

다열 부유식 방파제 해석을 위한 유한요소모형 Finite Element Model for Analysis of Multiple Floating Breakwaters

박우선¹, 이호찬², 정신태³

Woo-Sun Park¹, Ho-Chan Lee² and Shin-Taek Jeong³

1. 서 론

최근 육지 환경의 부족, 육상자원의 고갈 및 휴양 시설의 개발에 따라 해양 공간 이용문제가 대두되면서 항만의 연안역 이용이 다변화되고 있다. 해양의 효율적 개발과 사용을 극대화하기 위해 일반적으로 방파제의 설치를 고려할 수 있다. 하지만 기존에 사용하던 착저 중력식 방파제는 수심이 깊어짐에 따라 여러 한계점을 노출하고 있다. 이러한 착저 중력식 방파제는 방파 기능은 탁월한데 비하여 원활한 해수 순환을 저해하여 항내 수질 악화를 야기시킬 뿐만 아니라 해저 퇴적물 이동에도 영향을 미쳐서 항만 매몰 및 해빈 침식 등과 같은 현상의 원인이 되기도 한다. 이를 해결하기 위하여 수심, 해저지반조건 및 육지로부터 거리 등의 제약을 받지 않는 부유식 방파제가 그 대안으로 평가받고 있으며, 여러 가지 형상의 부유식 방파제에 관한 연구가 이루어져 왔다 (Frederiksen, 1971; Hales, 1981; Vathamony, 1995).

일반적으로 부유식 방파제는 제체의 폭에 비하여 파장이 긴 파랑에 취약한 특성을 지니고 있는 것으로 알려져 있다. 이러한 취약점을 보완하기 위한 노력이 있었으나(양 등, 2001), 아직 획기적인 연구결과는 발표되지 않고 있으며 착저식 방파제와 같은 정도의 파랑차단 효과를 얻는다는 것은 요원한 것으로 판단된다. 따라서, 부유식 방파제는 외곽 주 방파제보다는 2차적인 파랑을 제어하는 보조 방파제로 보는 것이 타당한 것으로 사료된다.

부유식 방파제의 파랑차단성능은 주기에 따라 변하게 된다. 즉, 동적특성에 관계되어 특정 주기대에서는 높은 파랑차단율이 보이기도 하지만 이를 제외한 부분에서는 대부분의 파랑에너지 투과시키는 경향을 보인다. 파랑차단율이 높은 주기대 폭도 넓지 않다는 것이 또 다른 문제점이기도 하다. 따라서, 차단하고자 하는 파랑의 주기대가 넓은 경우에는 한 개의 부유식 방파제를 적용하는 것은 상당히 비경제적일 수 있다. 이러한 경우에는 부유식 방파제를 다열로 배치하는 것으로 고려할 수 있다. 즉, 효과가 좋은 주기대가 다른 두 개 또는 세 개의 부유식 방파제를 병렬로 배치하면 보다 높은 파랑 차단율을 얻을 수 있다. 본 연구에서는 이와 같이 다열로 부유식 방파제가 설치된 경우의 파랑 반사 및 전달특성을 해석할 수 있는 방법에 대해서 연구하였다.

다수의 부유식 방파제가 설치된 경우의 파동장 해석은 경계적분방정식법, 고유함수전개법, 유한요소법 등을 이용하여 수행할 수 있으나, 본 연구에서는 가장 일반적인 해석기법인 유한요소법을 채택하였다. 즉, 박 등(1991)이 개발한 연직 2차원 회절 및 방사문제 해석을 위한 유한요소 모델을 다수의 부유식 방파제가 설치된 경우도 해석이 가능하도록 확장하여 파동장 해석을 실시하였다. 이 모델에서는 무한 경계면에서의 방사경계조건을 무한요소로 처리하였다. 확장 개발된 수치모델의 타당성은 상자형 부유식 방파제 2개가 병렬로 설치된 경우의 실험자료(박 등, 2000)와의 비교를 통하여 입증하였다.

¹ 한국해양연구원 연안항만공학연구본부 (Coastal and Harbor Engineering Research Laboratory, Korea Ocean Research & Development Institute, Sadong 1270, Ansan-si Kyeonggi-do 425-744, Korea)

² 건국대학교 토목공학과 (Department of Civil Engineering, Konkuk University, 1 Hwayang-dong, Gwangjin-gu, Seoul 143-701, Korea)

³ 원광대학교 토목환경공학과 (Dept. of Civil and Envir. Engrg., Wonkwang Univ., Iksan, Chonbuk 570-749, Korea)

2. 문제의 정식화

2.1 운동방정식

일반적으로 부유식 방파제는 Catenary 계류 시스템에 의해 지지되고 있어 부유식 방파제의 거동에 따라 복원력이 비선형적으로 변하는 특성을 지니게 된다. 부유식 방파제의 구조적 안전성 등에 관한 정밀 해석을 필요로 할 때는 이 비선형성을 포함하여 시간 영역에서 해석을 수행하는 것이 바람직하다. 그러나, 이러한 해석은 시간이 많이 소요되기 때문에 비경제적인 면을 지니고 있다. 본 연구에서는 부유식 방파제의 소파특성의 파악에 주목적이 있기 때문에 비선형 계류시스템의 복원력을 등가의 선형 스프링으로 치환하여 주파수 영역에서 해석을 수행하였다.

Fig. 1에 보인 바와 같이 N_b 개의 부체가 파동장에 위치한 경우의 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sum_{m=1}^{N_b} [-\omega^2(m_{lm} + \mu_{lm}) - i\omega(b_{lm} + \lambda_{lm}) + (c_{lm}^b + c_{lm}^m)] \xi_m = F_l^e \quad (1)$$

여기서, m_{lm} , b_{lm} 는 각각 구조물 자체의 질량과 감쇠 계수 나타내며, c_{lm}^b , c_{lm}^m 은 각각 정수압과 계류장치에 의한 강성계수를 나타낸다. μ_{lm} , λ_{lm} 은 구조물의 운동에 의해 발생하는 파에 관련되는 부가질량 및 파랑 감쇠계수이며, F_l^e 은 입사파랑에 관련되는 파랑강제력 계수이다. F_l^e , μ_{lm} 과 λ_{lm} 은 파동장에 놓인 구조물에 대한 경계치 문제를 품으로써 결정할 수 있다. 본 연구에서는 선형포텐셜이론을 사용하여 결정하였다.

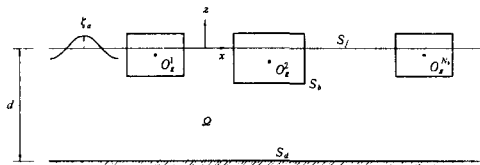


Fig. 1. Definition sketch for the interaction analysis of wave and floating breakwaters.

식 (1)로부터 부체의 복소진폭 ξ_m 을 계산할 수 있으며, 다음 관계식을 이용하여 실제의 거동을 계산할 수 있다.

$$X_m = |\xi_m| \cdot \cos(\omega t - \psi_m) \quad (2a)$$

$$\psi_m = \tan^{-1} \left[\frac{\text{Im}(\xi_m)}{\text{Re}(\xi_m)} \right] \quad (2b)$$

여기서 X_m 과 ψ_m 은 각각 부유식 방파제의 조화운동과 위상차를 나타낸다.

2.2 파동장 해석

유체를 비압축성, 비점성, 비회전류라는 가정을 하는 선형파이론을 사용하면, 파고가 ζ_0 , 진동수가 ω 인 규칙파가 수심 d 인 해역에 설치된 부유식 방파제에 입사할 경우의 파동장은 다음과 같이 Laplace 방정식을 만족하는 속도포텐셜, Φ 로 나타낼 수 있다.

$$\nabla^2 \Phi(x, z; t) = 0 \quad (3)$$

여기서, $\nabla^2(\cdot) = \partial^2(\cdot)/\partial x^2 + \partial^2(\cdot)/\partial z^2$ 이다. 여기에 추가적으로 입사파고 및 구조물의 거동이 미소하다는 가정을 하면, 정수면(S_f) 및 유동장의 바닥면(S_d), 물체의 표면(S_b)에서의 경계조건은 아래와 같이 선형으로 나타내진다.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\omega^2}{g} \cdot \Phi \quad \text{on } S_f \quad (4a)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{on } S_d \quad (4b)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = V_n \quad \text{on } S_b \quad (4c)$$

여기서, $\partial(\cdot)/\partial n$ 은 물체표면에서 유체영역으로 향하는 외향 법선 방향에 대한 미분을 의미하며, g 는 중력 가속도를 나타낸다.

연직 2차원 평면상에서 구조물의 운동은 Fig. 2에 정의된 바와 같이 좌우운동(Sway), 상하운동(Heave) 및 횡동요(Roll) 등 세 방향의 조화운동으로 나타낼 수 있다. 각 방향의 운동을 $j=1, 2, 3$ 으로 표시하였을 때, k -번째 부체에 관련된 V_n 은 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$V_n = \text{Re} \left[\sum_{j=1}^3 -i\omega n_{3(k-1)+j} \xi_{3(k-1)+j} e^{-i\omega x} \right] \quad (5)$$

여기서, $\text{Re}[\cdot]$ 은 괄호안 값의 실수부를 의미하며, $\xi_{3(k-1)+j}$ 는 k -번째 부체의 j -방향운동의 복소진폭을 나타낸다. $n_{3(k-1)+j}$ 는 물체표면에서 유체영역으로 향하

는 법선벡터의 각 방향 성분과 관련된 값으로, Fig. 2와 같이 법선벡터, \vec{n} 을 정의하면 다음과 같이 표시된다.

$$n_{3(k-1)+1} = n_x \quad (6a)$$

$$n_{3(k-1)+2} = n_z \quad (6b)$$

$$n_{3(k-1)+3} = -(z - z_g^k) \cdot n_x + (x - x_g^k) \cdot n_z \quad (6c)$$

여기서, n_x, n_z 는 \vec{n} 의 x 및 z 방향의 성분을 나타내며, (x_g^k, z_g^k) 는 k -번째 부체의 운동중심 (O_g : 무게중심)의 좌표이다.

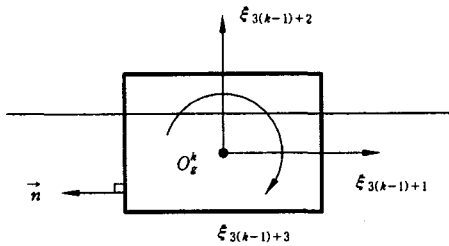


Fig. 2. Definition of motions of the k -th floating Breakwater.

속도포텐셜, Φ 는 아래와 같이 각 성분별 파랑의 포텐셜의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\Phi = \text{Re} \left[\left(\phi_0 + \phi_{3N_b+1} + \sum_{l=1}^{N_b} \sum_{j=1}^3 \phi_{3(k-1)+j} \cdot \xi_{3(k-1)+j} \right) \cdot e^{-i\omega t} \right] \quad (7)$$

여기서, N_b 는 부체의 수를 나타내며, ϕ_0 는 입사파에 의한 성분, ϕ_{3N_b+1} 는 회절파에 의한 성분, $\phi_{3(k-1)+j}$ 는 k -번째 부체의 j -방향운동에 관련된 방사파에 의한 성분을 나타낸다. 이 중, 회절파 및 방사파에 의한 포텐셜은 무한경계면 (S)에서 다음의 방사 경계조건을 만족하여야 한다(Sommerfeld, 1949).

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial \phi_l}{\partial r} - ik_0 \phi_l \right) = 0 \quad \text{for } l = 1, \dots, 3N_b + 1 \quad (8)$$

여기서, k_0 는 입사파의 파수를 의미하며, $r=|x|$, $i=\sqrt{-1}$ 이다.

선형이론에 의하면 식(3), (4) 및 (8)로 주어진 경계치 문제는 ϕ_0 와 ϕ_{3N_b+1} 가 관련된 회절문제와 $\phi_l(l=1, \dots,$

$3N_b)$ 관련된 방사문제로 분리하여 해석할 수 있다. 따라서, 식(5)와 (7)을 식 (4c)에 대입한 후, 회절 문제와 방사 문제로 분리하면 물체 표면에서의 경계조건은 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial n} = \begin{cases} -i\omega n_l & \text{for } l = 1, \dots, 3N_b \\ -\frac{\partial \phi_0}{\partial x} \cdot n_x - \frac{\partial \phi_0}{\partial z} \cdot n_z & \text{for } l = 3N_b + 1 \end{cases} \quad (9)$$

여기서, ϕ_0 는 입사파의 포텐셜로 다음과 같이 나타내진다.

$$\phi_0 = -i \frac{g \xi_a}{\omega} \frac{\cosh[k_0(z+d)]}{\cosh(k_0 d)} \cdot e^{ik_0 x} \quad (10)$$

2.3 파랑강제력(F_l^e)과 부가질량계수(μ_{lm}) 및 파랑감쇠계수(λ_{lm})

물체 표면 및 유체장 임의의 위치에서의 동압력, $p(x, z, t)$ 는 선형화된 Bernoulli 방정식으로부터 다음과 같이 구할 수 있으며,

$$p(x, z, t) = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \text{Re} \left[i\omega \rho \left(\phi_0 + \phi_{3N_b+1} + \sum_{l=1}^{3N_b} \phi_l \xi_l \right) \cdot e^{-i\omega t} \right] \quad (11)$$

구조물에 작용하는 전파력은 물체 표면에서의 압력을 적분함으로써 구할 수 있다. k -번째 부체의 수평 ($j=1$), 수직($j=2$) 및 운동중심에 대한 회전방향($j=3$)의 전파력, $F_l(l=3(k-1)+j)$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$F_l = - \int_{S_b} p(x, z, t) n_l S_b = \text{Re} \left[\left(F_l^e + \sum_{m=1}^{3N_b} F_{lm}^r \right) \cdot e^{-i\omega t} \right] \quad \text{for } l = 1, \dots, 3N_b \quad (12)$$

여기서, F_l^e 는 $\phi_0 + \phi_{3N_b}$ 에 관련된 파랑 강제력이며, F_{lm}^r 는 방사포텐셜 ϕ_m 에 관련된 항으로 부가질량계수, μ_{lm} 와 파랑감쇠계수, λ_{lm} 로 나타낼 수 있다.

$$F_l^e = -i\omega \rho \int_{S_b} (\phi_0 + \phi_{3N_b}) n_l dS_b \quad (13a)$$

$$F_{lm}^e = -i\omega\rho \int_{S_b} \phi_m n_l dS_b \quad (13b)$$

$$= -\omega^2 \mu_{lm} - i\omega\lambda_{lm}$$

여기서, μ_{lm} 와 λ_{lm} 는 아래와 같이 나타내지며,

$$\mu_{lm} = -\frac{1}{\omega^2} \text{Re}(F_{lm}^r) \quad (14a)$$

$$\lambda_{lm} = -\frac{1}{\omega} \text{Im}(F_{lm}^r) \quad (14b)$$

$\text{Re}(\cdot)$ 와 $\text{Im}(\cdot)$ 은 각각 괄호안 값의 실수부와 허수부를 의미한다.

3. Galerkin 기법을 파동장 해석

3.1 유체영역의 이산화

유한요소법을 사용하여, 식 (3), (4)와 (8)을 만족하는 속도포텐셜을 구하기 위하여, Fig. 3과 같이 유체영역을 분리하여 물체를 포함하는 영역 Ω_1 은 통상의 유한요소로 모형화하였으며, 외부영역 Ω_2 는 무한요소로 모형화하였다.

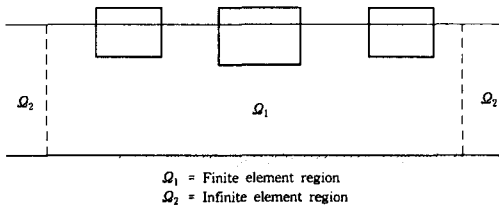


Fig. 3. Division of the wave field.

유한요소법에 의해 유체영역을 모형화하기 위해서 분할된 각 요소내의 포텐셜, ϕ 을 절점포텐셜 $\{\phi_i^e\}$ 와 형상함수 $\{N^e\}$ 로 보간하여 다음과 같이 나타낸 후,

$$\phi_i = \{N^e\}^T \{\phi_i^e\} \quad (15)$$

상기의 경계치 문제를 다음과 같이 Galerkin 기법을 적용하고

$$\sum_e \{R^e\} = -\sum_e \int_{\Omega^e} \{N^e\} \nabla^2 \phi_i d\Omega^e \quad (16)$$

이를 Green의 정리를 이용하여 정리하면 다음과 같은 선형 대수방정식을 얻게 된다.

$$\sum_e ([K_i^e] \{\phi_i^e\} - \{P_i^e\}) = \{0\} \quad (17)$$

여기서, $[K_i^e]$ 는 각 요소의 시스템 행렬, $\{P_i^e\}$ 는 하중벡터로 다음과 같이 나타내진다.

$$[K_i^e] = \int_{\Omega^e} \left(\left\{ \frac{\partial N^e}{\partial x} \right\} \left\{ \frac{\partial N^e}{\partial x} \right\}^T + \left\{ \frac{\partial N^e}{\partial z} \right\} \left\{ \frac{\partial N^e}{\partial z} \right\}^T \right) d\Omega^e \quad (18a)$$

$$- \int_{S_f^e} \frac{\omega^2}{g} \{N^e\} \{N^e\}^T dS_f^e$$

$$[P_i^e] = - \int_{S_b^e} \frac{\partial \phi_i}{\partial n} \{N^e\} dS_b^e \quad (18b)$$

식 (17)은 선형 대수방정식이므로 Gauss 소거법 등의 기법을 사용하면 쉽게 풀수 있다. 특히, 각 요소의 시스템 행렬이 조합된 전체 행렬이 대칭성을 지닌 띠행렬로 구성되므로 컴퓨터의 기억용량 및 계산상의 효율면에 있어서 상당히 유리하게 된다.

3.2 유한 및 무한 요소영역

내부영역, Ω_1 은 Fig. 4에 보인 바와 같이 정수면 및 유체영역을 각각 2차 형상함수를 갖는 3절점 및 8절점 등매개변수 요소(Isoparametric element)를 사용하여 모형화하고, 식 (18)의 각 요소 시스템 행렬은 Gauss 적분공식을 사용하여 구성하였다(Dhatt and Touzot, 1984).

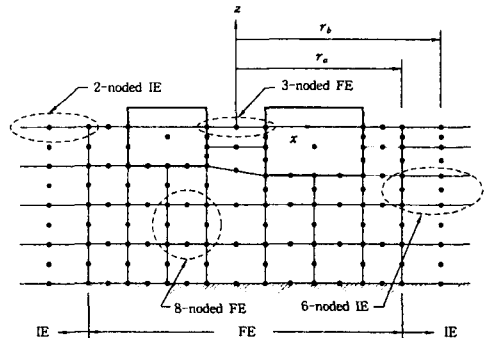


Fig. 4. Finite element meshes.

무한원방의 방사조건을 포함하는 외부영역, Ω_2 는 식(8)의 방사 경계조건을 만족하는 형상함수를 갖는

6절점 및 2절점 무한요소로 모형화하였다(Fig. 5 참조). 본 연구에서 사용한 무한요소는 박 등(1991)이 개발한 것으로 형상함수를 외부영역의 해를 고유함수의 급수해로 나타내었을 때 나타나는 진행파항과 첫번째 산란파항을 사용하여 결정하였다.

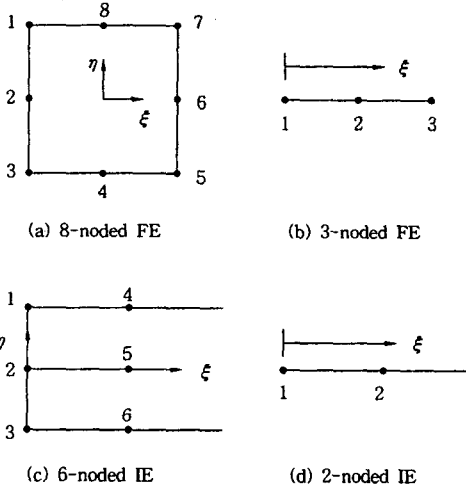


Fig. 5. Definition of natural coordinate systems for FE's and IE's.

4. 수치해석 및 결과분석

4.1 모델의 검증

본 연구에서 개발된 부유식 방파제 성능해석 모델의 타당성을 검증하기 위하여 수리모형 실험자료가 있는 상자형 부유식 방파제 2개가 병렬로 설치된 경우에 대한 해석을 실시하였다(박 등, 2000). 수리실험은 0.45m의 수심에서 수행되었으며 다양한 부유식 방파제 조합에 대해서 수행되었으나, 본 논문에서는 모델의 검증할 목적으로 홀수가 0.1m, 0.15m, 0.2m인 부유식 방파제가 1.6m 사이를 두고 2열로 설치된 경우에 대해서만 비교를 실시하였다.

Fig. 6~8에 앞에서 언급한 경우에 대한 파랑 전달율을 비교하여 나타내었다. 실험결과와 수치해석 결과가 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. 특히 다열 부유식 방파제의 성능의 극대화에 있어서 대단히 중요한 홀수 변화에 따른 최대 방파성능을 보이는 조건의 이동 경향을 잘 모의하고 있음을 알 수 있다. 이와 더불어 홀수가 증가함에 따라 단주기 파랑의 차단율이 부분적으로 떨어지는 현상도 잘 재현하고 있는 것으로 판단된다.

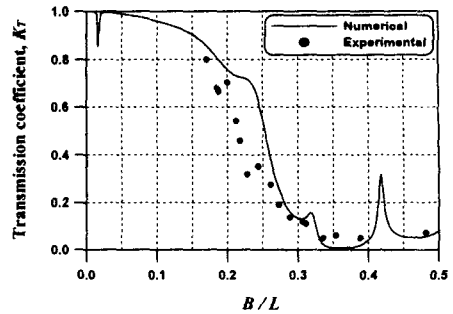


Fig. 6. Comparison of transmission coefficients for a double array typed floating breakwater with draft of 0.1m and spacing of 1.6m.

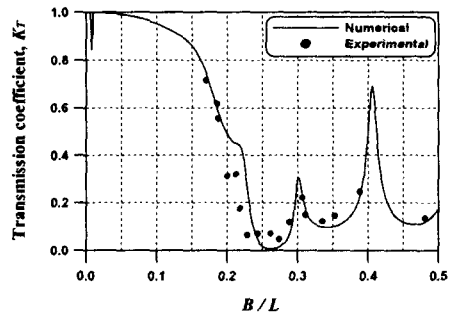


Fig. 7. Comparison of transmission coefficients for a double array typed floating breakwater with draft of 0.15m and spacing of 1.6m.

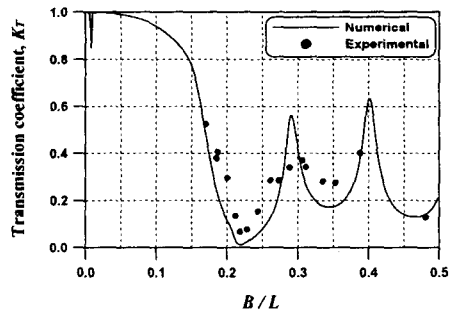


Fig. 8. Comparison of transmission coefficients for a double array typed floating breakwater with draft of 0.2m and spacing of 1.6m.

4.2 다열 부유식 방파제의 성능 평가

다열 부유식 방파제의 현장 적용성을 평가하기 위하여 1기를 설치한 경우와 2기를 설치한 경우에 대한 방파 성능 비교를 실시하였다. 해석 방파제는 앞에 검증에서 사용한 모형을 그대로 사용하였다.

Fig. 9~Fig. 11에 홀수 0.1, 0.15 및 0.2m인 부유식 방파제 1기가 설치된 경우와 1.6m 사이를 두고 2기가

설치된 경우에 대한 결과를 비교하여 나타내었다. 또한 2기가 설치된 경우 상호작용의 영향을 살펴볼 목적으로 상호작용의 영향을 고려하지 않은 경우에 대한 결과도 함께 도시하였다. 여기서, 상호작용의 영향을 고려하지 않은 경우의 결과는 1기를 설치했을 경우의 전달계수를 제공하여 구한 것으로 현재 대상으로 하는 것이 선형 시스템이기 때문에 가능하다. N_b 개의 부체에 대한 결과는 1기에 대한 결과의 N_b 승을 하면 얻을 수 있다. 물론 이 결과는 부체간의 상호작용이 없다는 가정이 있어야만 가능하다.

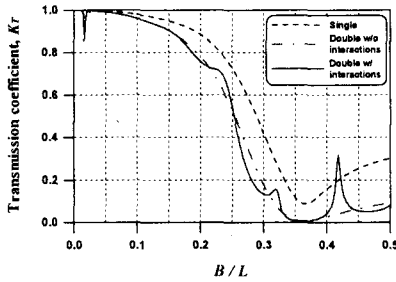


Fig. 9. Comparison of transmission coefficients for single and double array typed floating breakwaters with draft of 0.1m.

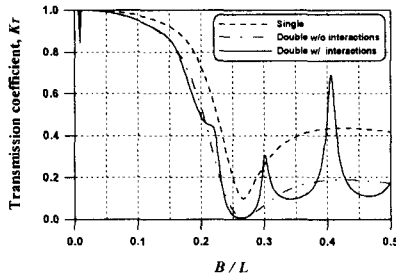


Fig. 10. Comparison of transmission coefficients for single and double array typed floating breakwaters with draft of 0.15m.

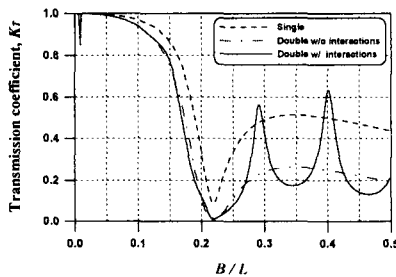


Fig. 11. Comparison of transmission coefficients for single and double array typed floating breakwaters with draft of 0.2m.

그림을 살펴보면 1기를 설치한 경우보다 2기를 설치한 경우가 전반적으로 높은 방파성능을 보임을 알 수 있다. 즉, 방파성능 우수 주기대가 보다 넓어졌음은 물론 대부분의 파랑조건에서 낮은 전달율을 보임을 알 수 있다. 부체간의 상호작용을 고려하지 않은 경우의 결과를 보면 고려한 경우와 부분적으로 다른 양상을 보임을 알 수 있다. 특히, 상호작용을 고려하지 않은 경우에는 단주기 파랑조건에서 방파성능이 떨어지는 현상을 찾아볼 수 없다. 이는 다중으로 부유식 방파제를 설치하였을 경우에는 부체간의 상호작용 효과를 고려하지 않으면 단주기 파랑조건에서의 방파성능을 과대 평가하게 된다는 것으로 수리실험 또는 본 논문에서 제시한 방법 등과 같이 상호작용의 영향을 적절히 고려한 평가가 필요하다는 것을 의미하는 것이다.

5. 결 론

본 연구에서는 다수의 부유식 방파제가 설치된 경우의 파랑 반사 및 전달특성을 해석할 수 있는 방법에 대해서 연구하였다. 박 등(1991)이 개발한 연직 2차원 회절 및 방사문제 해석을 위한 유한요소모델을 여러 개의 부체가 계류되어 파랑과 상호작용을 일으키는 경우에 대한 해석이 가능하도록 확장 개발하였다. 수리실험 결과와의 비교를 통하여 확장 개발된 수치모델의 타당성을 입증하였으며, 방파제를 1기와 2기를 설치한 경우에 대한 수치실험결과와 분석을 통하여 다열 부유식 방파제의 현장 적용 가능성을 확인하였다. 그러나, 두 개 이상의 방파제를 병렬로 설치할 경우, 각 방파제간의 상호작용의 정도에 따라 파랑 차단효과가 감소할 수도 상승할 수도 있으므로 최적의 조건을 찾아내기 위해서는 면밀한 해석이 필요한 것으로 판단되었다.

참고문헌

- 과학기술처, 1989. 해안구조물의 파력흡수를 위한 신소재 개발 연구(I), 394.
- 과학기술처, 1990. 해안구조물의 파력흡수를 위한 신소재 개발 연구(II), 356.
- 과학기술처, 1995. 부유식 해양구조물에 관한 연구, 492.
- 박우선, 윤정방, 편종근, 1989. 파랑하중 산정을 위한 무한요소, 한국해양 해양공학회지, 1(1): 71-80.
- 박우선, 1991. 파랑하중에 대한 Tension Leg Platform

- 의 신뢰도 해석, 박사학위논문, 한국과학기술원, 144.
- 박우선, 이달수, 오영민, 정원무, 1991. 연직 2차원 회절 및 방사문제 해석을 위한 무한요소, 한국해양해양공학회지, 3(4): 235-243.
- 박재현, 안용호, 김도영, 2000. 상자형 부유식 방파제의 소파성능 개선을 위한 실험적 연구, 한국해양환경공학회지, 3(2): 41-48.
- 양우석, 조원철, 박우선, 2001. 부유식 방파제의 파랑 차단 성능 제어, 한국해양 해양공학회지, 13(3): 230-236.
- 정원무, 편종근, 1991. 천해역에 기인장 계류된 2차원 부방파제 운동 해석, 한국해양 해양공학회지, 3(3): 137-151.
- 國際海洋科學技術協會, 1987. 浮防波堤-現狀と課題, p. 89.
- 井島武士, 田淵幹修, 湯村やす, 1972. 有限水深域の波による矩形断面浮體の運動と波の變形, 土木學會論文報告集, 第202號, pp. 33-48.
- Dhatt, G. and Touzot, G., 1984. *The finite element method displayed*, John Wiley and Sons, p. 509.
- Eatock-Taylor, R. and Zietsman, J., 1981. A comparison of localized finite element formulations for two-dimensional wave diffraction and radiation problems, *Int. Jour. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 17, pp. 1355-1384.
- Hales, L.Z., 1981. *Floating Breakwaters: State-of-the-Art Literature Review*, Technical Report No. 1-1, CERC, p. 270.
- Sommerfeld, A., 1949. *Partial differential equations in physics*, Academic Press, New York, pp. 181-200.