

# 지역표면의 기하학적 변화를 고려한 표면데이터 간략화

고명철\*, 최윤철  
연세대학교 컴퓨터과학과

## Surface Simplification utilizing the Geometric Changes of Local Surface

Myeong-Cheol Ko, Yoon-Chul Choy  
Dept. of Computer Science, Yonsei Univ.  
E-mail: {zoo,ycchoy}@rainbow.yonsei.ac.kr

### 요 약

3D 컴퓨터 그래픽스 분야에서 사용되는 표면모델은 일반적으로 매우 복잡하고 방대한 양의 다각형 조각들로 구성된다. 이러한 표면 모델들은 사실감을 높일 수 있지만 지나치게 많은 데이터 양으로 인해 많은 문제들을 야기시킬 수 있다. 따라서 모델의 원래 모양을 가능하면 유지하면서 방대한 양의 데이터를 효과적으로 감소시킬 수 있는 방법이 필요하다. 본 논문에서는 지역표면의 기하학적 특성을 잘 보존할 수 있는 에지 비용함수를 제안한다. 또한 병합에 기반한 반복적인 에지 축약을 기본 연산으로 하는 표면 간략화 알고리즘을 구현한다. 병합에 기반한 축약방법은 메모리를 효율적으로 사용할 수 있게 하며 실시간 데이터 전송을 요하는 응용 시스템에 매우 효과적으로 적용될 수 있다. 제안하는 알고리즘을 표면모델에 적용시켜 간략화를 수행한 결과 기존의 알고리즘에 비해 높은 품질의 근사모델을 얻을 수 있었으며 원래 모델의 세부적인 모양을 잘 보존할 수 있었다.

### 1. 서론

최근 복잡하고 고해상도의 3D 모델에 대한 많은 요구가 컴퓨터 그래픽스 응용분야에서 증가하고 있다. 이러한 고해상도의 모델은 매우 그럴듯한 수준의 사실감을 제공해 줄 수 있지만 모든 응용분야에서 항상 바람직한 것은 아니다. 예를 들어, 가상현실이나 시뮬레이션 등과 같이 실행시간의 효율을 더 중요시하는 응용시스템에서는 시스템의 성능을 높이기

위해 모델의 정확도를 다소 떨어뜨리는 것이 오히려 더 바람직할 수 있다. 따라서 응용분야의 다양한 용도에 맞게 원래 모델의 복잡도를 다양한 버전으로 제공하는 것이 좀 더 유용하다. 표면 간략화 연구의 목표는 복잡한 다각형 표면으로 구성된 3D 모델을 입력으로 받아들이면 가능한 원본의 기하학적 특징 요소들을 보존하면서 근사모델을 생성하는 것이다. 간략화 알고리즘은 입력 모델로부터 시작하여 원하

는 근사수준을 만족시킬 때까지 매 간략화 단계마다 기하학적 요소들을 반복적으로 제거해 나간다. 제거할 요소의 순서를 정하기 위해 기존의 간략화 알고리즘들은 대부분 거리최적화에 기반 한 비용함수를 사용한다. 그러나 기본적으로 스칼라 성분인 거리치도만으로는 현재 메쉬의 지역적인 특성을 정확히 정의하기가 어렵고, 간략화로 인해 발생하는 기하학적 정보의 손실 정도를 보장하지 못한다. 결과적으로 근사예러를 증가 시키고 간략화 결과의 시각적인 질을 떨어뜨릴 수 있다.

본 논문에서는 메쉬의 지역적 특성과 간략화 전후 기하학적인 변화를 모두 반영할 수 있는 비용함수를 정의한다. 비용함수를 정의하는데 있어 스칼라 성분 외에 표면의 방향성분을 고려한다. 표면 데이터의 특징 요소들은 대부분 좁은 지역에 작은 양의 스칼라 값을 가지고 밀집해 있으므로 일반적으로 제거 비용이 낮아 간략화 후반부까지 보존되지 않는다. 방향 요소는 이러한 스칼라 양에 비존재적이므로 이의 크기에 따라 특징 요소들에 대한 보존 여부를 재고할 수 있다. 또한 정의된 비용함수를 이용하여 병합(merging)에 기반 한 에지 축약(edge contraction)을 기본 연산으로 하는 표면 간략화 알고리즘을 구현한다. 병합에 기반 한 간략화 기법은 방향성 에지(directional edge)를 사용하여 에지 붕괴 후에 기존 에지의 두 정점 중 하나를 다른 하나에 병합시켜 새로운 정점을 배치 하는 방법이다. 따라서 최적의 위치에 새로운 정점을 배치하는 기존의 방법에 비해 저장공간을 효율적으로 사용할 수 있게 하며, 네트워크에 기반 한 데이터 전송 시 전송 양을 줄일 수 있다.

## 2. 관련연구

표면 간략화에 대한 연구는 최근 많은 관심의 대상이 되고 있으며 그 동안 많은 알고리즘들이 제안되었다. 기존의 연구는 표면의 기하학적인 요소를 제거하고 인접지역의 위상적 연결관계를 갱신하는 일련의 지역연산의 형태에 따라 구분된다[3]. 이 중 본 논문과 관련된 부류는 정점제거(Vertex removal) 및 에지 축약(Edge contraction)에 기반 한 간략화 기법이

다.

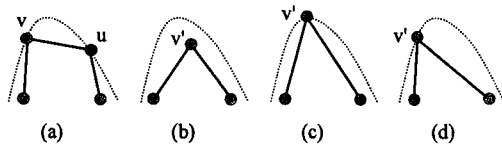
정점제거에 기반 한 표면 간략화 알고리즘 [1,2,4,5,7]은 매 간략화 단계마다 정점의 제거비용이 미리 정해진 임계치 이내의 값일 때 이를 제거한다. 이 방법은 [4,7]에서와 같이 정점의 제거 후에 생긴 구멍(hole)을 메우기 위해 매우 견고한 재삼각화(re-triangulation) 과정을 추가로 필요로 한다. 따라서 간략화 결과의 질이 재삼각화 과정에서 메쉬의 연결성에 매우 의존적이다. 또한 간략화 과정에서 생성되는 중간단계의 이웃 메쉬들(successive meshes) 간에 서로 직접적인 계층관계를 갖지 않기 때문에 LOD(Level Of Detail)에 기반 한 렌더링 시스템에 적용할 경우 연속한 레벨간의 부드러운 화면전환이 어렵다.

반복적인 에지 축약에 기반 한 간략화 알고리즘의 예는 [8,9,10,12]와 같다. 에지의 두 정점을 모두 포함하는 인접 삼각형들은 축약과정 이후에 현재 메쉬에서 제거되며 그 외의 인접 삼각형들은 새로운 정점으로 연결이 재조정된다. 에지 축약에 기반 한 간략화 방법에서는 정점 제거 방법에서의 재삼각화 과정은 필요하지 않지만 에지의 축약 과정에서 에지를 대체할 새로운 정점에 대한 배치전략(positioning policy)을 미리 정해야 한다. 이 때 새로운 정점은 원래 메쉬 상에 존재할 수도 있고 그렇지 않을 수도 있다. 각각의 알고리즘에서 제안하는 에지 비용함수는 단계적인 간략화 과정에서의 오차를 최소화 할 수 있는 에지의 제거순서는 물론 최적의 정점 배치를 위한 단서(clue)도 함께 제공한다. 에지 축약에 기반 한 기존의 많은 알고리즘들이 최적화 된 정점 배치방법을 사용한다. 여기서 최적화 된 방법이 갖는 의미는 대부분의 경우에 에지를 대체하는 정점은 새롭게 생성되는 점으로서 원본 모델 상에 존재하지 않는다는 것이다.

기존 연구에 대한 분석을 통해 본 논문에서는 정점 병합에 기반 한 에지 축약 방법을 간략화를 위한 기본 연산으로 사용한다. 이는 최적화 된 접근방법은 아니지만 메모리를 효율적으로 사용할 수 있게 하며 표면데이터의 실시간 전송을 필요로 하는 응용 시스템에 매우 효과적으로 적용될 수 있는 방법이다.

### 3. 병합에 기반한 에지 축약

일반적으로 탐욕(Greedy)방법에 기반 하는 대부분의 간략화 알고리즘들은 메쉬 상의 기하학적인 요소들을 제거하기 위해 일련의 순차적인 위상연산을 지역적으로 반복 수행하게 된다. 본 논문에서는 병합에 기반 한 에지 축약 방법을 기본 위상연산으로서 제안한다. 이는 기존의 전통적인 에지 붓기에 기반 한 간략화 방법의 특수한 경우이다.



[그림 1] 에지붕괴 후 정점 배치 방법의 예. (a): 원래 정점의 위치. (b): 중점 방법(midpoint). (c): 최적화 방법(optimal point). (d): 종점 방법(endpoint).

[그림 1]은 에지 붓기에 기반 한 간략화 방법에서 에지(u,v)의 붓고 후에 새로운 정점 v'의 배치 방법들을 보인 것이다. 우선 생각해 볼 수 있는 방법은 두 정점의 중점을 선택하는 것이다(b). 이는 직관적이고 두 정점의 위치에 모두 공평한 방법이지만 객체가 볼록한 모양인 경우 간략화 단계를 거칠수록 크기가 작아지는 단점이 있다. (c)는 두 정점 u, v를 포함하는 윤곽선(contour curve) 상의 최적 위치에 새로운 정점을 배치 하는 방법이다. 기존의 많은 알고리즘들이 간략화 에러를 줄이기 위해 이러한 방법을 사용한다. 이는 고품질의 간략화 모델을 생성할 수 있는 방법이지만 최적의 위치를 찾기 위한 시간비용이 크다. 또한 (b)와 (c)는 모두 새로운 정점의 위치를 저장할 추가적인 메모리를 필요로 한다. 이 두 가지 방법의 단점을 보완할 수 있는 방법이 중점 배치 방법 (d)이다. 중점 배치방법은 에지 붓고 후에 현재 에지의 두 정점 중 하나를 이용하여 다음 단계의 에지를 대체할 정점을 표현하는 방법으로서 본 논문에서 사용할 병합에 기반 한 에지 축약방법과 일치한다. 이는 새로운 정점을 생성하지 않기 때문에 추가

적인 메모리 부담도 없고 계산시간도 빠르며 중점 선택방법에서와 같은 객체의 부피가 급격히 줄어드는 문제도 없다. 또한 최적의 정점 배치방법을 사용하지 않음에도 불구하고 대부분의 경우에 원래 모양을 잘 유지한다[11]. 이 방법이 갖는 또 하나의 장점은 간략화 된 메쉬 상의 모든 정점들은 항상 원래 메쉬의 부분 집합이기 때문에 메쉬 데이터의 점진적인 전송[12]이 매우 효과적으로 수행될 수 있다는 것이다.

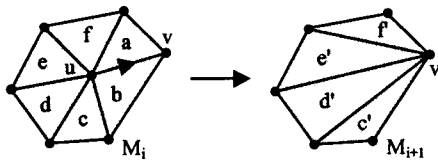
### 4. 에지 비용함수

에지의 붓고비용은 근사 메쉬가 간략화 전 메쉬로부터 일탈한 정도를 나타내는 값이다. 본 논문에서는 간략화 전후 메쉬 변화의 지역성(locality)을 이용하여 에지붕괴 비용함수를 정의한다. 즉, 반복적인 에지 축약에 의한 간략화 방법에서 메쉬의 기하학적인 변화는 항상 에지의 인접 지역에서만 발생하므로 각 지역표면에 대한 적절한 기술을 통해 간략화 전후 일탈정도를 예측 할 수 있다. 또한 본 논문에서는 간략화 과정에서 발생하는 오차의 요인으로서 현재 메쉬의 기하학적인 특성과 간략화 전후 메쉬간의 기하학적인 변화에 주목한다. 따라서 본 논문에서는 이러한 두 가지 요소에 기반 한 에지 비용함수를 정의한다. 비용함수의 결과는 에지의 제거 비용으로서 이는 현재 메쉬로부터 각 에지가 제거될 순서를 의미한다. 간략화 과정에서는 매 단계마다 가장 낮은 비용을 갖는 에지가 반복적으로 제거된다. 비용함수의 요소인 기하학적 변화량 및 특성 각각에 대해서 아래 설명한다.

#### 4.1 수식정의

에지 비용함수에 대한 설명에 앞서 알고리즘의 개념 설명에 사용될 수식에 대해서 정의한다. 임의의 다각형 표면 모델, 혹은 메쉬  $M = \{V, T\}$ 은 정점 집합  $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_m\}$  및 삼각형 집합  $T = \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_n\}$ 의 집합으로 구성된다.  $M_i$ 는 반복적인 간략화 수행과정에서 i번째 단계의 메쉬를,  $M_{i+1}$ 은  $M_i$ 를 간략화 한 다음

단계의 메쉬를 각각 의미한다. 모든 에지는 방향성을 갖는데 방향성 에지  $\vec{e}$ 는 순서화 된 정점 쌍  $(u,v)$ 로 표현되며 여기서  $u,v \in V$ 이다. 정점  $u$ 에 인접한 삼각형 평면의 집합은  $P(u)$ 로 나타내며  $P(\vec{e})$ 는 에지  $\vec{e}(u,v)$ 에 인접한 통상 두개의 삼각형 평면을 나타낸다. 즉,  $P(\vec{e}) = P(u) \cap P(v)$ 이다. 그러면  $P(u)$  중 방향성 에지  $\vec{e}(u,v)$ 의 병합 후에 보존되는 삼각형 평면의 집합  $\{P(u) - P(\vec{e})\}$ 는 방향성 에지와 아래 첨자를 사용하여  $P_i(\vec{e})$ 와  $P_{i+1}(\vec{e})$ 로 나타낸다. 여기서  $P_i(\vec{e}) \in M_i$ 이고  $P_{i+1}(\vec{e}) \in M_{i+1}$ 이다. [그림 2]는 병합에 기반 한 에지 축약 기법에서 에지  $\vec{e}(u,v)$ 의 붕괴 시 앞서 설명한 각각의 개념들을 그림으로 나타낸 것이다.



$$P(u) = \{a, b, c, d, e, f\}, P(\vec{e}(u, v)) = \{a, b\},$$

$$P_i(\vec{e}(u, v)) = \{c, d, e, f\}, P_{i+1}(\vec{e}(u, v)) = \{c', d', e', f\}$$

[그림 2] 병합에 기반 한 에지 축약과 지역 메쉬의 기하학적인 변화.

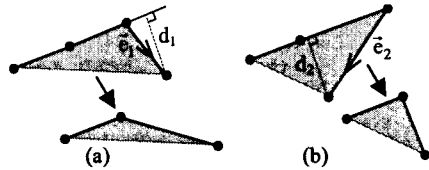
#### 4.2 지역메쉬의 기하학적 변화

방향성 에지  $\vec{e}(u,v)$ 의 축약 시 발생하는 기하학적 변화 요소로서 간략화 전후 메쉬간의 거리와 방향 변화량을 이용한다. 이는 에지 축약 시 발생하는 지역표면의 스칼라 및 벡터적인 일탈정도를 측정하기 위한 요소들로서 서로 보완적으로 작용한다. 임의의 정점  $v$ 와 삼각형 평면  $t$ 간의 거리를  $d(v,t)$ 라고 했을 때 간략화 전후 메쉬  $M_i$  및  $M_{i+1}$  간의 거리는  $P_i(\vec{e})$ 와 에지  $\vec{e}(u,v)$ 의 종점인  $v$ 간의 거리의 합인 식(1)을 이용하여 계산할 수 있다.

$$\sum_{t_i \in P_i(\vec{e})} d(t_i, v) \quad (1)$$

여기서 주목할 점은 평면과의 거리(distance-to-plane)의 합을 이용하는 것이다. 이는 [8]의 방법과 비슷하지만 본 논문에서는  $P(u) \cup P(v)$ 가 아닌  $P(u)$ 만을 고려하였다. 또한 거리의 합을 사용한 이유는 기하학적인 잡음(geometric noise)에 대한 민감한 반응을 줄이기 위해서이다. 기존의 몇몇 알고리즘들은 최대거리나 평균 거리를 이용하고 있는데 이는 잡음에 너무 민감하거나 혹은 둔감하게 반응하여 간략화 결과의 시각적인 질을 떨어뜨릴 수 있다.

지금까지 설명한 거리요소 만으로는 간략화 전후 메쉬간의 기하학적인 변화를 충분히 기술할 수 없다.



[그림 3] 거리요소에 기반 한 에지의 제거비용이 서로 같은 경우( $d_1 = d_2$ ).

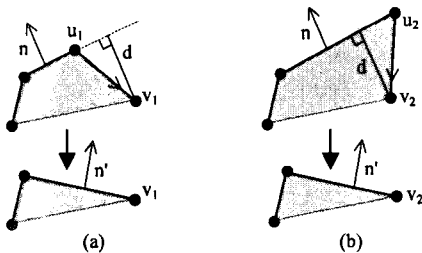
[그림 3]에서, 거리요소에 기반 한 두 에지  $\vec{e}_1$  및  $\vec{e}_2$ 의 제거 비용은 서로 같다. 그러나 (a)와 (b)에서 보는 바와 같이 이들은 각각 간략화 전후의 일탈 정도가 서로 다르다. 이러한 문제는 지역표면의 방향 변화량을 고려함으로써 해결할 수 있다. 즉, (a)와 (b)는 거리요소에 기반 한 제거 비용은 같지만 에지 축약 후에 (b)의 방향 변화량이 (a)보다 상대적으로 크므로 (b)의 제거비용을 높게 부여하는 것이다. 에지  $\vec{e}(u,v)$ 의 축약연산 후에, 남은 인접 평면들은  $P(u)$ 에서  $P(\vec{e})$ 를 제외한 평면들이다. 따라서 방향 변화량의 측정은 이들의  $M_i$  및  $M_{i+1}$ 에서의 평면에 해당하는  $P_i(\vec{e})$ 와  $P_{i+1}(\vec{e})$  간의 변화만을 고려한다(식(2)). 식에서  $n_t$ 는  $t$ 의 법선 벡터이고  $\cdot$ 는 두 벡터의 내적(inner product)을 각각 의미한다.

$$\sum_{t_i \in P_i(\vec{e}), t_{i+1} \in P_{i+1}(\vec{e})} (|1 - n_t \cdot n_{t'}| / 2) \quad (2)$$

벡터양인 평면의 법선벡터는 기하학적인 잡음에 특히 민감하게 반응할 수 있다. 따라서 앞서 거리요소의 경우에서와 같은 이유로 식(2)에서도 합 연산자를 사용하였다.

4.3 지역메쉬의 기하학적 특성

에지의 비용함수를 구성하는 또 하나의 요소는 현재 메쉬  $M_i$ 의 기하학적인 특성이다. 메쉬의 기하학적 특성을 나타내는 요소로서 지역표면의 곡률(Curvature)과 에지의 길이를 이용한다. 메쉬의 특징 요소들은 대부분 좁은 지역에 작은 크기의 기하학적인 요소들로서 구성되기 때문에 간략화 전후의 기하학적 변화량이 작다. 이러한 작은 스칼라량을 갖는 특징 요소들을 보존하기 위해 앞서 설명한 표면의 방향 변화량 요소를 이용할 수 있다. 그러나 [그림 4]에서와 같이 서로 다른 기하학적 특성을 갖는 지역들에 대해 같은 크기의 비용을 생성할 수 있다. 따라서 이러한 지역들을 구분하기 위해서는 현재 메쉬의 지역곡률과 같은 추가적인 요소를 고려해야 한다.



[그림 4] 거리 및 방향요소에 기반 한 제거비용이 같은 경우.

지역곡률은 에지  $\vec{e}(u, v)$ 의 시작점  $u$ 에 인접한 평면집합  $P(u)$ 와 에지 자신에 인접한 평면집합  $P(\vec{e})$  간의 내적의 합을 이용하여 식(3)과 같이 계산한다. 식(3)은 [13]에서 에지 비용 다항식에서의 곡률요소를 변형한 것으로서 본 논문에서는 최대곡률이 아닌 합에 기반 한 곡률 연산자를 사용하였다.

짧은 에지는 지역 표면에 미치는 영향이 적어

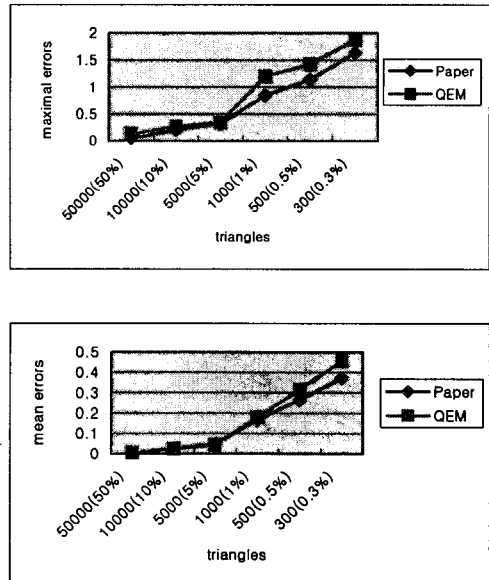
상대적으로 덜 중요하다고 볼 수 있는데 결과적으로 적은 제거 비용을 갖는다. 이는 에지의 길이를 비용함수의 요소로서 추가 정의할 필요가 있음을 의미한다.

$$\sum_{t \in P(u)} \text{Min}(|1 - n_t \cdot n_e| / 2) \tag{3}$$

최종적으로 본 논문에서는 식(1), 식(2) 및 식(3)의 합에 에지의 길이를 곱한 결과를 에지의 비용함수로 사용한다.

5. 실험결과

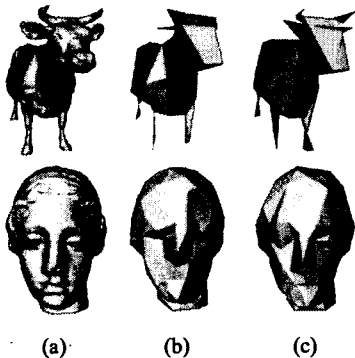
간략화 결과에 대한 수치적인 에러의 측정을 위해 [6]에서 제안 한 Metro 프로그램을 이용한다.



[그림 5] Venus 모델에 대한 최대 및 평균 오차.

본 논문의 간략화 결과는 Venus 모델을 이용하여 QSlim v2.0[8]과 비교하였다. [그림 5]는 Venus 모델을 99.7% 까지 간략화를 수행한 단계적인 결과에 대해 최대 및 평균 오차를 QSlim과 비교한 것이다. 파

격적인 간략화 율에 접근할수록 본 논문의 최대 및 평균 간략화 오차가 보다 적게 발생하는 것을 볼 수 있다. 간략화 결과의 시각적인 비교는 Cow 모델과 Venus 모델을 사용하였다[그림 6]. 두 모델의 결과에서 본 논문의 결과가 원래 모델의 세부적인 모양을 좀 더 잘 보존하는 것을 볼 수 있다. 주목할 점은 QSlim의 경우 최적의 정점 배치 방법을 사용함에도 불구하고 파격적인 간략화 율에서는 본 논문보다 수치적, 시각적인 정확도가 떨어진다는 것이다.



[그림 6] Cow 및 Venus 모델에 대한 간략화 결과. 각각 150t 및 300t. (a): 원래 모델(5804t, 100,000t). (b): QSlim v2.0. (c): 본 논문.

## 6. 결론

본 논문에서는 현재 메쉬의 기하학적 특성과 간략화 전후의 기하학적 변화량에 기반 한 에지 비용 함수를 제안하였다. 또한 병합에 기반 한 에지 축약 연산을 기본 위상 연산으로서 제안하였다. 본 논문의 실험결과를 통해 제안된 비용함수는 파격적인 간략화 수행 후에도 원래 모델의 세부적인 모양을 잘 보존함을 알 수 있었다. 병합에 기반 한 에지 축약 연산의 경우 에지 제거 후에 새로운 정점을 만들어내지 않기 때문에 메모리를 효율적으로 사용할 수 있게 하며 표면 데이터의 점진적인 전송에 매우 효과적으로 적용될 수 있다.

## [참고문헌]

[1] R. Klein, Gunther Liebich, and W. Straßer: "Mesh

- reduction with error control", Proc. Visualization'96, 1996, pp. 311-318
- [2] G. Turk: "Re-tiling Polygonal Surfaces", Proc. SIGGRAPH'92, 1992, pp. 55-64
- [3] J. Cohen: Interactive Walkthroughs of Large Volumetric Datasets: "Concepts and Algorithms for Polygonal Simplification", Proc. SIGGRAPH 2000 Course Notes, 2000
- [4] W. J. Schroeder, J. A. Zarge, W. E. Lorensen: "Decimation of triangle meshes", Proc. SIGGRAPH'92, 26(2), 1992, pp. 65-70
- [5] A. Ciampalini, P. Cignoni, C. Montani, and R. Scopigno: "Multiresolution Decimation based on Global Error", The Visual Computer, Springer International, 13(5), 1997, pp. 228-246
- [6] P. Cignoni, C. Rocchini and R. Scopigno: "Metro: measuring error on simplified surfaces", Computer Graphics Forum, 17(2), 1998, pp. 167-174
- [7] K. J. Renze and J. H. Oliver: "Generalized Unstructured Decimation", IEEE Computer Graphics and Applications, 16(2), 1996, pp. 24-32
- [8] M. Garland and P. Heckbert: "Surface Simplification Using Quadric Error Metrics", Proc. SIGGRAPH'97, 1997, pp. 209-216
- [9] H. Hoppe: "New quadric metric for simplifying meshes with appearance attributes", Proc. IEEE Visualization'99, 1999, pp. 59-66
- [10] P. Lindstrom, G. Turk: "Evaluation of Memoryless Simplification", IEEE Trans. Visualization and Computer Graphics, 5(2), 1999, pp. 98-115
- [11] M. DeLoura: "Game Programming Gems", Charles River Media, 2001
- [12] H. Hoppe: "Progressive meshes", Proc. SIGGRAPH'96, 1996, pp. 99-108
- [13] Stan Melax: "A simple, Fast, and Effective Polygon Reduction Algorithm", Game Developer, 1998 pp. 44-49