

# 단면 수정계수를 이용한 이동 하중에 따른 트러스 연결부의 응력해석

## Stress Analysis of Truss Connection subjected to Moving Load Using Section Properties Factor

이상호\*      배기훈\*\*  
Lee, Sang-Ho      Bae, Gi-Hoon

---

### ABSTRACT

This paper propose section properties factor to generate stress history for fatigue analysis and safety inspection of steel bridge. A methodology is described for the computation of numerical stress histories in the steel truss bridge, caused by the vehicles using section properties factor. The global 3-D beam model of bridge is combined with the local shell model of selected details. Joint geometry is introduced by the local shell model. The global beam model takes the effects of joint rigidity and interaction of structural elements into account. Connection nodes in the global beam model correspond to the end cross-section centroids of the local shell model. Their displacements are interpreted as imposed deformations on the local shell model. The load cases for the global model simulate the vertical unit force along the stringers. The load cases for the local model are imposed unit deformations. Combining these, and applying vehicle loads, numerical stress histories are obtained. The method is illustrated by test load results of an existing bridge.

---

### 1. 서 론

강교량에서 연결부의 형상은 응력분포에 상당한 영향을 끼치고 기하학적인 응력집중은 특히 피로 해석에 중요한 요인으로 작용한다. 구조해석을 통해 구해진 응력이력을 보정계수를 사용하여 실동응력으로 모형화한 뒤 피로손상평가를 위해서 응력범위를 산출하는데<sup>(2)</sup> 구조해석 방법에 따라 응력범위의 크기에 많은 차이가 있다. 현 시방기준에 따르면 변형에 의한 기하학적 형상 변화, 절점에서의 축방향의 편심, 부재간의 연결상태 그리고 축력의 영향을 고려한 면내 및 면외 좌굴 등을 정밀해석에서 고려한다고 제시되어 있으나<sup>(3)</sup> 현재 교량 전체의 거동을 고려한 국부적인 해석에 대한 연구는 미흡한 실정이다. 또한 안전진단시 강교의 구조해석 모델을 격자 모델로 제시<sup>(4)</sup> 하고 있고 일반적으로 트러스교는 beam 모델을 쓰고 있다. 교량 건설 직후 실시되는 초기안전점검 단계에서 설계 내하력과 실제 내하력을 정량적일 뿐 아니라 정성적으로 비교하여 향후 교량의 유지관리를 위한 초기 자료로 구축해 놓을 필요가 있다. 이에 본 연구에서는 강교의 피로해석과 안전진단시에 요구되는 응력이력을 얻기 위하여 연결부의 강성(rigidity)과 거셋플레이트(gusset

---

\* 정희원 연세대학교 사회환경시스템 공학부 부교수

\*\* 연세대학교 사회환경시스템 공학부 석사과정

plate)를 포함한 부재간의 상호거동을 고려한 단면수정계수(section property factor)를 제안한다. 상대적으로 정확한 응력이력(stress history)을 구하기 위하여 영향선의 개념에 의한 beam 모델과 shell 모델을 결합하는 방법론<sup>(1)</sup>을 이용하고 이를 박스형과 I형 단면형상을 갖는 볼팅(bolting) 연결된 트러스교에 적용해서 응력이력을 산출하였다.

## 2. 전체해석모델과 국부해석모델의 결합을 위한 방법론

본 연구에서는 Global beam 모델과 local shell 모델을 함께 고려하기 위한 방법론을 채택하였다. 그 이유는 beam 모델과 shell 모델이 결합된 모델은 2차원 또는 3차원 beam 모델이 고려하지 못하는 부분들을 반영할 수 있기 때문이다. 즉 연결부의 거셋 플레이트에 대한 rigidity의 영향, 구조 부재간의 상호거동, 응력집중 등이 있다. 이 방법론은 교량 전체를 shell 모델로 해석하는 방법에 비하여 해석에 소요되는 시간과 노력을 단축시킬 수 있다. 절차에 대한 전체적인 흐름은 그림 1과 같다.

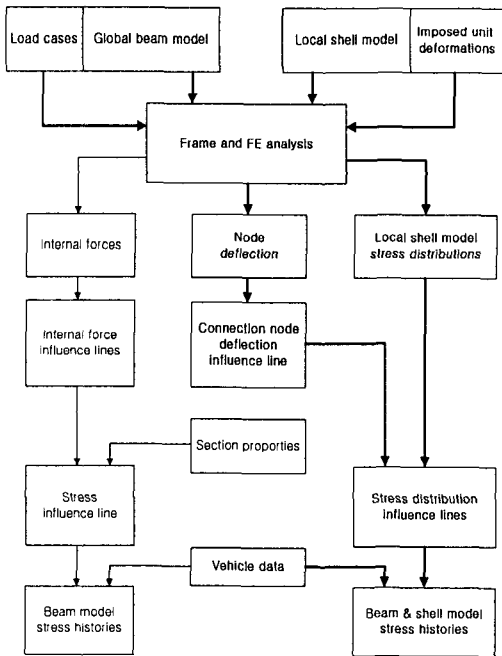


그림 1. 응력이력 산정에 대한 흐름도

1. Local shell 모델의 응력값(stress distributions) 들은 global beam 모델과의 연결점(connection node)에서 모든 자유도에 대해 각각 단위변형을 가함으로써 산출된다. 이러한 응력분포 값들은 실제 변형과 곱하여 더하면 실제 구조물에서 변형에 의한 응력 분포가 산출된다.

2. Global beam 모델의 stringer에 수직 단위하중을 재하함으로써 연결점에서의 변위에 대한 영향선(deflection influence line)을 산출한다.

3. Global system에서 산출된 단위하중에 따른 deflection influence line과 local system에서 산출된 단위변위에 따른 응력값들을 조합하여 global system에서 단위하중에 따른 응력에 대한 영향선(stress influence line)을 산출한다.

4. 단위하중에 의한 stress influence line에 차량하중을 재하함으로써 이동하중에 따른 응력이력을 산출한다.

제시된 절차에 대한 자동 계산 처리는 MATLAB을 이용하여 프로그램 하였으며 beam 모델 해석은 SAP 프로그램을 이용하였고 shell 모델 해석은 ANSYS 프로그램을 이용하여 수행하였다.

위 방법론은 실제 변형률 측정치와 비교 검토함으로써 제안된 모델과 방법론에 대한 적용성과

정확성을 검토하였다. 본 연구에서는 성수대교 초기안전점검 측정자료를 비교 대상으로 하였으며 교량의 beam 모델과 상세부의 shell 모델은 실제 교량의 설계도를 바탕으로 모델링하였다.

### 3. 모델링

#### 3.1 Local shell 모델

Local shell 모델은 얇은 두께를 갖는 3D 8-node serendipity quadrilateral shell element로 구성하였고 quadratic deformation shape을 갖는다. 각 절점은 6개의 자유도(degrees of freedom)를 가지며(그림 2) 해석 결과치는  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$ 로 6개의 값을 산출하고 수치 적분점은 spurious energy mode를 발생하지 않도록 하기 위하여 2x2의 4개의 적분점을 갖는 감차적분법을 적용하였다. Local shell 모델은 거셋플레이트에 하현재와 수직재와 사재가 연결되어 총 5433개의 element로 구성(그림 3)되어 있다. 하현재와 수직재는 박스형 단면이고 사재는 I형 단면을 가지며 거셋 플레이트와의 연결은 볼트로 연결되어 있으며 bolting을 위한 전단 보강 판은 모델링에 고려하지 않았다. 실제 연결부는 하현재의 웨브(web)에서 거셋 플레이트 돌출시킨 형상이며 본 연구의 모델링에서는 상현재 플랜지와 사재의 플랜지까지 연결되어 있다. 거셋 플레이트와 상현재는 같은 두께를 가지며 상현재 플랜지와 사재의 플랜지는 각각 다른 두께를 가진다.

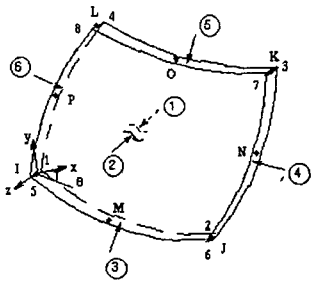


그림 2. 8-node Shell element

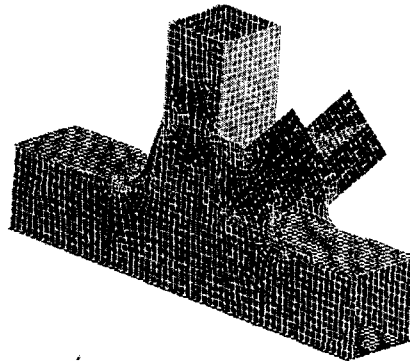


그림 3. Local shell 모델

#### 3.2 Local beam 모델

Local beam 모델은 실제 단면의 도심에 대응되는 위치에 있으며 6개의 자유도를 갖는다(그림 4). Section properties는 실제 형상에 가깝게 모델링한 Shell 모델로부터 변위를 비교하여 산출한다.

우선 각 beam의 단면 크기를 임의의 값으로 사용하여 단위 축하중, 전단력, 휨모멘트, 비틀림 모멘트를 각 연결점

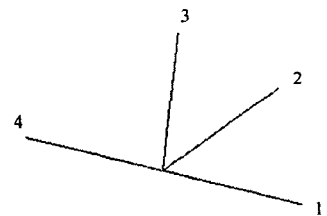


그림 4. Local beam model

(endpoint)에 각각 재하한다. 위 힘들을 등가하중으로 local shell model에 재하한다. 각 하중별로 beam endpoint와 shell model의 도심에 해당하는 절점과의 변위와 회전을 비교하여 section properties를 수정한다. 즉 단면 형상에 따라서 단면적, 강축과 약축에 대한 전단 면적, 비틀림 상수, 강축과 약축에 대한 단면2차모멘트의 6개의 section properties가 산정되고 여기에 factor를 곱하여 local beam 모델의 section properties를 수정하는 것이다.

### 3.3 Load model for local model

하중 모델은 local shell 모델의 연결점에 6개의 자유도에 따라 각각의 단위변위를 가하고 응력 값들을 산출한다. 연결점이  $n$  개라면  $6 \times n$  번 해석해야 한다. 본 연구에서는  $6 \times 4 = 24$  번 수행하였다(표 1). Boundary conditions는 단위변형을 가지는 자유도를 제외하고 모든 연결점의 절점들을 구속한다.

### 3.4 Global beam 모델

성수대교는 트러스 구성이 link와 hinge 부분을 갖는 전형적인 게르버 형식으로 구성되어 있었으며 붕괴 사고 후 복구공사에서 hinge 부분을 없애고 강결로 연결하여 수정된 게르버 형식인 부정정구조물로 건설되었다. 구조 제원은 표 2와 같으며 모델링은 한 지간인 120m만 채택하였다.

표 1. Local model's load cases

연결점	$u_x$	$u_y$	$u_z$	$r_x$	$r_y$	$r_z$
1	1	2	3	4	5	6
2	7	8	9	10	11	12
3	13	14	15	16	17	18
4	19	20	21	22	23	24

표 2. 성수대교 제원

Truss 연장	84.0+5@120+84 =768.0m
Truss 폭원	19.4m
Truss 열수	3열 (2@8.0=16.0m)
Truss 높이	교각부 11m 중앙부 5m
Cross beam 간격	4.8m

Global beam 모델은 6개의 자유도를 갖는 beam 요소를 이용하여 단면계수가 수정된 local beam element와 통합한다(그림 5). 상현재, 하현재, 수직재, 사재는 모든 자유도를 구속하였고 floor beam과 sway bracing, lower bracing은 회전에 대한 구속을 풀어주었다. 횡방향 보강빔은 모든 자유도를 구속하였으며 link 부분의 떨어져 있는 두 절점은 Constraint를 이용하여 y방향 변위를 구속하였다.

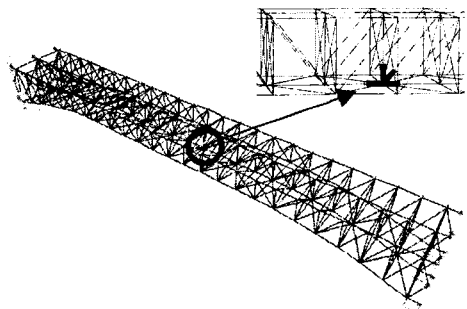


그림 5. Global beam 모델

성수대교 복구공사 완료 후 서울특별시 건설안전관리본부가 추진한 초기 안전점검에서 Proof Load Test를 실시하여 교량의 유지관리를 위한 기초 자료를 제시하였다. 본 연구에서는 5km/h 서행에 의한 의사정적시험에 의한 자료와 비교 검토를 실시하였다.

영향선에 차량하중을 적용하기 위하여 먼저 단위 하중에 따른 영향선을 산출한다. 수직의 단위 하중을 차선에 따라 재하시키고 Gauge 측정값은 영점 조정 상태에서 측정하므로 구조물의 사하중은 제외한다.

## 4. 응력이력 산정

### 4.1 Beam 모델에 의한 응력 이력

빔에서 계산된 축력, 전단력, 모멘트를 이용하여 응력을 산출한다. 단위 하중에 따른 stress influence line에 차량하중을 재하시켜 응력이력을 구하였다. 재하된 차량 하중은 그림 6과 같다. 차선은 하나이며 바깥 주형에서 2.6m 떨어진 지점에 재하되었다.

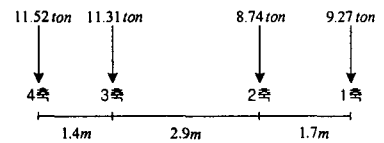


그림 6. 차량 하중

### 4.2 Beam과 shell 모델을 통합한 응력이력

응력이력은 Global beam 모델에서 산출된 단위 하중에 따른 deflection influence line에 local shell 모델에서 산출된 단위 변위에 따른 응력값들의 선형적 중첩하여 응력이력이 산출된다. 본 연구에서는 단면 특성이 수정된 Local beam 모델을 교량 전체에 적용하여 Global system과 통합하는 모델을 제시한다.

본 논문에서 사용된 중첩의 원리는 다음과 같은 내용에 적용되었다. 탄성영역하에서 응력과 변형은 선형적으로 비례하므로 단위변형의 선형 조합에 의한 Local shell 모델의 응력분포 값들은 각각의 단위변형에 의한 응력분포 값들을 선형적으로 중첩한 것과 같다.

$$\sigma \left( \sum_{i=1}^{6n} (\alpha_i \cdot e_i) \right) = \sum_{i=1}^{6n} [\alpha_i \cdot \sigma(e_i)] \quad (1)$$

$e_i$  : Local shell 모델에서 i 번째 강제 단위 변형

$\alpha_i$  : 중첩 계수(연결점의 변위를 의미한다.)

$\sigma(e)$  : Local shell 모델에서 강제 단위 변형  $e_i$ 에 의한 응력 분포 값

$n$  : 연결점의 개수

## 5. 단면 수정계수 산정 결과

Beam section properties를 수정하기 위한 factor는 beam과 shell의 비율로 제안한다.

$$Factor = \frac{Deformation\ of\ beam}{Deformation\ of\ shell} \quad (2)$$

표 3과 그림 7, 8을 보면 연결점 1은 하현재에 해당되며 Beam 모델에서 산출된 단면 수정계수 값이 Shell 모델보다 0.82배 작은 것을 볼 수 있다. 이는 거сет플레이트는 하현재의 웨브와 같은 두께를 지니고 있으며 하현재 웨브에서 연장되어 있고 수직재와 하현재가 거сет 플레이트에 볼트로 연결되어 있으므로 수직재와 사재는 하현재와 완전히 강결되어 있다고 여길 수 없기 때문이다. 실제 사재와 수직재 플랜지 사이에는 20mm의 간격이 있고 수직재, 사재와 하현재 사이에는 40mm의 이격이 있다. Beam 모델에서는 모든 자유도를 구속하여 강결로 모델하였으나 위 결과를 보면 실제는 강결조건에 미치지 못함을 알 수 있다. 그러나 강축 휨에 저항하는  $u_2$ 와  $r_3$ 를 보면 beam 모델에 의한 강결조건보다 더 구속됨을 알 수 있다. Beam 모델의 해석 변위 값이 작게 나왔다는 것은 상대적으로 강성이 크다는 의미이므로 beam 모델의 단면 계수에 0.82배 만큼의 factor를 곱하여 강성을 줄이면 shell 모델의 결과와 같은 변위를 갖게 된다. 수정해야 할 단면계수는 단면 크기, 2축에 대한 전단면적, 2축에 대한 전단면적, 비틀림 상수, 2축에 대한 단면 2차모멘트, 3축에 대한 단면 2차 모멘트로 각각 local axis에 대한 변형에 대응된 값이다.

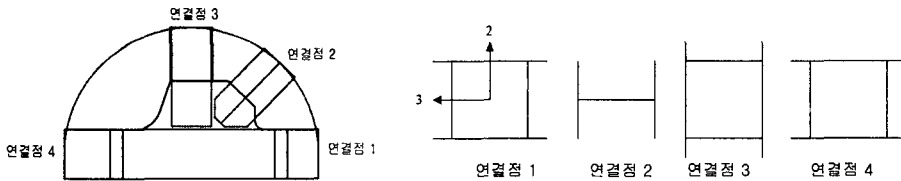


그림 7. Local coordinate

표 3. Section properties factor

연결점	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$r_1$	$r_2$	$r_3$
1	0.82	1.16	0.59	0.91	0.82	1.02
2	1.27	3.89	1.17	1.50	1.24	1.78
3	0.98	1.56	0.71	0.95	0.91	1.19
4	0.77	0.79	0.52	0.73	0.75	0.88

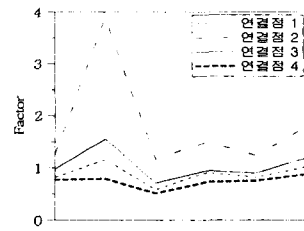


그림 8. 단면 수정계수

연결점 2는 사재에 해당되며 거сет플레이트가 차지하는 영역이 크므로 구속의 효과가 크게 나타남을 볼 수 있다(그림 6). 경향은 1번 연결점과 마찬가지로 강축 휨에 저항하는  $u_2$ 와  $r_3$ 에 대해 구속의 효과가 크게 나타나고 특히  $u_2$ 에 대한 값은 다른 값들에 비해 많은 차이를 보이고 있다.

연결점 3은 수직재에 해당되며 경향은 비슷하며 단면 수정계수의 크기는 하현재와 사재의 중간 정도의 크기를 갖는다. 4번 연결점은 하현재에 해당되며 1번 연결점보다 크기가 작게 나타남은 거셋플레이트가 차지하는 비중이 가장 작기 때문이다.

상기의 결과로부터 beam 모델에서 4개의 부재 연결시 모든 자유도가 구속되는 모델링이 실제와는 차이를 보임을 알 수 있다. 정확한 응력값이나 변형률을 산정할 경우 거셋플레이트의 rigidity와 구조적인 부재간의 거동을 무시할 수 없음을 보여준다.

## 6. 재하시험 측정치와 비교

측정된 부위는 beam 모델에서의 4개의 부재의 교점에 해당하는 웨브의 가운데에 교축 방향으로 설치되었다.

표 4와 그림 9를 보면 Beam 모델은 연결부의 교점에서 모든 자유도를 구속하므로 실제보다 응력을 크게 산정하고 있음을 알 수 있다. 이것은 실제 교량설계시 사용한 성수대교 구조계산서에서 보인 응력값( $673 \text{ kg/cm}^2$ )과<sup>(5)</sup> 유사한 값을 보이고 있고 설계시에는 강결로 모델링 하는 것이 안전측으로 고려되지만 안전진단시 변형률 또는 응력값을 비교할 경우나 정확한 응력 변동을 산정해 피로수명을 산정할 경우는 beam 모델에 의한 해석 결과가 많은 오차를 보임을 알려준다. 교량의 초기재하시험의 주된 목적이 교량 초기자료 구축 뿐 아니라 교량설계 해석모델의 검증이란 것을 고려한다면 해석값과 실측치가 유사한 값을 지녀야 하므로 초기재하시험시에는 shell 모델에 의한 정밀해석값과 비교되는 것이 바람직하다. Beam 모델의 결과와는 달리 Beam & Shell 모델에선 측정치와 거의 유사한 응력이력을 나타내고 있다.

그림 10을 보면 factor를 사용하지 않은 beam과 shell이 결합되어 해석한 것을 비교하였는데 factor를 사용한 해석결과보다 응력값이 크게 산정되었으나 그 차이가 작은 것을 알 수 있다. 이것은 거셋 플레이트의 rigidity는 shell 모델에 충분히 반영되었기 때문이다.

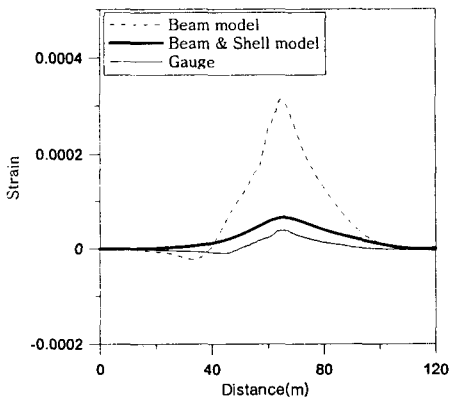


그림 9. 실측치와 비교

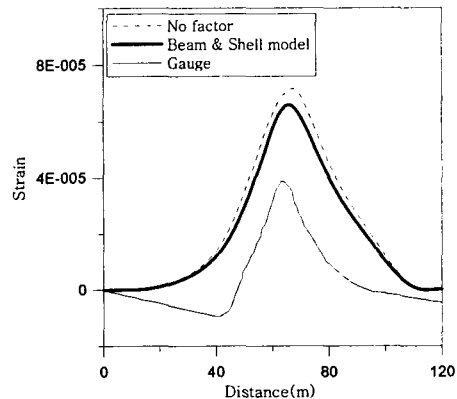


그림 10. No factor와 비교

표 4. 변형률과 응력 비교

	Gauge	Beam & Shell	Beam	No factor
최대 변형률	0.000040	0.000065	0.000320	0.000071
응력 ( $kg/cm^2$ )	84	136.5	672	149.1
응력비	1	0.615	0.125	0.563

(탄성계수  $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ , 허용축응력  $2100 \text{ kg/cm}^2$ )

## 7. 결론

강교의 피로해석과 안전진단시에 요구되는 정밀한 응력이력을 얻으면서 전체 교량의 거동을 반영하는 국부해석을 수행하기 위해서 global beam 모델과 local shell 모델을 결합하는 방법을 도입했으며 이를 바탕으로 연결부의 rigidity와 거셋플레이트를 포함한 부재간의 상호거동을 고려한 단면수정계수(section property factor)를 제안하는 연구를 수행하였다. 그 연구결과는 다음과 같다.

1. 교량 전체를 shell 모델로 해석하는 방법에 비하여 beam 모델과 shell 모델을 결합한 방법이 해석에 소요되는 시간과 노력을 단축시킬 수 있음을 확인하였다.
2. 이동하중 작용시 실험치와 beam과 shell 모델을 결합하여 해석한 결과와의 비교를 통해 변형률값이 유사함을 볼 수 있었다. 따라서 강교의 피로해석과 안전진단시 연결부의 rigidity와 거셋플레이트를 포함한 부재간의 상호거동을 고려된 정확한 응력이력을 얻을 수 있다.
3. 응력해석시 연결부의 rigidity는 shell 모델에서 거의 반영되었으므로 단면 수정계수에 의한 영향은 작음을 알 수 있었다. Local shell 모델의 응력값 산출을 위해 24회 해석하고 단면 수정계수 산정을 위해 beam 모델과 shell 모델을 각각 24회 수행하는 방법은 총 72회의 local 해석을 해야 하는 번거로움이 있다. 따라서 단면 수정계수 산정에 필요한 48회 수행을 생략하고 응력값 산출을 위한  $24(6 \times n)$ 회의 local shell 해석과 1회의 beam 해석만 수행함으로써 약간의 오차를 감안하고 실험치와 유사한 응력이력 산출이 가능하였다.

## 참고 문헌

1. Kiss K., Dunai L., "Stress history generation for truss bridges using multi-level models", *Computer and Structures*, Vol. 78, 2000, pp. 329~339
2. 이상우, "강철도교의 잔존피로수명 평가에 관한 연구", 석사학위논문, 연세대학교, 1997
3. 도로교설계기준, 건설교통부, 2000
4. 도로교의 내하력평가 실무매뉴얼(안), 건설교통부, 2002
5. 성수대교 초기안전점검 보고서, 서울특별시 건설안전관리본부, 1997
6. Prinja N. K., *Use of finite element analysis in design process*, NAFEMS, Ref:-R0075