ASD comparison for B/F on pitching motion

에 배플이 가까워질수록 W/L이 보다 작을 때부터 슬로싱 감쇠 효과가 감소하기 시작하다가 W/L이 0.5이상에서는 배플에 의한 슬로싱 감쇠효과가 급격히 감소하여 0.6이상에서는 오히려 수면 상승을 크게 하는 것으로 나타났다.

Fig. 6과 Fig.7은 사각탱크가 피칭운동을 할 때 W/L의 변화에 따른 ASD와 B/F 또는 B/F의 변화에 따른 ASD와 W/L의 관계를 나타내는 곡선이다. 피칭운동에서는 슬로싱 감쇠효과를 거의 볼 수 없었다. 그러나 배플이 수면에 가까이 위치할수록 ASD이 급격히 작아지는 것은 병진운동과 같은 경향을 보였다. 이는 배플이 수면에 가까이 있을 경우 슬로싱을 증대시키기 때문으로 보인다. 그래서 Fig. 6에서 W/L이 커질수록 슬로싱에 의한 변위가 커지는 것으로 해석된다. 또한 Fig. 7에서 보면 슬로싱에 의한 변위는 W/L이 커질수록 증가되며 B/F가 커질수록 즉, 배플이 수면 가까이 있을수록 더 크게 증가한다.

Fig. 8은 사각탱크가 병진운동할 때 W/L이 0.2이고 B/F가 0.5, F/L이 0.5일 때 주파수  $\omega$ 의 변화에 따른 표준편차를 나타낸다.  $\omega$ 가 증가함에 따라 표준편차가 급격히 커지는 것을 알 수 있다. 그러나 M. Serdar Celebi<sup>[5]</sup>에 따르면  $\omega$ 가 증가할수록 배플에 의한 슬로싱 감쇠효과가 커지고  $\omega = \omega_n$ 일 경우 즉, 공진 주파수일 경우 최대 감쇠효과를 가지며 이후 다시 감소하는 것으로 밝혔다.

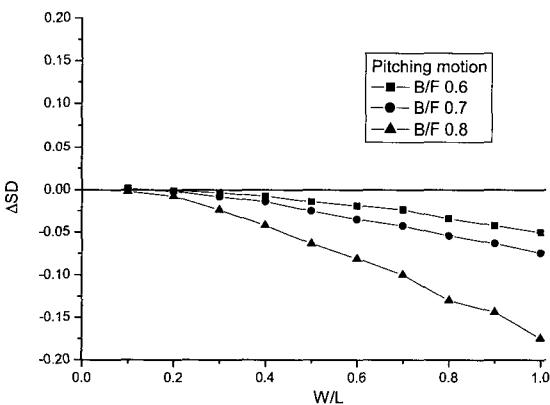


Fig. 7 ASD comparison for W/L on pitching motion

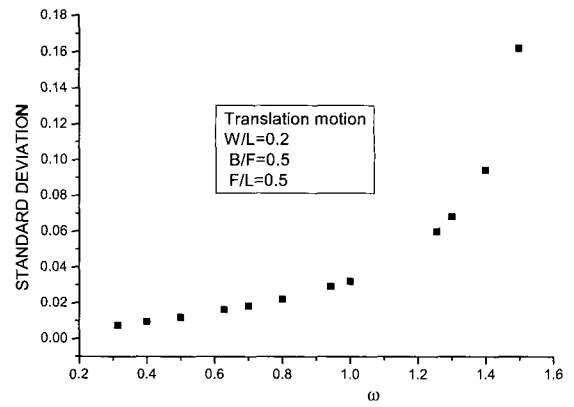


Fig. 8 Standard deviation comparison for  $\omega$  on translation motion

#### 4. 결론

본 연구에서는 SOLA-VOF방법을 적용하여 임의의 움직임을 갖는 사각탱크내의 슬로싱을 전산유체역학적으로 해석하여 배플에 의한 슬로싱 감쇠효과를 수면의 변위에 대한 표준편차를 이용하여 각 유형별로 비교해보았다. 사각탱크가 병진운동할 경우 배플위치가 수면에 가까울수록 슬로싱 감쇠효과가 증가하나 수면과의 높이비가 0.7이상에서는 다시 감소한다. 그리고 배플폭이 커질수록 슬로싱 감쇠효과가 증가하지만 W/L이 0.5이상에서 다시 감소한다. 그러나 피칭운동을 할 경우 배플에 의한 슬로싱 감쇠효과를 볼 수 없었으며 다만 경향은 비슷한 것으로 나타났다. 이로써 배플의 위치와 크기가 슬로싱에 많은 영향을 준다는 것을 알 수 있었다.

#### 후기

이 논문은 2000년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었습니다. (KRF-2000-E1104-E00006)

#### 참고문헌

- [1] F.H. Harlow and J.E. Welch, "Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface", Phys. Fluid, Vol.8 (1965), pp.2182-2189.
- [2] C.W. Hirt, A.A. Amsden and J.L. Cook, "An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Speed", J. Comput. Phys., Vol.14 (1974), pp.227-253.
- [3] C.W. Hirt and B.D. Nichols, "Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries", J. Comput. Phys., Vol.39 (1981), pp.201-225.
- [4] 조진래, 김민정, 이상영, 허진욱, "배플개수 및 내경변화에 따른 액체 저장탱크의 동역제 효과", 한국전산구조공학회지, 제15권, 제1호 (2002), pp147-154.
- [5] M. Serdar Celebi and Hakan Akyildiz, "Nonlinear modeling of liquid sloshing in a moving rectangular tank", Ocean Engineering, Vol.29, Issue12 (2002), pp.1527-1553.