

삼치 시퀀스의 상관함수 특성 개선 연구

(A Study on Improving the Correlation Characteristics of a Ternary Sequence)

권 성재*
(Sung-Jae Kwon)

요약 삼치 시퀀스(ternary sequence)는 $-1, 0, 1$ 의 3 가지 값으로만 구성되어 있는 디지털 코드이다. 따라서 디지털 하드웨어로 구현이 편리하다는 장점이 있다. 본 시퀀스는 환형 자기상관함수(circular/periodic autocorrelation function)가 이상적으로 나타나는 특성을 가지고 있다. 하지만 본 시퀀스를 이용해 송신기와 수신기사이의 통신 채널 특성을 긴 시간 구간에 걸쳐서 파악하고자 상호상관법을 사용하기 위해서는 환형이 아니라 선형적인 자기상관함수(linear/aperiodic autocorrelation function) 특성이 요구된다. 따라서 본 고에서는 삼치 시퀀스의 비이상적인 선형 자기상관함수를 개선시키기 위해 주파수 영역에서 역필터링과 쓰레쉬홀딩 연산을 결합한 방법과 특이치분해(SVD)방법을 제안하며 잡음이 있는 상황에서 그 성능을 평가하고자 한다. 제안한 방법은 시뮬레이션 결과 역필터링 방법은 신호대잡음비가 30dB인 경우 최대 부엽 레벨이 11dB 감소했고 SVD 방법도 유사한 결과를 보였으나 잡음에 좀 더 약하며 특이치 값의 세밀한 조정이 필요하였다.

Abstract Ternary sequences are digital codes consisting of discrete values $-1, 0,$ and 1 only. They are advantageous in that the correlation can be carried out using additions only. Also, they feature an ideal circular autocorrelation function, but in channel characterization tasks, the usual requirement is that the linear autocorrelation function be ideal, i.e., a Kronecker delta function. In this article, we consider two approaches to improving their linear autocorrelation or crosscorrelation properties: one is an inverse filtering method with thresholding, and the other is a singular value decomposition (SVD) method. Both methods are simulated under noisy circumstances. The inverse filtering method resulted in an improvement in peak sidelobe level of about 11 dB at an SNR of 30 dB, and the SVD method showed similar performances, albeit more sensitive to noise depending on the singular value selection strategy.

1. 서론

통신 채널의 특성을 파악하고자, 또는 영상 응용에서 신호대잡음비를 증가시키고자 시간-대역폭적(time-bandwidth product)이 큰 신호들이 많이 연구되어왔다. 예를 들면 바커(Barker), 의사잡음(pseudonoise), 처프(chirp), 폴리페이스(polyphase) 시퀀스 등이 있다[1-4]. 대부분의 시퀀스는 선형이 아니라 환형 자기상관함수가 이상적이므로 채널 파

악 용도로 사용할 때에는 오류가 생기게 된다. Ipatov가 고안된 삼치 시퀀스(ternary sequence)도 이상적인 환형 자기상관함수를 가진다[5]. 삼치 시퀀스는 디지털 코드로서 $-1, 0, 1$ 의 3가지 원소로만 구성된다. 현재 이 신호는 한국형 고스트제거기준신호로 사용되고 있다[6,7]. 삼치 시퀀스는 이산 값만을 가지므로 수신기에서 상관연산을 쉽게 할 수 있다는 장점이 있다. 즉, 승산 대신에 가감산으로만 연산이 가능하다. 본 고에서는 삼치 시퀀스의 비이상적인 선형 자기상관함수 특성을 개선하는 방법들의 성능을 비교해보고자 한다.

*대전대학교 통신공학과 조교수

2. 상관함수 특성의 개선

유한한 길이 N 을 가지는 실수 시퀀스 $x(n)$ 의 선형 자기상관함수 $R_{lin}(n)$ 은 다음과 같이 정의되며 우함수(even function)이다.

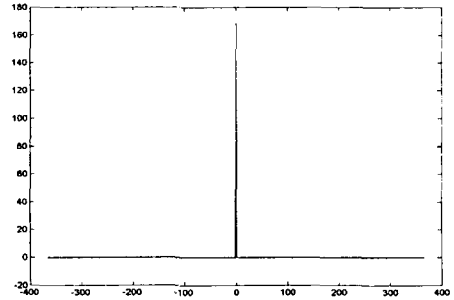
$$\begin{aligned}
 R_{lin}(n) &= \sum_{i=0}^{N-1} x(i)x(i-n) \\
 &= \sum_{i=n}^{N-1} x(i)x(i-n) \\
 &= \sum_{i=0}^{N-1-n} x(i)x(i+n) \\
 &= R_{lin}(-n)
 \end{aligned} \tag{1}$$

한편 환형 자기상관함수 $R_{cir}(n)$ 은 시퀀스의 주기성으로 인하여 다음과 같이 주어진다.

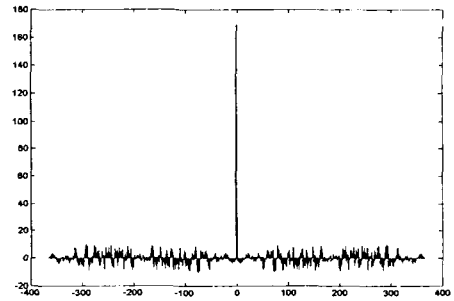
$$\begin{aligned}
 R_{cir}(n) &= \sum_{i=0}^{N-1} x_N(i)x(i-n) \\
 &= \sum_{i=n}^{N-1} x_N(i)x((i-n) \bmod N) \\
 &= \sum_{i=n}^{N-1} \left[x_N(i) \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(i-n+kN) \right]
 \end{aligned} \tag{2}$$

여기서 $a \bmod b$ 연산은 a 가 음수인 경우 b 의 정수 배인 값을 더해 주어 $a \bmod b$ 값이 양수의 나머지 값을 가지도록 해주고 시퀀스 x 에서는 그 인수가 0과 $N-1$ 의 범위에 있도록 해주며 $x_N(i)$ 는 $0 \leq i \leq N-1$ 구간의 한 주기만을 사용한다는 것을 강조하기 위해 $x(i)$ 에 아래첨자 N 을 덧붙였다. $R_{cir}(n)$ 은 N 을 주기로 하는 주기함수로 되므로 채널 임펄스 응답의 지속기간이 긴 경우 앰비규어티(ambiguity)가 존재하게 된다. 그림 1과 2에 각각 $N = 362$ 인 삼치 시퀀스의 환형 자기상관함수와 선형 자기상관함수를 나타내었다. 그림에서 볼 수 있듯이 환형 자기상관함수는 이상적이나 선형 자기상관함수는 그렇지 못함을 알 수 있다. 주엽(mainlobe)의 크기로 정규화한 후자의 피크 부엽 레벨(peak sidelobe level; PSL)은 약 -25dB 에 달한다. 동기 검출 용도에는 큰 어려움 없이 사용할 수 있지만 채널 파악 등의 용도로는 부적합하다고 할 수 있다.

본 논문에서는 비이상적인 선형 자기상관함수의 특성을 개선시키고자, 즉 부엽의 레벨을 줄여주는 두 가지 방법을 고려한다. 그 첫 번째 방법은 주파수 영역에서 역필터(inverse filter)를 구성하고 전달함수 값이 큰 주파수 bin에서는 쓰레쉬홀딩 연산을 취하여 그 값을 제한하는 것이고 두 번째는 특이치분해(singular value decomposition; SVD)를 사용하여 상관함수를 디콘벌루션하는 방법이다.



<그림 1> 삼치 시퀀스의 환형 자기상관함수



<그림 2> 삼치 시퀀스의 선형 자기상관함수

먼저 역필터 방법은 다음과 같이 삼치 시퀀스 $x(n)$ 의 이산 푸리에 변환을 $X(k)$ 라고 할 때

$$Y(k) = \frac{1}{X(k)} \tag{3}$$

$$H(k) = \begin{cases} Y(k), & \text{if } |Y(k)| \leq \epsilon \\ \epsilon, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{4}$$

여기서 ϵ 은 적절한 상수 값이다. 역으로 했을 때 그 절대치가 큰 bin(bin)은 그 값을 제한시킨다.

SVD 방법은 $R_{lin}(n) * h(n) = \delta(n)$ 을 만족하는 $h(n)$ 을 구하기 위해 $R_{lin}(n)$ 을 유니터리(unitary) 및 대각(diagonal) 행렬의 곱으로 분해하는 것이다 [8,9]. 선형 콘벌루션을 포함하는 윗 식을 행렬형태로 표현하면 다음과 같다.

$$R h = \delta \quad (5)$$

여기서 행렬 R 의 매 행은 $R_{lin}(n)$ 의 셉티드 버전(shifted version)으로 구성되며 열 벡터 h 는 임펄스 응답이고 열 벡터 δ 는 한 행만이 1이고 나머지 모든 행은 0이다.

$$R = U \Sigma V^T \quad (6)$$

$$h = R^{-1} b = V \Sigma^{-1} U^T b \quad (7)$$

위에서 Σ 는 디멘션이 R 과 같은 대각행렬이므로 역행렬을 구하려면 대각선 엔트리를 역수로 바꾸어 주면 된다. 대각선 엔트리가 특이치가 되므로 값이 적은 특이치를 버리면 안정된 역행렬을 구할 수 있다. 유니터리 행렬의 역행렬은 그것의 전치(transpose)행렬과 같다.

3. 성능 평가

자기상관함수 특성을 개선시키는 두 가지 방법의 성능을 평가하고자 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 삼치 시퀀스 길이 N 은 362으로 하였다. 원래 길이는 166인데 심벌간 간섭(intersymbol interference; ISI)을 줄이고자 매 샘플마다 0을 하나씩 삽입하여 그 길이가 2배로 되었다. 삼치 시퀀스의 각 샘플은 NTSC 텔레비전 컬러 부반송파의 4배 주파수인 14.318MHz의 표본화주파수를 가진다[10]. 삼치시퀀스가 풀 밴드인 경우와 4.2MHz로 대역이 제한된 경우 각각에 대해 앞에서 제안한 두 가지 방법의 성능을 검증하도록 한다.

그림 3은 풀 밴드이고 신호대잡음비를 50dB부터 -20dB 까지 10dB 간격으로 변화시킨 경우 PSL을 보여준다. 잡음은 가우시언 분포이고 신호대잡음비는 신호의 침투시간 전압과 잡음의 표준편차의 비를 사용했다. 조정 파라미터 ϵ 은 0.35로 설정하였다. 그림에서 실선(□)은 잡음이 포함된 신호를 수신해서 삼치 시퀀스로 상관함수를 구한 것이고 점선(○)은 수신 신호를 쓰레쉬홀딩 과정을 포함하는 역필터링한 결과이다. 잡음이 신호보다 큰 경우에는 전자의 방

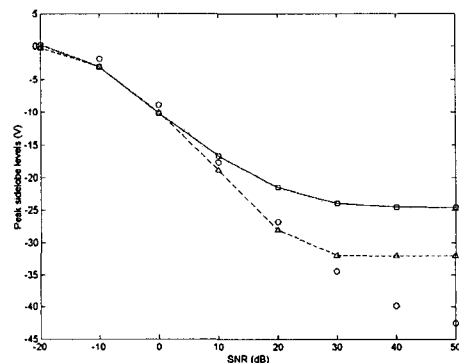
법이 좀 우수하나 전반적으로 후자의 방법이 더 우수함을 알 수 있다. 파선(△)으로 표시된 SVD 방법은 특이치 값을 처리하는 방법에 따라 그 결과에 많이 차이가 있었는데 여기에서는 최소값 보다 어느 정도 큰 특이치 값만 포함시켜 계산했다. SVD 방법은 나머지 두 방법의 장점을 절충한다고 볼 수 있다. 여기까지는 풀 밴드 삼치 시퀀스에 대해 상관특성 개선 방법에 대해 조사를 했다.

그런데 실제로 사용하려면 대역제한을 시켜 주어야하는데 여기에서는 텔레비전 비디오 최대주파수인 4.2MHz를 차단주파수로 하는 저역통과 필터링 한 삼치 시퀀스에 대해 상관특성 개선 방법을 적용해본다.

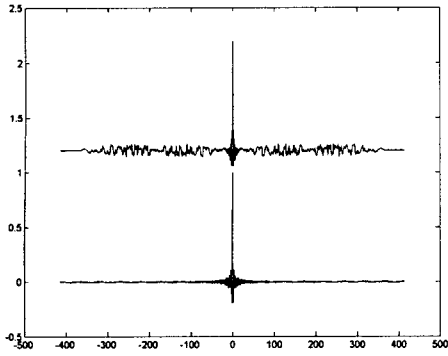
신호대잡음비가 50, 30, 10dB인 각각의 경우 상관함수를 구한 것(윗 부분)과 역필터링 방법의 결과(아래 부분)를 그림 4(a), (b), (c)에 제시하였다. 잡음이 심해지더라도, 즉 신호대잡음비가 -10dB인 경우에도 여전히 역필터링한 결과가 더 좋음을 확인하였다.

식 (5)의 R 을 SVD 분해하여 얻은 특이치들을 그림 5에 나타내었다. 역행렬을 구할 때 그 값이 30이하인 특이치는 감쇠를 시켜 사용하였다. 그림 6의 그래프 (a), (b), (c)는 각각 신호대잡음비가 50, 30, 10dB일 때 SVD 결과를 보여준다. 신호대잡음비가 10dB인 경우는 결과가 나쁜 짐을 보여주고 있다. SVD로 역행렬을 구할 때에는 특이치 쓰레쉬홀드를 어떻게 잡느냐에 따라서 결과가 많이 영향받는다. 해상도와 잡음 증폭간의 절충이 필요하다.

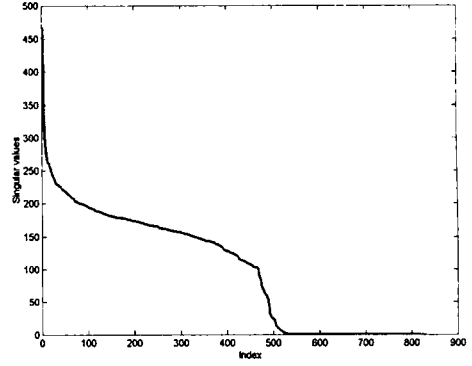
본 고에서 잡음을 여러 번 독립적으로 만들어 각각에 대해 얻은 시뮬레이션 결과에 통계적 평균을 취하지는 않았다.



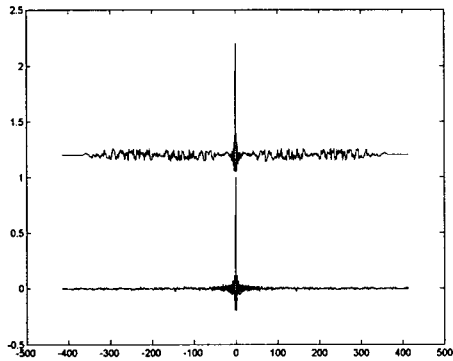
<그림 3> 신호대잡음비에 따른 최대부엽크기 변화



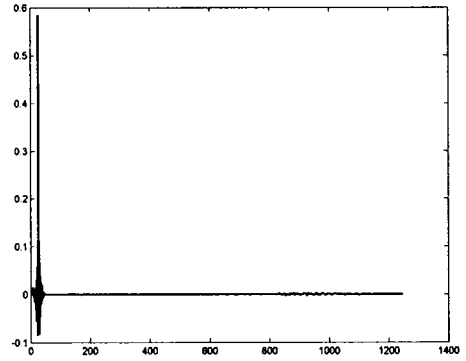
(a)



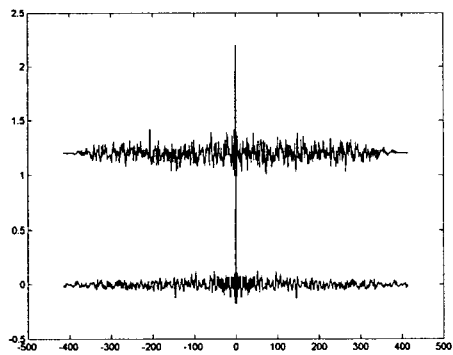
<그림 5> 특이치들의 모습



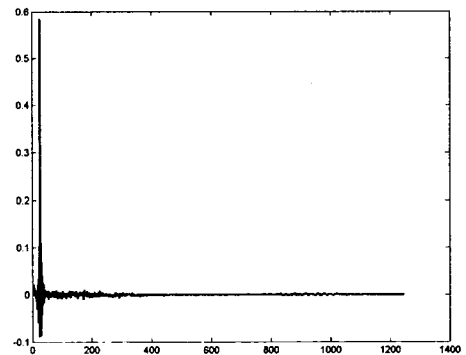
(b)



(a)

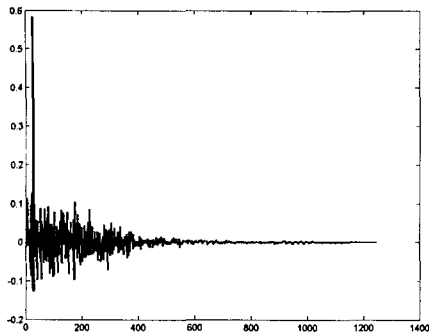


(c)



(b)

<그림 4> 상관함수(상) 및 역필터링 방법(하):
(a) 50dB, (b) 30dB, (c) 10dB



(c)

<그림 6> SVD: (a) 50dB, (b) 30dB, (c) 10dB

4. 결 론

본 논문에서는 삼차 시퀀스가 폴 밴드 및 4.2MHz로 대역이 제한된 두 경우에 대해 선형 자기함수의 특성을 개선시키는 방안에 대해 조사를 하였다. 쓰레쉬홀딩의 옵션이 있는 역필터링 방법과 SVD 방법 두 가지의 성능을 비교했고 그 결과를 제시하였다. 전자의 방법은 간편하면서도 성능도 비교적 우수함을 확인할 수 있고 후자의 SVD 방법은 역행렬을 구할 때 포함시키는 특이치에 따라 결과가 민감히 반응하는 경향이 있어 미세 조정 과정이 필요하고 행렬의 컨디션 넘버를 악화시키지 않는 범위 내에서 값이 적은 특이치도 포함시켜주는 것이 해상도를 유지하면서 잡음도 인헨스시키지 않는다고 할 수 있다.

참 고 문 헌

[1] F. F. Kretschmer, Jr. and K. Gerlach, "Low sidelobe radar waveforms derived from orthogonal matrices," *IEEE Trans. Aerospace Electronic Systems*, vol. 27, no. 1, pp. 92-102, Jan. 1991.

[2] M. A. Benkhelifa, M. Gindre, J.-Y. Le Huerou, and W. Urbach, "Echography using correlation techniques: Choice of coding signal," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.*, vol. 41, no. 5, pp. 579-587, Sept. 1994.

[3] M. O'Donnell, "Coded excitation system for

improving the penetration of real-time phased-array imaging systems," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.*, vol. 39, no. 3, pp. 341-351, May 1992.

[4] L. R. Welch and M. D. Fox, "Practical spread spectrum pulse compression for ultrasonic tissue imaging," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.*, vol. 45, no. 2, pp. 349-355, Mar. 1998.

[5] V. P. Ipatov, "Ternary sequences with ideal periodic autocorrelation properties," *Radio Engr. Elect. Physics*, vol. 24, no. 10, pp. 75-79, 1979.

[6] K. S. Yang et al., "A new GCR and its application," *IEEE Trans. Consumer Electronics*, vol. 40, no. 4, pp. 852-860, Nov. 1994.

[7] W. Ciciora, G. Sgrignoli, and W. Thomas, "A tutorial on ghost canceling in television systems," *IEEE Trans. Consumer Electronics*, vol. CE-25, pp. 9-44, Feb. 1979.

[8] R. J. Steriti and M. A. Fiddy, "Regularized image reconstruction using SVD and a neural network method for matrix inversion," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 41, no. 10, pp. 3074-3077, Oct. 1993.

[9] A. Sano, "Optimally regularized inverse of singular value decomposition and application to signal extrapolation," *Signal Processing*, vol. 30, pp. 163-176, 1993.

[10] B. Grob and C. E. Herndon, *Basic Television and Video Systems*, 6th ed., McGraw-Hill, New York, N.Y., 1999.