

## 횡 방향으로 회전하는 구 주위의 유동특성

김동주\*·최해천\*\*

### Laminar Flow past a Sphere Rotating in the Transverse Direction

Dongjoo Kim\* and Haecheon Choi\*\*

**Key Words :** Sphere(구), Rotation(회전), Drag(항력), Lift(양력), Planar-symmetry(면대칭)

#### Abstract

Numerical simulations are conducted for laminar flow past a sphere rotating in the transverse direction, in order to investigate the effect of the rotation on the characteristics of flow over a sphere. The Reynolds numbers considered are  $Re=100, 250$  and  $300$  based on the free-stream velocity and the sphere diameter, and the rotational speeds are in the range of  $0 \leq \omega^* \leq 1$ , where  $\omega^*$  is the maximum velocity on the sphere surface normalized by the free-stream velocity. At  $\omega^*=0$  (without rotation), the flow past the sphere experiences steady axisymmetry, steady planar-symmetry and unsteady planar-symmetry, respectively, at  $Re=100, 250$  and  $300$ . However, with rotation, the flow becomes planar-symmetric for all the cases investigated and the symmetry plane is orthogonal to the axis of the rotation. The flow is also steady or unsteady depending on both the Reynolds number and the rotational speed, and the vortical structures behind the sphere are significantly modified by the rotation. For example, at  $Re=300$ , hairpin vortices completely disappear in the wake at  $\omega^*=0.4$  and  $0.6$ , and at  $\omega^*=1$  vortical structures of a high frequency are newly generated due to the shear layer instability. It is also shown that with increasing rotational speed, the time-averaged drag and lift coefficients increase monotonically.

#### 1. 서론

유동장 내에 존재하는 입자들은 흔히 구로 모델링 하기 때문에 구 주위의 유동장 해석은 입자의 거동과 관련하여 환경 및 공학 분야에서 매우 관심 있는 연구 주제가 되어 왔다. 또한 입자들은 유동장 속에서 일반적으로 회전하면서 움직이기 때문에, 회전하는 구 주위의 유동 특성을 정확하게 이해하는 것은 매우 중요한 일이라 할 수 있다.

구 주위의 유동장은 구의 회전 방향에 따라 매우 다른 특성을 갖는데, 주유동 방향으로 회전하는 경우와 횡 방향으로 회전하는 두 가지 경우로 나누어 볼 수 있다. 우선 횡 방향으로 회전하는 경우를 살펴보면, 거의 모든 연구가 구의 회전속도와 구에 작용하는 힘의 관계를 규명하는 것에 관심을 기울였다. 예를 들어 Rubinow와 Keller[1]는 매우 낮은 레이놀즈 수에 대하여 구의 회전속도와 힘에 관한 관계식을 수학적으로 유도하였고, Barkla와 Auchterlonie[2]는 높은 레이놀즈수에 대해 항력 및 양력을 실험적으로 측정하여 관계식을 유도하고자 하였다. 한편, 레이놀즈수가 낮지만 1보다는 큰 경우에 대해 최근에는 수치해석적인 연구를 수행하여 구의 회전속도와 힘의 관계를 밝히고자 한 노력도 있었다[3]. 하지만, 이전의 어떠한 연구자도 구의 회전으로 인한 3차원적인 유동 특성의 변화에 관심을 갖지는 않았다. 한편, 주유동 방향으로 회전하는 구에 대한 연구는 횡 방향에 비해 상대적으로 미비하였지만, 최근에 Kim과 Choi[4]가 항력 및

양력과 3차원 유동 특성의 변화에 대해 자세히 고찰한 바 있다. 따라서 본 연구에서는 횡 방향으로 회전하는 구 주위의 층류 유동장에 대해 수치해석을 수행함으로써, 구의 회전속도가 항력 및 양력뿐만 아니라 구 후류의 3차원적인 유동 특성에 어떤 영향을 주는지 살펴보고자 한다.

#### 2. 본론

##### 2.1 수치해석 방법

구 주위의 유동 특성을 수치적으로 해석하기 위해 지금까지 사용된 방법은 크게 두 가지로 구분할 수 있다. 하나는 body-fitted 격자계를 사용하는 것이고, 다른 하나는 가상경계방법(immersed boundary method)을 사용하는 것이다. 가상경계방법은 복잡한 물체 주위의 유동을 해석하기 위한 방법으로, 운동량 방정식에 momentum forcing을 도입함으로써 유동장 내에 존재하는 물체를 모사한다. 따라서, 복잡한 물체 주위의 유동장을 물체 표면과 일치하지 않는 직교 좌표계나 원통 좌표계를 이용하여 쉽게 해석할 수 있는 장점이 있다. 최근에 Fadlun 등[5]과 Kim 등[6]은 회전하지 않는 구 주위의 층류 유동을 가상경계방법을 이용하여 정확히 해석하였고, Kim과 Choi[4]는 Kim 등[6]의 방법을 이용하여 주유동 방향으로 회전하는 구 주위의 층류 유동을 해석한 바 있다. 본 연구에서는 Kim과 Choi[4]에서와 같이 Kim 등[6]이 제안한 가상경계방법을 원통 좌표계에서 사용하였다.

Fig. 1은 좌표계와  $Re=100$ 의 계산에 사용된 격자계의 단면을 나타내며, 본 연구에서는 설명의 편의를 위하여 원통 좌표계( $x, r, \theta$ ) 이외에 직교 좌표계( $x, y, z$ )를 함께 정의하였다. 전체 계산영역

\* KISTI 슈퍼컴퓨팅센터, kdj@hpcnet.ne.kr

\*\* 서울대학교 기계항공공학부, choi@socrates.snu.ac.kr

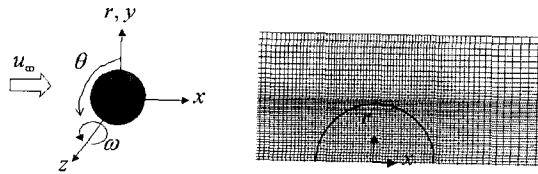


Fig. 1 Coordinate system and typical mesh near a sphere for  $Re=100$ .

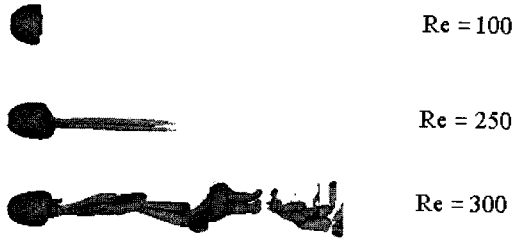


Fig. 2 Vortical structure behind a stationary sphere.

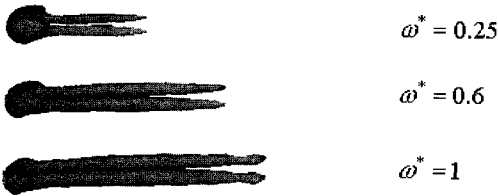


Fig. 3 Modification of vortical structures owing to the rotation at  $Re=100$ .

은  $-15d < x < 15d$ ,  $0 < r < 15d$ ,  $0 < \theta < 2\pi$  이며,  $x$ ,  $r$ ,  $\theta$  는 각각 주유동 방향, 반경 방향, 원주 방향을 나타낸다. 경계조건은 입구 및 원거리에서 Dirichlet 경계조건을 사용하였고, 출구에서는 대류경계조건을 사용하였다. 사용된 격자의 수는  $Re=100$ ,  $250$ ,  $300$  각각에 대해  $145(x) \times 61(r) \times 40(\theta)$ ,  $193(x) \times 61(r) \times 40(\theta)$ ,  $289(x) \times 161(r) \times 40(\theta)$  이다.

## 2.1 회전하지 않는 구 주위의 유동장

회전하는 구 주위의 유동장과 비교하기 위하여, 회전하지 않는 구 주위의 유동장에 대한 수치해석을 먼저 수행해 보았다. 본 연구에서는  $Re=100$ ,  $250$  및  $300$ 에 대하여 계산을 수행하였으며, 각각의 레이놀즈수는 정상 축대칭 유동 ( $Re \leq 200$ ), 정상 면대칭 유동 ( $210 \leq Re \leq 270$ ), 비정상 면대칭 유동 ( $280 \leq Re \leq 375$ )의 대표값이다[4,7,8,9].

Fig. 2는 각각의 레이놀즈수에서 회전하지 않는 구 주위의 3차원 와류 구조(vortical structure)를 나타낸 것으로, 본 연구에서는 Jeong과 Hussain[10]의 방법을 사용하였다. 그림에서 알 수 있듯이  $Re=100$ 에서 유동장은 축대칭을 이루며, 후류 영역에 어떠한 와류 구조도 발생하지 않는다. 반면,  $Re=250$ 에서는 유동장이 축대칭의 성질을 잃고 면대칭이 되며, 주유동 방향으로 늘어선 한 쌍의 와류 구조가 구 후류에 형성된다. 또한  $Re=300$ 에서는 머리핀 모양의 와류 구조(hairpin vortex)가 생성되어 하류도 떠나려가는데, 유동장은 비정상 면대칭의 성질을 나타낸다.

## 2.2 회전하는 구 주위의 유동장

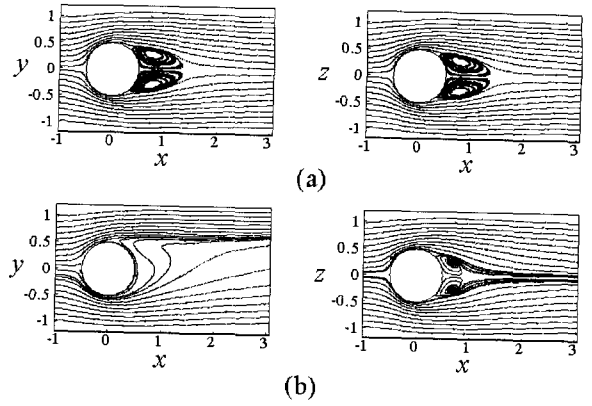


Fig. 4 Streamlines on the  $(x,y)$ - and  $(x,z)$ -planes at  $Re=100$ : (a)  $\omega^*=0$ ; (b)  $\omega^*=0.25$ .

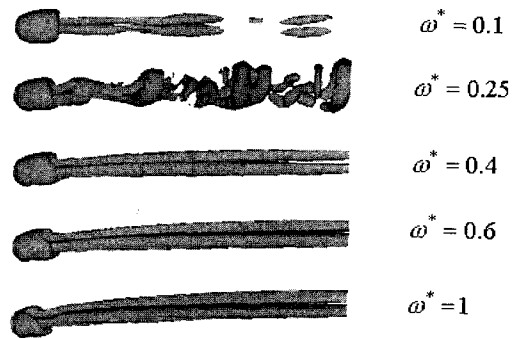


Fig. 5 Modification of vortical structures owing to the rotation at  $Re=250$ .

$Re=100$ ,  $250$ ,  $300$  각각에 대해 구가 회전하지 않는 경우의 유동장을 초기 유동장으로 하여, 구가 회전할 때의 유동장을 수치해석 하였다. 이때, 구의 회전방향은 Fig. 1에 나타난 바와 같이  $z$ 축 방향과 일치하며, 구의 반경  $R$ 과 입구속도  $u_\infty$ 를 이용하여 무차원화한 회전속도 ( $\omega^* = \omega R / u_\infty$ )는 0에서 1 사이의 값이다. 구의 회전에 의한 유동장의 특성 변화는 아래에 기술한 바와 같이 레이놀즈수에 따라 매우 달랐다.

Fig. 3은  $Re=100$ 의 경우에 대해 구의 회전속도에 따른 3차원 와류 구조의 변화를 나타낸다. 축대칭을 이루던 유동장이 구를 회전시키며 따라 면대칭으로 바뀌며 하류에 한 쌍의 와류 구조가 발생하는데, 구가 회전하지 않는  $Re=250$ 의 와류 구조(Fig. 2)와 매우 유사하다. 또한 이러한 와류 구조는 회전속도를 증가시키며 따라 주유동 방향으로 길어지는 것을 관찰할 수 있다.

Fig. 4는  $Re=100$ 에서 구 근처의 유동장에 대해  $(x,y)$ -단면과  $(x,z)$ -단면의 유선을 나타낸 것으로, 구가 회전함에 따라 축대칭의 재순환 영역이 변형되는 것을 알 수 있다. 즉,  $\omega^*=0.25$ 일 때  $(x,y)$ -단면에서는 재순환 영역이 완전히 사라지며,  $(x,z)$ -단면에서는 재순환 영역의 크기가 현저히 감소한다. 또한 면대칭을 이루는 유동장의 대칭면이 회전축( $z$ 축)에 수직인  $(x,y)$ -단면을 Fig. 4를 통해 알 수 있다.

Fig. 5는 구의 회전속도에 따른  $Re=250$ 에서의 3차원 와류 구조의 변화를 나타낸다. 회전속도가 작은 경우( $\omega^*=0.1$ ,  $0.25$ ) 정상 면대칭의 유동은 비정상 면대칭 유동으로 천이가 되며, 특히 회전속도가  $0.25$ 일 때의 와류 구조는 구가 회전하지 않는

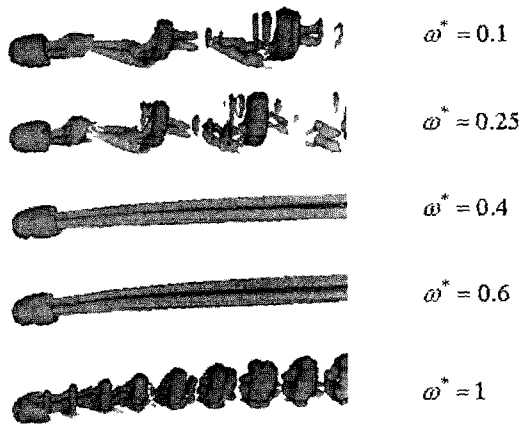


Fig. 6 Modification of vortical structures owing to the rotation at  $Re=300$ .

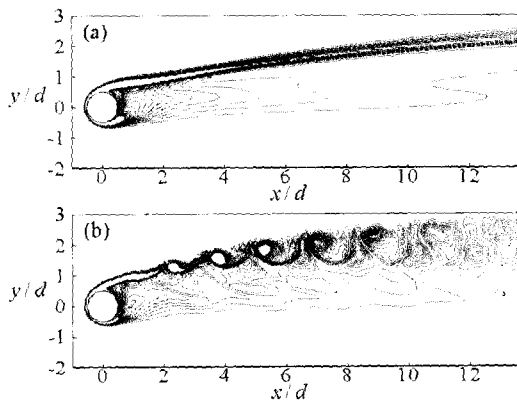


Fig. 7 Contours of azimuthal vorticity on the  $(x,y)$ -plane at  $Re=300$ : (a)  $\omega^*=0.6$ ; (b)  $\omega^*=1$ .

$Re=300$ 에서의 와류 구조와 매우 유사하다. 하지만, 회전속도가 0.4 이상이 되면 유동장은 다시 정상 면대칭 유동이 되며, 주유동 방향으로 긴 한 쌍의 와류 구조가 구 후류에 안정적으로 나타난다. 여기서 주목할만한 사실은 구가 회전하는 경우에 유동장의 대칭면은 회전축에 수직인  $(x,y)$ -단면이며, 회전하지 않는 경우의 대칭면과는 무관하다는 사실이다. 대칭면에 관한 이러한 특징은  $Re=300$ 에서도 마찬가지로 발견되었다.

Fig. 6은 구의 회전속도에 따른  $Re=300$ 에서의 3차원 와류 구조의 변화를 나타낸다. 비정상 면대칭의 유동장이 회전속도가 작은 0.1과 0.25인 경우에는 여전히 비정상 상태를 유지하며, 머리핀 모양의 와류 구조가 쇄빙되는 것을 볼 수 있다. 반면, 회전속도가 0.4와 0.6인 경우에는  $Re=250$ 에서와 마찬가지로 구의 회전으로 인해 유동장이 정상 상태가 된다. 그러나, 회전속도가 가장 큰 1의 경우에는  $Re=250$ 에서와 달리 유동장이 다시 비정상 상태가 되며, 후류에 높은 주파수 성분의 와류 구조가 형성된다. 이러한 와류 구조의 생성은 Fig. 7을 통해 알 수 있듯이 구 주위에 형성된 전단층(shear layer)의 불안정성 때문이라고 생각된다. 즉, 회전속도가 0.6인 경우에는 구 뒷면에 주유동 방향으로 길고 폭이 얇은 전단층이 안정적으로 형성되어 있지만, 회전속도가 1인 경우에는 전단층이 약  $x \approx 2d$ 에서부터 불안정해지기 시작하고, 그 결과 보텍스가 형성되어 하류로 떨어내려간다.

Table 1은 이상의 내용을 표로 정리한 것으로 구가 회전하는 경우에 유동장은 모두 면대칭의 성질을 갖지만, 레이놀즈수와

Table 1 Flow characteristics depending on the Reynolds number and the rotational speed. S, U, A and P denote, respectively, steady, unsteady, axisymmetric and planar-symmetric flows.

		$\omega^*$					
		0	0.1	0.25	0.4	0.6	1
Re	100	S	S	S	S	S	S
		A	P	P	P	P	P
	250	S	U	U	S	S	S
		P	P	P	P	P	P
	300	U	U	U	S	S	U
		P	P	P	P	P	P

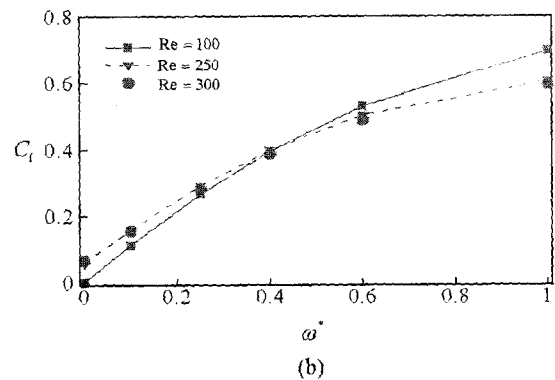
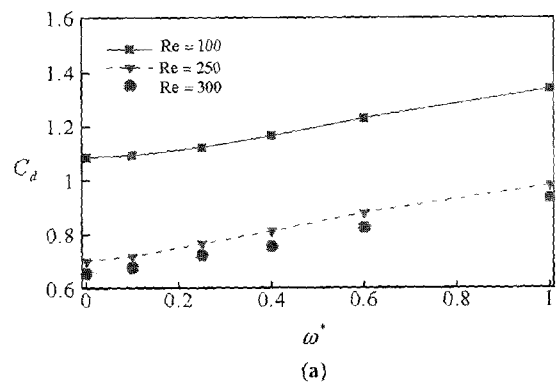


Fig. 8 Variation of drag and lift coefficients with respect to the rotational speed: (a) drag; (b) lift.

구의 회전속도에 따라 정상 또는 비정상 유동장으로 천이된다는 사실을 한 눈에 알 수 있다. 정상 축대칭인  $Re=100$ 의 유동장은 회전을 가하면 모두 정상 면대칭이 되며, 정상 면대칭인  $Re=250$ 의 유동장은 회전속도를 증가시키기에 따라 비정상 유동이 되었다가 다시 정상 유동으로 바뀐다. 또한, 비정상 면대칭인  $Re=300$ 의 유동장은 회전속도가 낮은 경우에는 비정상 상태를 유지하다가 0.4 이상이 되면 정상 유동으로 바뀌며, 회전속도가 가장 큰 1의 경우에는 다시 비정상 유동으로 천이된다.

Fig. 8은 항력 및 양력계수를 회전속도의 함수로 나타낸 것으로, 비정상 유동의 경우에는 시간 평균된 값이다. 계산을 수행한 모든 레이놀즈수에 대하여 회전속도가 증가할수록 항력계수가 증가하였다. 또한 같은 회전속도에서는 회전하지 않는 경우와

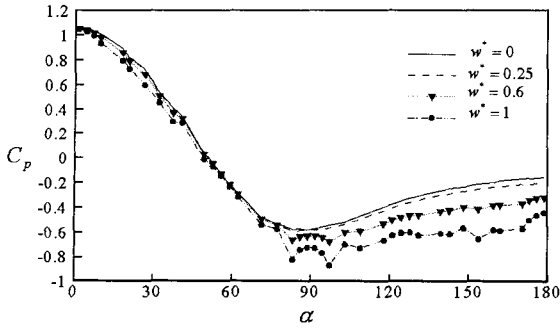


Fig. 9 Variation of the pressure coefficient along the sphere surface with respect to the rotational speed at  $Re=100$ .

마찬가지로 레이놀즈수가 클수록 항력계수가 감소하였다. 한편, 양력계수도 항력계수와 마찬가지로 회전속도가 증가할수록 증가하였다. 하지만, 같은 회전속도에서 회전속도가 낮은 경우에는 레이놀즈수가 높은 경우( $Re=250, 300$ )에 양력계수가 크지만, 회전속도가 큰 경우에는 반대로 레이놀즈수가 낮은 경우( $Re=100$ )에 양력계수가 컸다.

Fig. 9는  $Re=100$ 의 경우에 대해 구 표면의 압력계수를 나타낸 것이며, 여기서  $\alpha$ 는  $-x$ 축에 대한 각도이다. 그림에서 알 수 있듯이 회전속도가 증가할수록 구 후면의 압력은 현저히 감소하지만 전면의 압력은 그다지 변하지 않으므로, 압력항력이 증가하였고 전체적인 항력의 증가를 가져왔다. 이와 같이 구의 회전으로 인한 구 후면의 압력강하 현상은 계산을 수행한 모든 레이놀즈수에서 관찰되었다.

#### 4. 결론

횡 방향으로 회전하는 구 주위의 층류 유동장을 가상경계방법을 이용하여 수치해석 하였고, 구의 회전으로 인한 항력 및 양력 특성과 후류의 3차원 와류 구조를 살펴보았다. 구를 회전시킬 경우 구 주위의 유동장은 회전하기 전의 상태에 관계없이 모두 면대칭의 특성을 나타내었고, 대칭면은 회전축에 수직이었다. 하지만, 레이놀즈수 및 회전속도에 따라 유동장은 매우 다른 특성을 나타냈으며, 후류의 와류 구조도 급격히 변화하였다. 예

를 들어  $Re=300$ 의 경우에 회전속도를 증가시키기에 따라 유동장은 정상 유동을 거쳐 다시 비정상 유동으로 바뀌었으며, 이는 구 윗면에 형성된 얇은 전단층의 불안정성 때문이라고 판단된다. 또한 계산을 수행한 모든 레이놀즈수에서 구의 회전속도를 증가시키기에 따라 항력 및 양력계수는 모두 증가하였고, 구 후면의 압력이 급격하게 떨어져 압력항력이 증가하였다.

#### 참고문헌

- [1] Rubinow, S. I. and Keller, J. B., The transverse force on a spinning sphere moving in a viscous fluid, *J. Fluid Mech.*, Vol. 11 (1961), pp. 447-459.
- [2] Barkla, H. M. and Auchterlonie, L. J., The magnus and robins effect on rotating spheres, *J. Fluid Mech.*, Vol. 47 (1971), pp. 437-448.
- [3] Kurose, R. and Komori, S., Drag and lift forces on a rotating sphere in a linear shear flow, *J. Fluid Mech.*, Vol. 384 (1999), pp. 183-206.
- [4] Kim, D. and Choi, H., Laminar flow past a sphere rotating in the streamwise direction, *J. Fluid Mech.*, Vol. 461 (2002), pp. 365-386.
- [5] Fadlun, E. A., Verzicco, R., Orlandi, P. and Mohd-Yusof, J., Combined immersed-boundary finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations., *J. Comput. Phys.*, Vol. 161 (2000), pp. 35-60.
- [6] Kim, J., Kim, D. and Choi, H., An immersed-boundary finite volume method for simulations of flow in complex geometries, *J. Comput. Phys.*, Vol. 171 (2001), pp. 132-150.
- [7] Mittal, R., Planar symmetry in the unsteady wake of a sphere, *AIAA J.*, Vol. 37 (1999), pp. 388-390.
- [8] Johnson, T. A. and Patel, V. C., Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300, *J. Fluid Mech.*, Vol. 378 (1999), pp. 19-70.
- [9] Sakamoto, H. and Haniu, H., A study on vortex shedding from spheres in a uniform flow, *J. Fluids Eng.*, Vol. 112 (1990), p. 386-392.
- [10] Jeong, J. and Hussain, F., On the identification of a vortex, *J. Fluid Mech.*, Vol. 285 (1995), pp. 69-94.