

전차선로 탄성도 해석 및 측정에 관한 연구

A Study on the Analysis and Measurement for the Elasticity of the Catenary System

조용현*, 최강윤* 조기조** 권삼영*
Yong Hyeon Cho, Kangyoun Choe Kijo Cho Sam-Young Kwon

ABSTRACT

The elasticity of the contact wire is one of important static parameters for the catenary system. This paper presents how to analyse the elasticity of the catenary system using both simple string model method and finite element method with their formula. Analysis results obtained by these two methods for KTX catenary system are compared.

A measurement of the elasticity for the KTX catenary under construction which is located near Kumkang bridge is made for the comparison with the analysis results. Both a dynamic and a static methods are tried for the measurement. Because of wave propagation, the dynamic method with 5 km/h running presented an asymmetric variational pattern of the elasticity while the static method presented a symmetric pattern of the elasticity in the span.

Measured elasticity using the static method is found to be a little higher than the analysis results. But, the static method can presented us a variational pattern of the elasticity in the span similar to the analysed results. Therefore, the static method can be used for evaluating the elasticity of the catenary system

1. 서론

전차선로의 탄성도(Elasticity)는 단위 압상력에 의한 전차선의 압상량을 표시하는 것으로 전차선로의 설계시 고려하는 주요 정적 설계 변수이다(탄성도를 기계공학에서는 컴플라이언스라고 함). 전차선로의 탄성도는 전차선로에 가해지는 장력, 전차선을 지지하는 드로퍼 혹은 행거의 간격 등에 의하여 변하게 된다. 고속용 전차선로의 경우 전차선의 압상량을 어느 수준 이하로 유지하기 위하여 장력을 증가시켜 탄성도를 작게 한다. 전차선로 경간(Span) 내에서의 탄성도 변화가 크면 양호한 집전성능을 확보할 수 없기 때문에 이를 최소화하기 위하여 드로퍼 혹은 행거의 배치를 최적화 한다.

이러한 탄성도 해석을 위하여 단순 현 모델로부터 유한요소해석법까지 다양한 해석 방법들이 사용되고 있다. 본 논문에서는 단순 현 모델방법과 가장 정확한 해석을 할 수 있다는 유한요소 해석법의 수식화를 해보고 KTX 전차선로에 대한 탄성도 해석을 통해 이들을 비교해 보았다.

해석 결과와의 비교를 위하여 건설 중인 KTX 전차선로를 대상으로 탄성도를 측정해 보았다. 탄성도 측정은 두 가지 방법으로 이루어졌는데 하나는 시속 5 km의 속도로 주행하면서 연속적으로 압상력을 주면서 압상량을 측정하는 것이었고 다른 하나는 불연속적으로 드로퍼와 곡선당김금구 위치에서 압상력을 주면서 압상량을 측정하는 것이었다. 본 논문에서는 두 가지의 측정 방법에 의한 탄성도 측정결과를 검토하여 현장에서 사용하기에 적합한 탄성도 측정 방법을 제시하였다.

* 한국철도기술연구원 책임연구원

** 한국철도기술연구원 연구원

2. 탄성도 해석

2.1 단순 현 모델 해석법[1]

단순 현 모델 해석법은 가장 간단하면서도 실용적인 방법으로 전차선을 하나의 현(String)으로 보고 탄성도를 해석한다. 경간 길이를 $S[m]$, 전차선 장력을 $T[N]$, 압상력을 $F[N]$ 으로 할 때 지지점으로부터 x 만큼 떨어져 있는 지점에서의 압상량 $y[m]$ 는 힘의 평형 관계로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

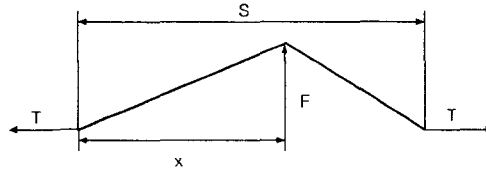


그림 1 단순 현 모델

$$y = \frac{x(S-x)}{S} \frac{F}{T} \quad (1)$$

y 가 최대가 되는 경간 중앙에서의 탄성도 E 는

$$E_{y=S/2} = \frac{S}{4T} \quad (2)$$

가 된다.

이 방법은 경간 지지점에서 압상량이 0인 지지점 근방을 제외하고는 어느 정도 양호한 값을 제공한다.

2.2 유한 요소 해석법

케이블을 굽힘 강성을 갖는 Bernoulli-Euler 보으로 가정하면 케이블의 운동 방정식은 다음과 주어진다.

$$\rho v_{tt} = Tv_{xx} - E Iv_{xxxx} \quad (3)$$

여기서 v 는 수직 변위를 나타내고, 첨자 t 는 시간 미분, x 는 위치 미분을 나타내며, ρ 는 선밀도, T 는 장력, $E I$ 는 굽힘강성을 나타낸다.

유한 요소 강성 행렬을 구하기 위한 전차선에 대한 Weak form 수식화는 케이블 운동 방정식으로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\text{장력에 의한 강성행렬} = \int_0^L Tv_x w_x dx \quad (4)$$

$$\text{굽힘강성에 의한 강성행렬} = \int_0^L E Iv_{xx} w_{xx} dx \quad (5)$$

여기서 w 는 test 함수로 다음과 같은 보의 형상함수(Shape function) N_1, N_2, N_3, N_4 를 사용한다.

$$w = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4] [v_1 \ \theta_1 \ v_2 \ \theta_2]^T \quad (6)$$

$$N_1(\xi) = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \quad (7-1)$$

$$N_2(\xi) = L\xi(\xi-1)^2 \quad (7-2)$$

$$N_3(\xi) = 3\xi^2 - 2\xi^3 \quad (7-3)$$

$$N_4(\xi) = L\xi(\xi^2 - \xi) \quad (7-4)$$

여기서 v 는 수직 변위, θ 는 굽힘각을 나타내며 ξ 는 유한요소 좌표계의 변수를 나타낸다.

주어진 형상함수를 식 (4), (5)에 대입하여 강성행렬을 구해 보면 다음과 같다.

$$\text{장력에 의한 강성행렬 } K_G = \frac{T}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ & & 36 & -3L \\ & & & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\text{굽힘강성에 의한 강성행렬 } K_B = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ & & 12 & -6L \\ & & & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

전차선로의 강성행렬 $[K] = [K_B] - [K_G]$

이상과 같은 유한 요소 강성행렬을 사용하여 전차선로의 탄성도를 계산할 수 있다.

2.3 탄성도 해석 결과

KTX 가선계(경간 길이 54m, 경간 3개)를 대상으로 앞에서 제시한 유한요소를 사용하여 구한 탄성도 해석 결과와 경부고속철도 전차선로 계약자가 유한 요소법을 사용하여 구한 탄성도 해석 결과를 그림 2에 표시하였다. 그림에서 볼 수 있는 바와 같이 두 가지 해석 결과가 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있으므로 앞서 제시하였던 유한요소 수식이 정확하다는 것을 알 수 있다.

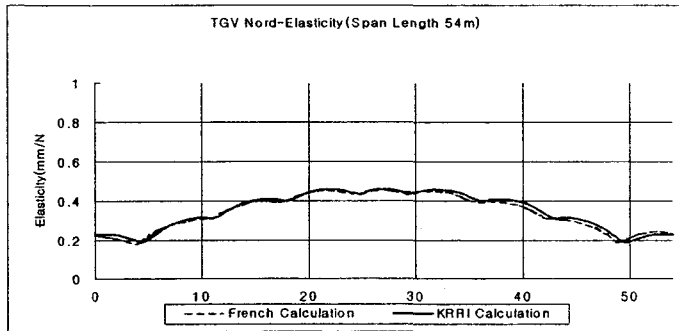


그림 2 유한요소 해석을 사용한 탄성도 해석결과 비교

유한요소 해석법과 단순현 모델 해석법을 비교하기 위하여 KTX 가선계(경간 길이 36m, 경간 3개)를 대상으로 가선계의 탄성도를 구하였다. 그림 3과 표 1에는 탄성도 해석 결과가 나와 있다.

표 1에서 알 수 있는 바와 같이 단순현 모델 해석법은 매우 단순한 해석 방법이지만 경간 내에서의 평균값은 유한요소 해석결과와 거의 비슷하다. 반면에 경간 내에서의 탄성도의 변화를 확인하기 위해서는 유한요소 해석법을 사용해야 함을 그림으로부터 알 수 있다. 전차선로의 설계시 경간 내의 탄성도를 균일하게 유지하기 위하여 드로퍼 혹은 행거의 최적 배치를 하게 되는데 이를 위한 탄성도 평가를 할 때에는 해석은 유한요소 해석법을 사용해야 한다.

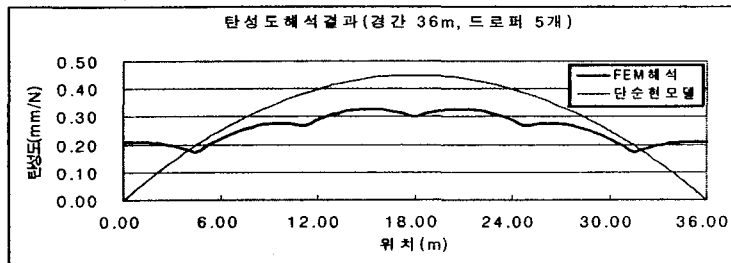


그림 3 탄성도 해석 결과

표 1 단순현 모델 해석법과 유한요소해석법에 의한 탄성도 해석결과 비교

구분	평균[mm/N]	최대		최소	
		크기[mm/N]	위치	크기[mm/N]	위치
단순현 모델 해석법	0.28	0.45	중앙	0	지지점
유한요소해석법	0.25	0.33	중앙	0.17	곡선당김금구 근방 드로퍼

3. 탄성도 측정

3.1 측정 대상

- 측정구간 : 대전 금강교 인근의 전차선로(시공중인 구간)
- 경간길이(드로퍼 갯수) : 36m(5개)
- 건설 상태 : 곡선당김금구 근방의 드로퍼 1개가 느슨해져 있는 상태였다는 점을 제외하고는 전차선 높이 드로퍼 간격 등은 정확하게 맞추어져 있었음.

3.2 측정 방법

탄성도 측정은 두 가지 방법으로 이루어졌는데 하나는 동적 측정법으로 선로를 주행 중에 연속적으로 압상력을 주면서 압상량을 측정하는 것이었고, 다른 하나는 정적 측정법으로 드로퍼와 곡선당김금구 위치에서 압상력을 준 후 압상량을 측정하는 것이었다.

동적 측정을 위한 시험 지그는 그림 4와 같다. 가스실린더(정격 : 6kg) 2개로 전차선과 접촉하는 롤러를 밀어 준 상태에서 일정 속도로 주행하면서 전차선과 롤러 사이의 힘 즉 접촉력과 롤러의 변위를 동시에 측정하였다. 측정된 변위를 접촉력으로 나누어 탄성도를 구했다. 전차선의 파동 진폭으로 인한 측정의 오류를 최소화하기 위하여 시험에 사용한 모터카의 최저 일정 주행 속도인 5 km/h로 주행하면서 측정하였다. 접촉력 측정을 위하여 롤러 밑에 스트레인게이지 형 Load cell(CAS사 제품, 정격 : 50kg)을 두었고, 압상량 측정을 위하여 롤러 밑에 LVDT(압시스사 제품, 정격 : ±10cm)를 두었다.

정적 측정을 위한 시험 지그는 동적 측정법과 같으나 변위 측정을 위하여 LVDT 대신에 측정기준판, 측정용 블럭, 버니어캘리퍼스를 사용하였다. 압상력을 주지 않은 상태에서 측정기준판으로부터 전차선의 수직 자유 높이를 측정블럭과 버니어캘리퍼스를 사용하여 측정하고, 가스실린더와 롤러로 전차선을 압상한 상태에서 압상력과 측정기준판으로부터 전차선의 변형 높이를 측정하였다. 전차선 변형 높이와 자유높이의 차 즉 압상량을 측정한 압상력으로 나누어 전차선의 탄성도를 구했다. 이 방법은 전차선로의 모든 위치에서 탄성도를 구할 수 없고 특정 위치를 정하여 측정할 수 있다. 본 논문에서는 드로퍼 및 곡선당김금구 위치에서 탄성도를 측정을 했다.

3.3 측정 결과 및 토의

동적 측정법 및 정적 측정법에 의한 탄성도 측정 결과가 그림 5와 6에 각각 나와 있다. 그림에서 볼 수 있는 바와 같이 동적 측정법의 경우 탄성도 측정 결과가 경간 중심을 기준으로 대칭성이 없다. 경간의 기하학적 구조가 대칭인 점을 고려할 때 탄성도는 경간 중심을 기준으로 대칭성이 있어야 함에도 동적 측정법에 의한 결과가 비 대칭성을 갖는 것은 파동 전파의 영향으로 인한 측정 오류로 생각된다. 반면에 정적 측정법에 의한 탄성도 측정 결과는 우측 곡선당김금구에 가까운 드로퍼가 느슨한 상태였음을 감안할 때 경간 중심을 기준으로 대칭성을 갖는다고 할 수 있다. 이러한 측정 결과를 볼 때 대칭성이 있는 결과를 얻을 수 있는 정적 측정법을 사용하는 것이 바람직하다.

해석 결과와 정적 측정법에 의한 측정 결과를 비교한 것이 그림 6과 표 2에 나와 있다. 측정 결과가 해석 결과에 비하여 전반적으로 높은 경향을 보이고 있으나 경간 내에서의 변화는 일치하는 경향을 보이고 있다. 경간 중심에서는 측정값과 해석값이 동일하나 곡선당김금구 인근의 드로퍼(1번, 5번 드로퍼)에서는 30% 정도의 차이를 보이고 있다. 하지만 곡선당김금구 인근의 드로퍼에서 탄성도가 가장 작고 경간 중심에서 가장 크다는 것은 해석 결과와 측정 결과가 모두 보여 주고 있다. 측정 결과에서 4번 드로퍼에서 최대 탄성도를 갖는 이유는 느슨한 상태로 있던 5번 드로퍼의 영향으로 판단된다. 5번 드로퍼 인근의 탄성도가 1번 드로퍼 인근의 탄성도에 비하여 큰 것을 볼 때 하나의 드로퍼가 느슨해지면 자신 뿐만 아니라 인근의 드로퍼에도 영향을 주게 된다는 것을 알 수 있다.

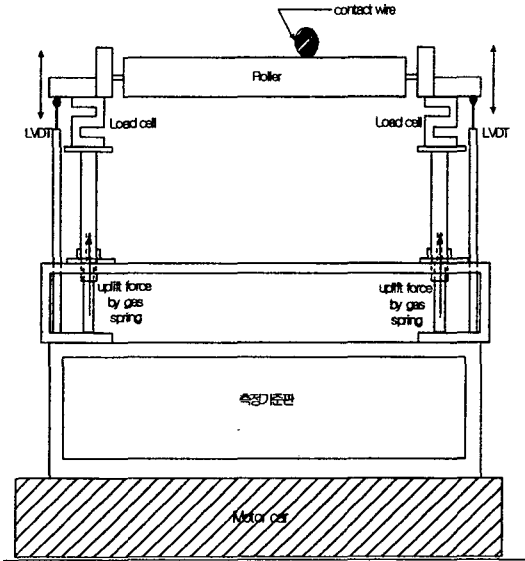


그림 4 동적 탄성도 측정을 위한 지그

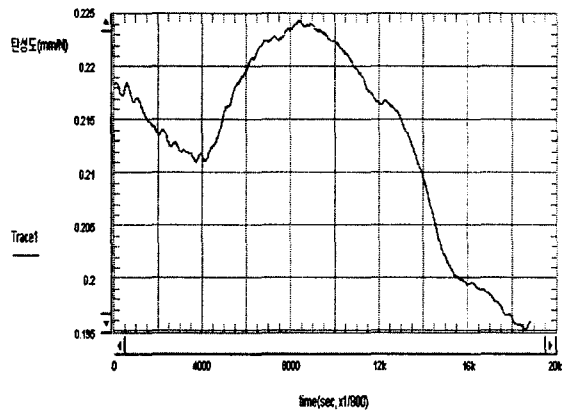


그림 5 동적 측정법에 의한 탄성도 측정 결과

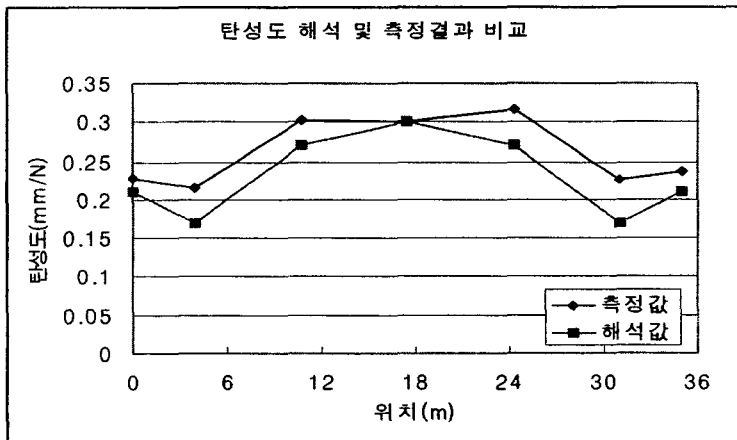


그림 6 탄성도 해석 결과와 정적 측정법에 의한 결과의 비교

표 2 탄성도 해석 및 측정결과 비교

구분	곡선당김 금구	1번 드로퍼	2번 드로퍼	3번 드로퍼	4번 드로퍼	5번 드로퍼	곡선당김 금구	비고
FEM해석 (mm/N)	0.21	0.17	0.27	0.30	0.27	0.17	0.21	
측정치 (mm/N)	0.23	0.22	0.30	0.30	0.31	0.23	0.24	5번 드로퍼 Loose
측정치 - FEM해석 (mm/N)	0.02	0.05	0.03	0	0.04	0.06	0.03	
FEM해석과 측정치 와의 차이(%)*	+10	+29	+11	0	+15	+35	+14	

* 해석결과 기준

측정결과가 해석결과보다 약간 높은 이유에 대해서는 현재 명확한 판단이 서지 않으나 측정 대상으로 한 전차선로의 장력이 부족했을 수 있고, 또한, 변위 측정에 오류가 있을 수 있다. 전차선에 압상력을 주게 되면 측정기준판이 힘을 받아 탄성작용에 의하여 일시 하강하게 되면 전차선 압상량이 실제 보다 크게 측정될 수 있어 실제보다도 큰 탄성도를 얻을 수 있다.

향후 탄성도를 측정할 때에는 측정 결과에 대한 신뢰도를 높이기 위하여 측정기준판을 더욱 견고히 만들고, 버니어캘리퍼스 대신에 수직 변위를 정확히 측정할 수 있는 화이트게이지를 사용하는 것이 바람직하며 여러 차례의 측정을 통해 반복성을 확인할 필요가 있다.

4. 결론

전차선로의 탄성도 평가를 위한 해석방법으로 단순 현 모델 해석법과 유한 요소 해석법에 대한 수식화를 하였고 KTX 전차선로를 대상으로 해석 결과를 비교해 보았다. 단순 현 모델 해석법은 간단한 수식으로 탄성도 경간 평균값을 비교적 정확히 계산할 수 있었고, 드로퍼의 최적 배치를 위한 탄성도 해석을 위해서는 유한 요소 해석법을 사용하는 것이 바람직하다는 것을 알 수 있었다.

해석 결과와의 비교를 위하여 시공 중인 KTX 전차선로를 대상으로 탄성도를 측정하였다. 시속 5 km/h로 주행하면서 탄성도를 측정한 결과는 파동 전파의 영향으로 타당한 결과를 얻지 못하였으나, 정적인 상태에서 탄성도를 측정한 결과는 경간 중심으로 대칭이므로 정적 측정법이 탄성도 측정에는 적합한 것으로 판단된다.

정적 측정법에 의한 측정결과와 해석 결과를 비교하면 측정 결과가 해석 결과에 비하여 전반적으로 10 ~ 30% 높은 경향을 보이고 있으나 경간 내에서의 변화는 일치하는 경향을 보이고 있다. 측정결과가 해석결과보다 약간 높은 이유에 대해서는 현재 명확한 판단이 서지 않으나 측정 대상으로 한 전차선로의 장력이 부족했을 가능성이 있고, 또한, 변위 측정에 오류가 있을 가능성이 있다.

탄성도 측정은 전차선로의 시공이 완료된 상태 혹은 유지보수 단계에서 장력의 작용 상태 및 드로퍼의 설치 상태를 감시할 수 있는 것으로 앞으로 측정 결과의 신뢰도를 높িয়ে 되면 적극적인 활용이 가능하다고 생각한다. 측정의 신뢰도를 높이기 위하여 변위 측정방법을 개선하고 여러 차례의 측정을 통해 반복성을 확인할 필요가 있다.

[참고문헌]

[1] 鐵道總合技術研究所 編, “電車線とパンタグラフの特性”, 財團法人 研友社, 1993, 10 1.