

# 해저 연약 지반 주행차량의 3차원 동역학 해석 기법

홍섭\* · 김형우\* · 최중수\*  
\*한국해양연구원 해양개발시스템연구본부

## A Method for 3-D Dynamic Analysis of Tracked Vehicles on Soft Terrain of Seafloor

SUP HONG\*, HYUNG-WOO KIM\* AND JONG-SU CHOI\*

\*Korea Research Institute of Ships and Ocean Engineering, KORDI  
Daejeon, Korea

**KEY WORDS:** Tracked vehicle, 3D transient analysis, cohesive soil model, Newmark's method, seafloor

**ABSTRACT:** A simplified 3D dynamic model of tracked vehicle crawling on cohesive soft soil is investigated. The vehicle is assumed as rigid body with 6-dof. Cohesive soft soil is modeled through relations: pressure to sinkage, shear displacement to shear stress, and shear to dynamic sinkage. Equations of motion of vehicle are derived with respect to the body-fixed coordinates. In order to investigate 3D transient dynamics of tracked vehicle, Newmark's method is employed based on incremental-iterative algorithm. 3D dynamic simulations are conducted for a tracked vehicle model and steering performance is investigated.

### 1. 서론

Bekker(1956)의 선구적인 연구 이후에, 궤도 차량의 성능을 향상시키기 위해 많은 연구가 있었다. 특히 연약 지반에서는 트랙, 로드 휠, 토양간의 상호작용이 너무나 복잡하기 때문에 압력-침하 및 전단응력-전단력에 관한 기본이론을 사용하는데에는 제한이 따른다. Wong *et al.* (1984)은 반복적인 전단 하중에 대한 지면의 응답을 고려한 차량 궤도의 수직 압력 분포 예측을 위한 해석적 방법을 개발하였다. Kitano and Kuma (1977)은 시간영역에서의 무한궤도 차량의 조향성능에 관한 해석적인 방법을 개발하였다. 이때, 트랙의 전단력은 로드 휠에서의 지반 압력을 이용하여 쿨롱마찰의 형태로 계산되었고, 차량의 운동은 평면운동으로 가정하였다. Baladi and Rohani (1978)는 보다 포괄적인 지반 모델에 기초하여 트랙에 대한 전단응력의 분포를 고려한 정상상태의 동역학 해석 방법을 개발하였다. Murakami *et al.* (1992)는 연약 지반에서의 무한 궤도 차량의 3차원 동역학 해석에 대한 수학적 모델을 제안하였다. 궤도차량에 대한 동특성 해석은 궤도차량의 설계에 있어 아주 중요하다.

본 논문에서는 무한궤도 차량의 설계 및 제어 기법 개발에 응용할 수 있는 과도기(transient) 동역학 해석 방법을 개발하였다. 연약한 지반에 대한 궤도 차량의 과도기 동역학 해석을 위해서 궤도 차량을 강체로 가정하고 Murakami 등에 의해 제안된 궤도 차량의 수학적 모델을 확장하였다. 지반은 기울기가 영(zero)인 평탄한 것으로 가정하였다. 운동방정식에 대한 시적분은 뉴턴 방법에 Newmark 수치적분법을 적용하였다. 비선형

동역학 해석 프로그램이 FORTRAN으로 개발되었으며, 궤도 차량에 대한 3차원 과도기 해석에 대한 실시간 해석이 가능하도록 하였다.

### 2. 차량의 기구학

#### 2.1 좌표계

본 논문에서는 Fig. 1와 같이 두 개의 직교 좌표계가 사용되었다. 즉, 공간고정 좌표계 ( $X_1, X_2, X_3$ )와 차량고정 좌표계 ( $x_1, x_2, x_3$ )이다. 차량고정 좌표계의 원점은 차량의 무게중심에 위치한다. ( $X_1, X_2, X_3$ )와 ( $x_1, x_2, x_3$ )의 단위 벡터는 각각 ( $E_1, E_2, E_3$ )과 ( $e_1, e_2, e_3$ )로 표현하였다.

Tait-Bryan 각(角),  $\theta_i$  ( $i = 1 \sim 3$ )을 사용하여 차량의 자세를 표현하였다 (Fig. 2).

$$\{e\} = [U]\{E\} \quad (1)$$

여기서  $\{e\} = [e_1, e_2, e_3]^T$ ,  $\{E\} = [E_1, E_2, E_3]^T$ , 윗첨자 T는 벡터 transpose를 의미하고, Tait-Bryan에 의해 표현되는  $3 \times 3$  행렬은 다음과 같다.

$$U = \begin{pmatrix} c_2c_3 & c_1s_3 + s_1s_2c_3 & s_1s_3 - c_1s_2c_3 \\ -c_2s_3 & c_1c_3 - s_1s_2s_3 & c_1c_3 + c_1s_2s_3 \\ s_2 & -s_1c_2 & c_1c_2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

여기서  $c_i = \cos \theta_i$ ,  $s_i = \sin \theta_i$ , ( $i = 1 \sim 3$ )이다.

## 2.2 위치, 속도, 가속도

차량의 임의의 점에 대한 위치벡터  $X(t)$ 는 다음과 같다.

$$X(t) = X_C + x \quad (3)$$

여기서  $X_C$ 는 공간고정 좌표계에 대한 차량고정 좌표계의 원점의 좌표이고,  $x$ 는 시간과 무관한 차량의 임의의 점의 위치벡터이다.

트랙의 지면에 접촉하는 국부 위치벡터는 다음과 같다.

$$x^{(j)} = x_1^{(j)} e_1 + x_2^{(j)} e_2 - H e_3 \quad (4)$$

여기서  $H$ 는 지면에 대한 차량 무게중심의 높이,  $j=1$ 은 좌측 트랙을,  $j=2$ 는 우측 트랙을 나타낸다.

차량의 임의 위치의 속도벡터는 식 (3)을 시간 미분하여 구한다.

$$V(t) = \dot{X}(t) = V_C(t) + \omega \times x \quad (5)$$

여기서 차량의 무게중심의 병진속도  $V_C(t)$ 와 회전 속도  $\omega$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$V_C(t) = \dot{X}_C(t) \quad (6)$$

$$\omega = T \dot{\theta} \quad (7)$$

여기서,

$$T = \begin{pmatrix} c_2 c_3 & s_3 & 0 \\ -c_2 s_3 & c_3 & 0 \\ s_2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

차량의 임의의 점에 대한 가속도와 각가속도는 식 (5)와 (7)을 시간에 대해 미분하면 구할 수 있다.

$$A(t) = \dot{V} = A_C(t) + \dot{\omega} \times x + \omega \times (\omega \times x) \quad (9)$$

$$\dot{\omega} = T \ddot{\theta} + S \dot{\theta} \quad (10)$$

여기서,

$$S = \begin{pmatrix} -\dot{\theta}_2 s_2 c_3 - \dot{\theta}_3 c_2 s_3 & \dot{\theta}_3 c_3 & 0 \\ \dot{\theta}_2 s_2 s_3 - \dot{\theta}_3 c_2 c_3 & \dot{\theta}_3 s_3 & 0 \\ \dot{\theta}_2 c_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

차량 무게중심의 가속도 벡터는 다음과 같이 정의된다.

$$A_C(t) = \dot{V}_C(t) = \sum_{i=1}^3 \dot{V}_{C_i} e_i + \omega \times V_C \quad (12)$$

## 2.3 미끄럼 속도(slip velocity)

차량에 대한 상대적인 트랙 속도  $V_k^{(j)} e_1$ 은 트랙의 미끄럼을 발생시킨다. 트랙의  $x^{(j)}$  지점의 미끄럼 속도는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} V_s^{(j)}(x, t) &= V(x, t) - V_k^{(j)} e_1 \\ &= V_C(x, t) + \omega \times x^{(j)} - V_k^{(j)} e_1 \\ &= \dot{s}_1^{(j)} e_1 + \dot{s}_2^{(j)} e_2 + \dot{s}_3^{(j)} e_3 \end{aligned} \quad (13)$$

각 성분들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{s}_1^{(j)}(x, t) &= V_{C_1} - V_k^{(j)} - \omega_2 H - \omega_3 x_2^{(j)} \\ \dot{s}_2^{(j)}(x, t) &= V_{C_2} - \omega_3 x_1^{(j)} - \omega_1 H \\ \dot{s}_3^{(j)}(x, t) &= V_{C_3} - \omega_2 x_1^{(j)} - \omega_1 x_2^{(j)} \end{aligned} \quad (14)$$

## 3. 운동 방정식

차량고정좌표계에 대한 뉴턴 제 2법칙으로 유도한 차량의 운동방정식과 운동량 보존 방정식은 다음과 같다.

$$m A_C(t) = \sum_{j=2}^2 F_s^{(j)}(t) - W \cdot E_3 + F_w \quad (15)$$

$$\frac{d}{dt}(I \omega(t)) = \sum_{j=1}^2 M_s^{(j)} + M_w \quad (16)$$

여기서,

$$m = \begin{pmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} \end{pmatrix}, I = \begin{pmatrix} I_{11} & 0 & 0 \\ 0 & I_{22} & 0 \\ 0 & 0 & I_{33} \end{pmatrix} \quad (17)$$

식 (15)와 (16)에서,  $F$ 와  $M$ 은 차량에 대한 외력과 모멘트이다.  $W$ 는 차량의 자중이며, 아래첨자  $s$ 는 지반 저항을 표시하며, 아래첨자  $w$ 는 유체저항을 나타낸다.

## 4. 토양 모델

### 4.1 전단변위와 침하

트랙에 대한 토양의 전단변위는 식 (14)의 미끄럼 속도의 시적분을 통하여 구할 수 있다.

$$s_1^{(j)}(x, t) = \int_0^t \dot{s}_1^{(j)} dt \quad (18)$$

$$s_2^{(j)}(x, t) = \int_0^t \dot{s}_2^{(j)} dt$$

Fig. 3과 Fig. 4는 트랙에 대한 진행방향과 측면방향의 전단변위 분포를 도식적으로 보여준다.

토양의 전단변위는 부가적인 동적침하를 발생시키는데, 그 표현은 다음과 같다.

$$i_d = -c_0 \left( \frac{p}{p_{crit}} \right)^{c_1} \cdot s^{c_2} \quad (19)$$

여기서,  $p$ 는 접지압,  $s$ 는 전단변위를 가리키며, 상수  $c_0$ 와 지수  $c_1$ 과  $c_2$ 는 실험에서 구해진 값들이다.

차량의 총침하는 정적침하( $i_s$ )와 동적침하( $i_d$ )로 구성된다.

$$i_{tot} = i_s + i_d \quad (20)$$

만약,  $X_{B3}$ 가 지면의 높이를 나타내면 다음과 같이 얻어진다.

$$i_{tot} = X_{C_3} + x_1^{(j)} U_{13} + x_2^{(j)} U_{23} - H U_{33} - X_{B3} \quad (21)$$

여기서,  $U_{13}$ ,  $U_{23}$ ,  $U_{33}$ 는 Fig. 2의 행렬의 성분이다.

### 4.2 수직 응력과 전단응력

토양의 수직응력은 차량의 지면 압력으로 표시되고, 압력-침하간의 관계식에 의해 얻어진다. 이에 반해 전단변위에 의해 발생하는 토양의 전단응력은 견인력과 모멘트를 발생시킨다. 연약한 점착성 토양은 심한 비선형을 보여준다(예, Hong and Choi, 2001).

지면의 압력은 아래와 같이 정적침하의 함수로 나타낸다.

$$p = p^*(1 - K_1 \cdot i_s)(1 - e^{-K_2 \cdot i_s}) \quad (22)$$

Fig. 5는 압력-침하 특성곡선을 보여준다.

Wong (1993)은 점착성 토양의 전단 응력을 다음의 함수로 제안하였다.

$$\tau = \frac{\tau_m}{E} \left[ 1 + \left( \frac{E}{1 - e^{-1}} - 1 \right) e^{\frac{1-s}{k_w}} \right] \left( 1 - e^{-\frac{s}{k_w}} \right) \quad (23)$$

여기서,  $\tau_m$ 은 최대 전단응력이고,  $E$ 는 잔류응력에 대한 최대 전단응력의 비이다.  $k_w$ 는 최대 전단응력이 발생하는 전단변위이고,  $s$ 는 전단변위이다. 함수특성 곡선은 Fig. 6과 같다.

점착성 토양의 최대 전단응력은 아래와 같이 표현된다 (Baladi and Rohari, 1978).

$$\tau_m = C + C_d(1 - e^{-\mu s}) + p \tan \phi \quad (24)$$

여기서,  $C$ 는 점착력(cohesion)이고,  $C_d$ 와  $\mu$ 는 물질상수이며,  $\phi$ 는 내부 마찰각이고,  $s$ 는 전단속도이다.

### 4.3 토양 저항력과 모멘트

차량에 작용하는 토양 저항력과 모멘트는 트랙의 접촉부위의 수직응력과 전단응력의 적분으로 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_{s_1}^{(j)} &= \int \int_A \tau_1^{(j)} dA \\ F_{s_2}^{(j)} &= \int \int_A \tau_2^{(j)} dA \\ F_{s_3}^{(j)} &= \int \int_A p^{(j)} dA \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} M_{s_1}^{(j)} &= \int \int_A x_2^{(j)} p^{(j)} dA + H \cdot F_{q_2}^{(j)} \\ M_{s_2}^{(j)} &= \int \int_A x_1^{(j)} \tau_1^{(j)} dA - H \cdot F_{q_3}^{(j)} \\ M_{s_3}^{(j)} &= \int \int_A (x_1^{(j)} \tau_2^{(j)} - x_2^{(j)} \tau_1^{(j)}) dA \end{aligned} \quad (26)$$

토양의 다짐저항(compaction resistance)은 지면을 압축시키는 일을 차량의 길이로 나눴으므로써 구할 수 있다.

$$R_C = \frac{1}{L} \int_A \int_0^i p(x, t) dx_3 dA \quad (27)$$

차량의 전진시 불도징 저항뿐만 아니라 트랙 측벽의 토양저항은 수동토압(passive earth pressure) 이론에 의해 추정 가능하다(Wong 1993).

## 5. 유체 저항

매우 낮은 해저 주행속도를 고려하여 관성력 항을 제외한 유체저항은 다음과 같이 산출된다.

$$F_w = \frac{\rho_w}{2} C_D A_p (V_w - V_C) |V_w - V_C| \quad (28)$$

여기서,  $\rho_w$ 는 물에서의 밀도이고,  $A_p$ 는 차량의 투영면적이다.  $C_D$ 는 차량의 항력계수이다.  $V_w$ 는 조류 속도이다. 차량에 작용하는 유체저항모멘트는 고려하지 않았다.

## 6. 수치 해석 방법

식 (15)와 (16)의 운동방정식은 비선형 방정식으로 표시된다.

$$g(z, \dot{z}, \ddot{z}) = 0 \quad (29)$$

여기서,  $z$ 는 차량에 중심과 자세로 구성된다.

$$z \equiv [X_{C_1}, X_{C_2}, X_{C_3}, \theta_1, \theta_2, \theta_3]^T \quad (30)$$

식 (29)에 Newmark 적분공식을 적용하면 다음과 같다.

$$\Psi = \begin{bmatrix} g(z, \dot{z}, \ddot{z}) \\ \dot{z} - a_1(z - z_p) + a_2 \dot{z}_p + a_3 \ddot{z}_p \\ \dot{z} - b_1(z - z_p) + b_2 \dot{z}_p + b_3 \ddot{z}_p \end{bmatrix} = 0 \quad (31)$$

여기서,  $a_i, b_i (i=1\sim 3)$ 는 Newmark 적분식에서 도출되는 상수이다.

식 (31)에 미소증분-반복 알고리즘을 적용하여 해를 구하면 다음과 같다.

$$\Psi_q \Delta q = -\Psi \quad (32)$$

$$q^{i+1} = q^i + \Delta q$$

여기서,  $q = [z^T, \dot{z}^T, \ddot{z}^T]^T$ 이다.

## 7. 수치해석과 검토

### 7.1 차량과 토양 모델

Table 1은 수치해석을 위한 차량의 주요 재원을 보여준다.

Table 1. Data of tracked vehicle model

Weight	W	40 kN
Mass	m	5 Ton
Mass center	L <sub>1</sub>	1.5 m(mid-point)
Width of track belt	D	1 m
Contact length of track belt	L	3 m
Centerline distance of tracks	B	2 m
Height of mass center	H	1.5 m

점착성 토양 모델의 상수는 Table 2에 나타내었다.

Table 2. Data of soil model

Pressure-sinkage model	K <sub>1</sub> , K <sub>2</sub>	2.0 [m <sup>-1</sup> ], 47.0 [m <sup>-1</sup> ]
	p*	10 kPa
	C	4 kPa
Shear stress model	E	27
	k <sub>w</sub>	0.04 m
	φ	0 deg
	C <sub>d</sub>	0.0
Dynamic sinkage model	p <sub>crit</sub>	6.5 kPa
	C <sub>0</sub> , C <sub>1</sub> , C <sub>2</sub>	0.11, 1.0, 1.0

## 7.2 수치 해석 결과

수치해석은 차량이 정지상태에서 직진으로 가속하다가 일정 시간 이후 조향을 시작하는 조건으로 수행하였다. 시간적분은 시간간격  $\Delta t = 0.01$ 초에 대해 수행되었다. 좌측트랙에 대한 우측트랙의 속도비인 조향비(Steering Ratio: SR)가 1.1과 1.2인 조건에 대한 차량의 선회특성을 시뮬레이션 하였다. 이때, 좌측트랙 속도는 0.5 m/s와 1.0m/s의 두 경우를 선택하였다.

4가지 조건의 시뮬레이션 결과의 예를 Fig. 7 - Fig. 12에 나타내었다. Fig. 7과 Fig. 8은 좌우 트랙의 슬립(slip)을 보여준다. 이때, 슬립의 정의는 다음과 같다.

$$\lambda^{(j)} = 1 - V_{C_i} / V_K^{(j)} \quad (34)$$

그림에서처럼 조향 중에는 안쪽 트랙에는 제동력이, 바깥쪽 트랙에는 추진력이 발생하는 것을 알 수 있다.

Fig. 9와 Fig. 10은 트랙의 속도와 조향에 따른 회전 곡선을 보여준다. 그림에서 보는 바와 같이 차량의 선회반경은 트랙의 속도보다는 트랙의 조향비에 의해 결정된다.

차량의 수직 운동과 pitch 및 roll 운동은 Fig. 11과 Fig. 12에 나타내었다. 차량의 응답은 동적 침하가 증가함에 따라 더 크게 발생하는 것이 확인되며, 이런 동적 침하는 조향시 전단 변위의 증가에 의해 더 크게 증가하는 것을 알 수 있다.

## 8. 결론

본 논문에서 매우 연약한 지반에 대한 무한궤도 차량의 3차원 과도기 해석 기법이 개발되었으며, 수치해석을 통해서 아래의 결론을 도출하였다.

- 미소증분-반복 알고리즘을 이용한 시간영역 적분에 의해 연약 지반을 주행하는 무한궤도 차량의 실시간 해석이 가능하였다
- 연약한 지반에 대한 궤도 차량의 주행성능과 조향성능에 관한 다양한 연구가 가능하게 되었다.

향후, 궤도의 그라우저 효과에 관한 실험적 연구가 보완되어야 한다.

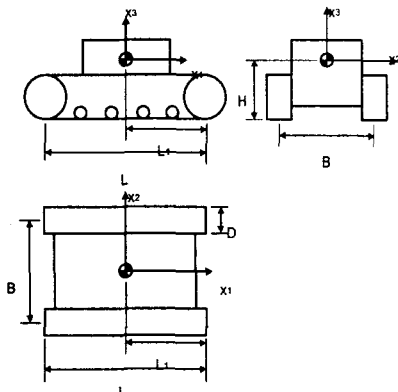


Fig. 1 Vehicle model and body-fixed coordinates

## 후기

본 연구는 국가 프로젝트인 "심해저 집광시스템 및 채광운용기술 개발" 과제의 일부분으로 수행되었습니다.

## REFERENCES

- Baladi, GY and Rohani, B (1978): A mathematical model of terrain vehicle interaction for predicting the steering performance of track-laying vehicles, presented at the 6th ISTVS conference, pp. 285-332.
- Bekker, MG (1956): Theory of Land Locomotion, University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan.
- Hong, S and Choi, JS (2001): Experimental Study on Grouser Shape Effects on Trafficability of Extremely Soft Seabed, Proceedings of the 4th Ocean Mining Symposium, Szczecin, Poland, pp. 115-121.
- Kitano, M and Kuma, M (1977): An analysis of horizontal plane motion of tracked vehicles, Journal of Terramechanics, Vol. 14, pp. 211-225.
- Murakami, H, Watanabe, K and Kitano, M (1992): A mathematical model for spatial motion of tracked vehicles on soft ground, Journal of Terramechanics, Vol. 29, pp. 71-81.
- Muro, T (1991): Optimum Track Belt Tension and Height of Application Forces of a Bulldozer Running on Weak Terrain, Journal of Terramechanics, Vol. 28, No. 2/3, pp. 243-268.
- Wong, JY, Garber, M and Preston-Thomas, J (1984): Theoretical prediction and experimental substantiation of the ground pressure distribution and tractive performance of tracked vehicles, proceedings of the institution of Mechanical Engineers, Vol. 198D, pp. 265-285.
- Wong, JY (1993): Theory of Ground Vehicles, John Wiley & Sons, New York.

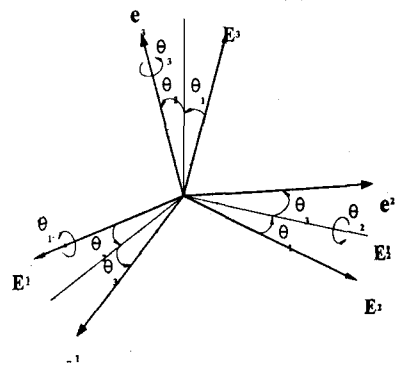


Fig. 2 Sequential rotation of Tait-Bryan angles

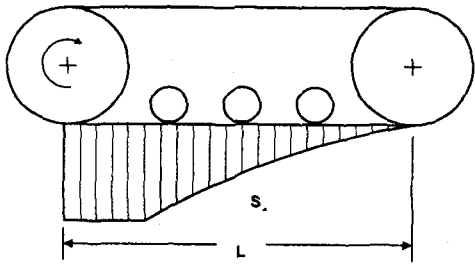


Fig. 3 A schematic view of longitudinal shear displacements in the initial transient phase

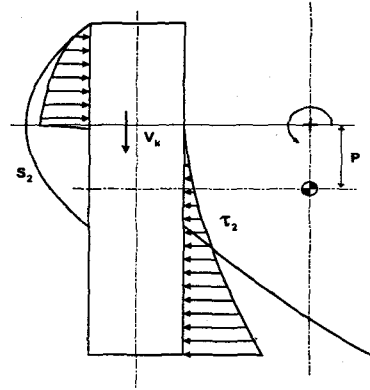


Fig. 4 Lateral shear and shear stress

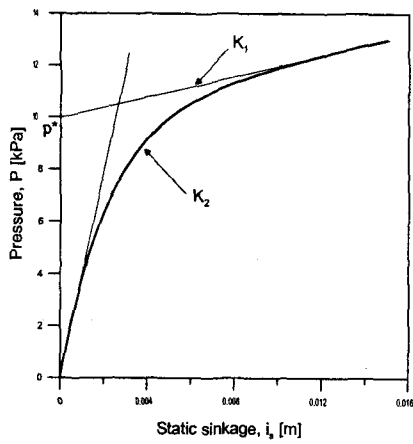


Fig. 5 Pressure-sinkage model

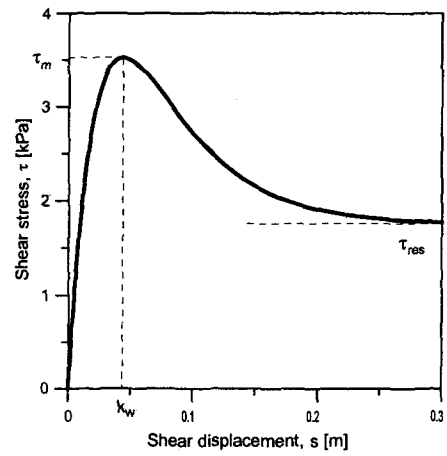


Fig. 6 Shear stress vs. displacement

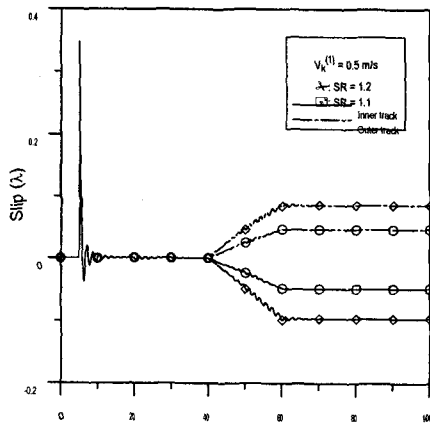


Fig. 7 Slips of inner and outer tracks with respect to steering ratio of 1.1 and 1.2 for  $v_k^{(0)} = 0.5 \text{ m/s}$

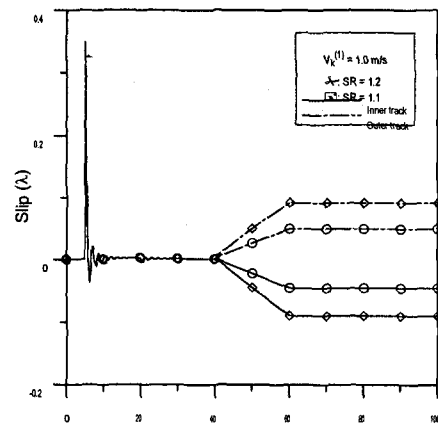


Fig. 8 Slips of inner and outer tracks with respect to steering ratio of 1.1 and 1.2 for  $v_k^{(0)} = 1.0 \text{ m/s}$

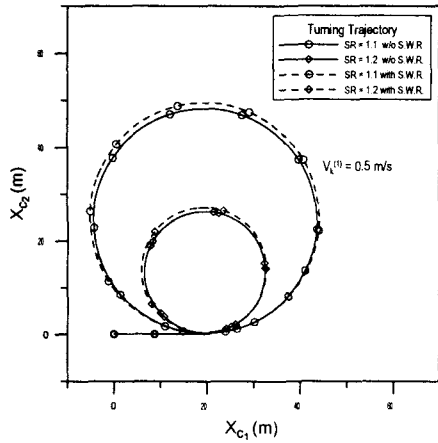


Fig. 9 Turning trajectories with respect to the steering ratio of 1.1 and 1.2 at  $v_4^{(1)} = 0.5\text{m/s}$

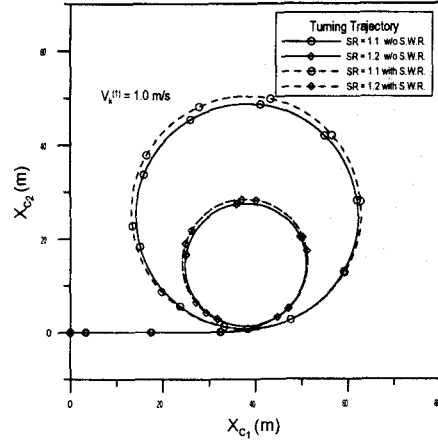


Fig. 10 Turning trajectories with respect to the steering ratio of 1.1 and 1.2 at  $v_4^{(1)} = 1.0\text{m/s}$

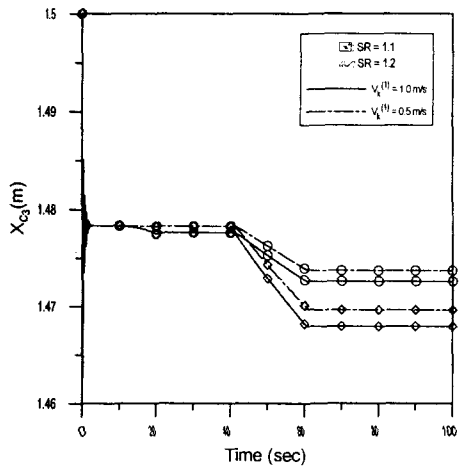


Fig. 11 Heave responses of vehicle with respect to steering ratio and vehicle velocity

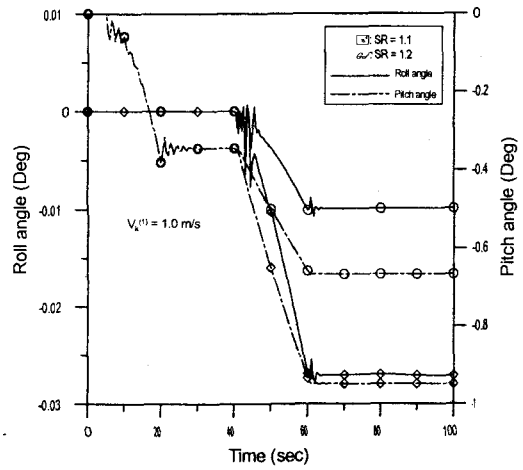


Fig. 12 Pitch and roll responses of vehicle with respect to steering ratio and vehicle velocity