

RCF법을 사용한 미소신호 안정도 해석방법

김덕영,
군산대학교 전자정보공학부

A. P. Sakis Meliopoulos
Georgia Tech. Electrical & Computer Eng.

Small signal stability analysis using RCF method

Deok Young Kim
Kunsan National Univ.

A. P. Sakis Meliopoulos
Georgia Tech. Electrical & Computer Eng.

Abstract - A new small signal stability analysis method for eigenvalue analysis is presented. The method is based on the computation of the transition matrix over a specified time interval that corresponds to one cycle operation of the system. The method is applicable to any system with or without nonlinear elements. An applicable example of RCF method is presented and the eigenvalues are compared with those of the conventional state space method to show the exactness of the computed eigenvalues of the new method. Also, the variations of oscillation modes which were caused by the switching operation can be analyzed exactly using RCF method.

래의 고유치 해석법이 연속의 선형특성을 갖는 계통에 대해서만 적용이 가능하였음을 고려할 때, 불연속의 비선형 특성을 갖는 계통에서의 불연속 구간에 대해서도 정확한 고유치 해석이 가능한 새로운 해석방법이 요구된다.

본 논문에서는 이러한 불연속의 비선형 특성을 갖는 계통에 대해 정확한 고유치 해석이 가능하도록 Resistive Companion Form을 사용하여 스위칭 동작 전과 동작후를 포함하는 전체 동작구간에 대해 누적적으로 구한 천이행렬(Transition matrix)로부터 고유치를 계산하여 이를 상태방정식으로부터 구한 고유치 계산결과와 비교하여 RCF법에 의한 고유치 해석결과의 정확성을 보이고, 상태방정식에 의한 고유치 해석에서는 해석이 불가능한 스위칭 동작에 의해 발생하는 진동모드의 변화까지 정확히 해석할 수 있음을 보였다.

1. 서 론

오늘날의 전력계통은 매우 복잡하게 구성되어 있으며, 규제완화 등의 새로운 개념이 도입됨에 따라 특히 송전계통에서는 기존의 설비들을 충분히 고려하는 새로운 제어설비의 개발이 요구되어진다. 이는 전력계통 분야의 기술개발이 주로 경제적인 또는 환경적인 이유에 의해서 제약되어왔음을 고려해보면 간단한 문제만은 아니다. 따라서 이러한 이유에 의해서 기존의 방법들을 재검토해보고 전력계통의 안정도나 안전도에 악영향을 미치지 않으면서 기존의 전력계통 설비들을 보다 효율적으로 사용하고자하는 새로운 개념이 필요하게 되었다. 80년대 후반에 EPRI는 전력계통의 설계와 운용상의 문제를 해결하기 위한 새로운 접근방법을 소개하였으며, 이 새로 제안된 개념을 FACTS라 부른다. 이러한 FACTS 개념은 전력전자기술의 발달로 인하여 새로운 제어설비로 구체화되는 것이 가능하게 되었으며, 오늘날 연구개발중인 제 3세대 FACTS 제어기는 대용량 GTO의 개발에 기인하여 가능하게 되었다. FACTS의 주목적은 교류송전선로의 전송용량을 증가시키고, 기존의 송전선 경로에서 전력흐름을 제어하는 것이며, 계통의 안정도 향상에도 큰 영향을 미치고 있다.

본 논문은 이러한 FACTS 설비를 포함하는 전력계통의 미소신호 안정도 해석에 필요한 새로운 해석방법을 제시하고자 한다. FACTS 설비를 포함하는 계통에 대한 미소신호 안정도 해석을 하기 위해서는 스위칭 동작에 의해 발생하는 새로운 진동모드 또는 진동모드의 변화에 대한 정확한 해석이 필요하며, 이는 중

2. Resistive Companion Form(RCF)을 사용한 미소신호 안정도 해석법

전력계통의 미소신호 안정도 해석을 하기 위해서는 모든 계통구성장치를 다음과 같이 대수방정식과 미·적분 방정식으로 구성하게되며, 이들 방정식의 일반적인 형태는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{i}(t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(v(t), y(t), u(t)) \\ f_2(v(t), y(t), v(t), u(t)) \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서, $i(t)$: 단자전류 벡터
 $v(t)$: 단자전압 벡터
 $y(t)$: 장치 내부상태변수 벡터
 $u(t)$: 독립제어변수 벡터

위의 방정식은 외부 방정식과 내부 방정식의 두 종류의 식으로 구성되어 있다. 단자전류는 외부 방정식에만 나와 있고, 구성장치의 상태변수는 단자전압 $v(t)$, 내부변수 $y(t)$ 의 두 개의 변수로 구성되어 있다. 식(1)의 방정식에서 외부상태변수의 수와 내부변수의 수는 각각 외부방정식과 내부 방정식의 수와 같게된다. 전력계통의 구성장치 중에서 선형요소로 구성된 일반적인 복합계통에서의 선형 미분방정식의 형태는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{i}(t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ y(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

식(2)를 수치적분법인 Trapezoidal Method를 사용하여 적분구간 h 에 대해 적분하면 다음과 같은 결과식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{i}(t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ y(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t-h) \\ y(t-h) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i(t-h) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

계통연결상태를 고려하기 위해서는 키르히호프의 전류법칙을 각 모선에 적용하여야 하며, 이때의 전체적인 계통방정식은 다음과 같은 형태가 된다.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_{s11} & Y_{s12} \\ Y_{s21} & -Y_{s22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ y(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_{s11} & P_{s12} \\ P_{s21} & P_{s22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t-h) \\ y(t-h) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Q_1(t-h) \\ Q_2(t-h) \end{bmatrix} \quad (4)$$

위의 식(4)는 다음과 같이 동가변환이 가능하다.

$$\begin{bmatrix} v(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{s11} & Y_{s12} \\ Y_{s21} & -Y_{s22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P_{s11} & P_{s12} \\ P_{s21} & P_{s22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t-h) \\ y(t-h) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{s11} & Y_{s12} \\ Y_{s21} & -Y_{s22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Q_1(t-h) \\ Q_2(t-h) \end{bmatrix} \quad (5)$$

식(5)에서 위첨자 + 는 역행렬을 의미하며, 위의 방정식은 시간 $t-h$ 에서 t 동안의 전체계통의 상태전이방정식을 나타내며, 하나의 적분구간 h 에서의 천이행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{bmatrix} Y_{s11} & Y_{s12} \\ Y_{s21} & -Y_{s22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P_{s11} & P_{s12} \\ P_{s21} & P_{s22} \end{bmatrix} \quad (6)$$

식(6)의 천이행렬의 고유치 해석으로부터 대상계통의 미소신호 안정도해석이 가능하게 된다. 위의 천이행렬로부터 구한 고유치를 λ_d 라하고, 상태행렬에서 구한 고유치를 $\lambda_C (= -\alpha + j\beta)$ 라 하면 천이행렬로부터 구한 고유치와 상태행렬로부터 구한 고유치는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\lambda_d = e^{\lambda_C t} = e^{-\alpha t} e^{j\beta t} \quad (7)$$

식(7)의 천이행렬로부터 구한 고유치는 상태행렬로부터 구한 고유치를 크기가 1인 단위원으로 mapping한 것과 같으며, 모든 고유치가 단위원 안에 있는 경우 안정하며, 단위원 밖에 있는 경우는 불안정함을 의미한다.

일반적으로 스위칭 소자를 포함하는 회로에 대해 고유치 해석을 하는 경우 불연속의 스위칭 구간을 포함하는 다수개의 적분구간에 대한 천이행렬이 관심대상이 되며, 이러한

다수개의 적분구간에 대한 천이행렬은 각각의 적분구간에 대해 구한 천이행렬을 치환하여 다음과 같은 방법으로 전체구간에 대한 천이행렬을 구할 수 있다. 식(6)의 천이행렬을 Φ 라 하면

$$\Phi(t_n, t_0) = \Phi(t_n, t_{n-1}) \Phi(t_{n-1}, t_{n-2}) \cdots \Phi(t_2, t_1) \Phi(t_1, t_0) \quad (8)$$

3. 사례연구

RCF법을 사용한 미소신호 안정도 해석법을 다음과 같이 두 개의 스위칭소자를 포함하는 회로에 적용하기로 한다.

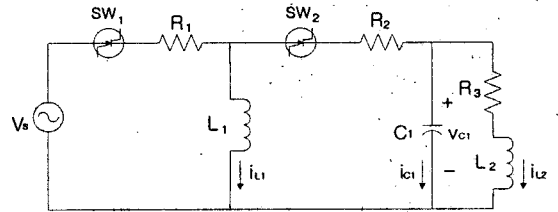


그림 1. 두 개의 스위칭 소자를 포함하는 회로도

그림 1의 회로에서 스위칭 동작은 $t=0$ 에서 $t=0.006$ sec 동안에는 첫 번째 스위치는 단락상태이고 두 번째 스위치는 개방상태이며, $t=0.006$ sec에서 $t=0.001$ sec 동안에는 첫 번째 스위치는 개방상태이고 두 번째 스위치는 단락상태를 유지하는 것으로 가정하였다. 계산에서 사용한 적분구간은 0.0001 sec로 하였다. 편의상 해석에 사용된 회로소자의 값은 다음과 같이 가정하였다.

$$R_1 = 20[\Omega], R_2 = 40[\Omega], R_3 = 30[\Omega], L_1 = 0.05[H], \\ L_2 = 0.1[H], C_1 = 0.2[F], V_S = 110[V]$$

3.1. 상태방정식을 사용한 고유치 해석의 경우

3.1.1. 첫 번째 스위치 동작구간

(스위치 1 : 단락, 스위치 2 : 개방)

그림 1의 회로로부터 다음과 같은 식이 구성된다.

$$\begin{aligned} V_S &= R_1 i_{L1} + L_1 \frac{di_{L1}}{dt} \\ V_{C1} &= R_3 i_{L2} + L_2 \frac{di_{L2}}{dt} \\ i_{L2} &= -i_{C1} = -C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} \end{aligned} \quad (9)$$

위의 식을 상태방정식의 형태로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L1} \\ \dot{i}_{L2} \\ \dot{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R_1}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-R_3}{L_2} & \frac{1}{L_2} \\ 0 & \frac{-1}{C_1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_S}{L_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 - \frac{hR_1}{2L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{hR_3}{2L_2} & \frac{h}{2L_2} \\ 0 & \frac{-h}{2C_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1}(t-h) \\ i_{L2}(t-h) \\ V_C(t-h) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{h}{2L_1} V_S(t-h) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

3.1.2. 두 번째 스위치 동작구간 (스위치 1 : 개방, 스위치 2 : 단락)

그림 1의 회로도에서 다음과 같은 관계식을 구성할 수 있다.

$$\begin{aligned} -V_C + L_1 \frac{di_{L1}}{dt} + R_2 i_{L1} &= 0 \\ V_C - R_3 i_{L2} - L_2 \frac{di_{L2}}{dt} &= 0 \\ C_1 \frac{dV_C}{dt} + i_{L2} - i_{L1} &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

위의 식을 상태방정식의 형태로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L1} \\ \dot{i}_{L2} \\ \dot{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R_2}{L_1} & 0 & \frac{1}{L_1} \\ 0 & \frac{-R_3}{L_2} & \frac{1}{L_2} \\ \frac{-1}{C_1} & \frac{-1}{C_1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ V_C \end{bmatrix} \quad (12)$$

3.2. Resistive Companion Form을 사용한 고유치 해석의 경우

3.2.1. 첫 번째 스위치 동작구간 (스위치 1 : 단락, 스위치 2 : 개방)

첫 번째 스위치 동작구간에 대한 (9)식의 미분방정식에 Resistive Companion Form을 적용하면 다음과 같은 수식이 된다.

$$\begin{aligned} i_{L1}(t) - i_{L1}(t-h) &= \frac{h}{2L_1} \{ V_S(t) + V_S(t-h) - R_1 i_{L1}(t) - R_1 i_{L1}(t-h) \} \\ i_{L2}(t) - i_{L2}(t-h) &= \frac{h}{2L_2} \{ V_C(t) + V_C(t-h) - R_3 i_{L2}(t) - R_3 i_{L2}(t-h) \} \\ V_C(t) - V_C(t-h) &= \frac{h}{2C_1} \{ -i_{L2}(t) - i_{L2}(t-h) \} \end{aligned} \quad (13)$$

위의 식을 행렬의 형태로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{hR_1}{2L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{hR_3}{2L_2} & \frac{-h}{2L_2} \\ 0 & \frac{h}{2C_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1}(t) \\ i_{L2}(t) \\ V_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{-hV_S(t)}{2L_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3.2.2. 두 번째 스위치 동작구간 (스위치 1 : 개방, 스위치 2 : 단락)

식(11)에서 구성한 방정식을 Resistive Companion Form의 형태로 변형하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} i_{L1}(t) - i_{L1}(t-h) &= \frac{h}{2L_1} \{ V_C(t) + V_C(t-h) - R_2 i_{L1}(t) - R_2 i_{L1}(t-h) \} \\ i_{L2}(t) - i_{L2}(t-h) &= \frac{h}{2L_2} \{ V_C(t) + V_C(t-h) - R_3 i_{L2}(t) - R_3 i_{L2}(t-h) \} \\ V_C(t) - V_C(t-h) &= \frac{h}{2C_1} \{ -i_{L1}(t) - i_{L1}(t-h) - i_{L2}(t) - i_{L2}(t-h) \} \end{aligned} \quad (15)$$

위의 식을 행렬의 형태로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{hR_2}{2L_1} & 0 & \frac{-h}{2L_1} \\ 0 & 1 + \frac{hR_3}{2L_2} & \frac{-h}{2L_2} \\ \frac{h}{2C_1} & \frac{h}{2C_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1}(t) \\ i_{L2}(t) \\ V_C(t) \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 - \frac{hR_2}{2L_1} & 0 & \frac{h}{2L_1} \\ 0 & 1 - \frac{hR_3}{2L_2} & \frac{h}{2L_2} \\ \frac{-h}{2C_1} & \frac{-h}{2C_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1}(t-h) \\ i_{L2}(t-h) \\ V_C(t-h) \end{bmatrix}$$

식(14)와 (16)은 식(4)와 같은 형태이며, 이로부터 식(6)에 식(14)와 같이 천이행렬을 구할 수 있다.

3.3. 고유치 해석결과의 비교

그림 1의 두 개의 스위칭소자를 포함하는 소자에 대한 상태행렬의 고유치 계산결과와 천이행렬로부터 구한 고유치 계산결과를 표 1부터 3까지에 나타내었다. 표 1과 2는 각각의 스위칭 구간을 분리하여 상태방정식에 의해 구한 고유치와 RCF법을 적용하여 구한 고유치의 해석결과를 비교한 것이고, 표 3은 스위칭 동작에 의해 회로상태가 바뀌는 경우에 대한 고유치를 비교한 것이다.

표 1에서 시간영역에서의 고유치 값은 상태행렬로부터 구한 고유치를 식(7)에 의해 시간영역의 값으로 변환한, 즉 단위원으로 mapping한 고유치값을 의미한다.

표 1. 첫 번째 스위칭 동작구간에서의 고유치 계산결과

고유치	t = 0.0006 sec 일 때의 고유치 계산결과 (0 < t < 0.0006 sec)			
	상태행렬의 고유치	시간영역에서의 고유치 값	RCF에 의한 고유치 값	오차율 (%)
1	-0.16675	0.99989	0.99989	0.0
2	-299.83323	0.83535	0.83534	0.00134
3	-399.99999	0.78662	0.78660	0.00318

표 1은 t=0에서 0.0006 sec까지의 첫 번째 스위칭 동작구간에 대해 적분구간 h를 0.0001sec로 하여 구한 해석결과로서, 누적적분에 의해 천이행렬의 오차가 가장 클 것으로 예상되는 t=0.0006 sec일 때의 상태행렬에 의한 고유치와 RCF법에 의해 구성한 천이행렬로부터 구한 고유치 값의 최대 오차율이 0.0032%로 거의 일치함을 알 수 있다.

표 2. 두 번째 스위칭 동작구간에서의 고유치 계산결과

고유치	t = 0.001 sec 일 때의 고유치 계산결과 (0.0006 < t < 0.001 sec)			
	상태행렬의 고유치	시간영역에서의 고유치 값	RCF에 의한 고유치 값	오차율 (%)
1	-0.29187	0.99988	0.99988	0.00089
2	-299.83312	0.88697	0.88697	0.0
3	-799.87498	0.72618	0.72606	0.01706

표 2는 표 1의 첫 번째 동작과 별도로 t=0.0006 sec에서 0.001 sec까지의 두 번째 스위칭 동작구간에 대해 적분구간 h를 0.0001 sec로 하여 구한 해석결과이다. 표 1에서와 같이 누적적분에 의한 천이행렬의 오차가 가장 클 것으로 예상되는 t=0.001 sec일 때의 상태행렬에 의한 고유치와 RCF법에 의해 구성한 천이행렬로부터 구한 고유치 값의 최대 오차율이 0.0171%로 거의 일치함을 알 수 있다.

표 3. RCF법을 적용하여 구한 전체 스위칭 동작구간에서의 고유치 계산결과

고유치	t=0.0006 sec	t=0.0007 sec	t=0.0008 sec	t=0.0009 sec	t=0.001 sec
1	-0.16672000	-0.1498011	-0.17927935	-0.18765829	-0.19543919
2	-299.855559	-262.373608	-299.855541	-299.855532	-299.855524
3	-400.053151	-457.244866	-500.133939	-533.490013	-560.173795

표 3은 첫 번째 스위칭 동작구간과 두 번째 스위칭 동작구간을 모두 포함하는 경우, 즉 스위칭 동작에 의해 회로상태가 바뀌는 구간을 포함하는 t=0에서 0.001 sec까지에 대해 적분구간 h를 0.0001 sec로 하여 RCF법을 적용하여 구한 천이행렬로부터 구한 고유치 해석결과를 S평면의 값으

로 환산하여 나타낸 것이다. 사례연구에서와 같은 스위칭 동작을 포함하는 회로의 고유치 해석을 상태방정식에 의해 해석을 하는 경우 표 1과 2에서 본 바와 같이 스위칭 동작 직전과 직후의 고유치 값이 각각의 구간에 대해 서로 연관 관계가 없이 일정한 값으로 구해짐을 알 수 있다. 이에 비해 RCF법을 적용하여 구한 천이행렬로부터 구한 고유치는 스위칭 동작직후의 해석결과가 스위칭 동작에 의해 영향을 받음을 분명하게 보여준다. 표 3에서 t=0.0006 sec일 때의 고유치는 두 번째 스위칭 동작이 발생하기 직전의 고유치 값으로 상태행렬로부터 구한 고유치와 정확히 일치함을 알 수 있으며, 두 번째 스위칭 동작직후인 t=0.0007 sec 일 때의 해석결과는 상태행렬로부터 구한 표 2의 두 번째 열의 고유치값이 아닌 스위칭 동작에 의한 영향까지 반영된 정확한 고유치 값을 알 수 있다. 표 3에서 t=0.001 sec인 경우 RCF법에 의해 구한 고유치 값이 두 번째 스위칭 상태만을 고려하여 구한 상태행렬에서의 고유치 값에 보다 가까워짐을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구에서 사용한 RCF 법에 의한 미소신호 안정도 해석 방법은 불연속 비선형의 스위칭 동작특성을 갖는 회로의 해석에 매우 유용하게 적용할 수 있다. 각각의 스위칭 동작구간에 대해서 상태방정식에 의해 구한 고유치와 RCF법을 적용한 천이행렬로부터 구한 고유치를 비교하여 해석 결과가 정확함을 입증하였다. 또한 스위칭 동작을 포함하는 전체 동작구간에 대한 고유치 해석시, 적분시간간격을 누적적분하여 구한 천이행렬로부터의 고유치 해석결과로부터, 스위칭 동작에 따른 회로구성 상태의 변화를 포함한 전체 스위칭 동작에 대해 매우 정확한 고유치 해석결과를 구할 수 있음을 보였다. 스위칭 동작직후의 고유치 값의 과도적 변화에 대한 정확한 해석은 상태방정식에 의한 해석 방법으로는 해석이 불가능한 것으로 본 논문에서 사용한 RCF법에 의한 천이행렬을 사용하여 정확한 해석이 가능하게 되었다. 사례연구에서 사용한 두 개의 스위칭 동작특성을 갖는 회로는, 스위칭 소자를 포함하는 일반적인 FACTS 설비의 미소신호안정도 해석에 바로 적용이 가능하며, 앞으로 RCF법을 적용하여 FACTS 설비를 포함하는 전력계통의 미소신호 안정도해석에 대한 연구가 필요하리라 생각한 다.

[참고 문헌]

- [1] Yousin Tang, A. P. Sakis Meliopoulos, "Power system small signal stability analysis with FACTS elements", IEEE Trans. of power delivery, Vol. 12, No. 3, pp.1352-1361, July 1997.
- [2] Eugene V. Solodovnik, George J. Cokkinides, A. P. Sakis Meliopoulos, "On stability of implicit numerical methods in nonlinear dynamical systems simulation", Proceedings of the 30th southeastern symposium on system theory, pp. 27-31, West Virginia, March 1998.
- [3] Bohmann L. J., Lasseter R. H., "Stability and harmonics in thyristor controlled reactors", IEEE Trans. on Power delivery, Vol. 5, No. 2, pp.1175-1181, April 1990.
- [4] "FACTS overview", IEEE power engineering society, 95TP 108, 1995.