

# 밀리미터파 대역에서 유전체 PBG 구조의 투과 특성 해석

한진원<sup>\*</sup>, 김기영, 손종렬, 태흥식  
경북대학교 전자공학과  
053-940-8663/ 053-950-5505

## Numerical Analysis of Transmission Characteristics on Photonic-Bandgap Structures in Millimeter Wave Band

Jin-Won Han, Ki Young Kim, Jong Ryul Sohn, and Heung-Sik Tae  
School of Electronic and Electrical Engineering,  
Kyungpook National University  
jwhan@palgong.knu.ac.kr

### Abstract

본 논문에서는 20GHz~50GHz 대역에서 2 차원 PBG(Photonic-Bandgap) 구조의 투과 특성을 RCWA(Rigorous coupled-wave analysis)방법에 의한 Transfer matrix로 해석하였다. Square lattice의 PBG 구조에 대하여 TE 편파에서 유전율의 변화와 결함(defect)의 유무에 대한 투과 특성을 고찰하였다.

### I. 서론

Photonic-Bandgap(PBG) 구조는 1987년 Yablonovitch 에 의해 처음 제안된 구조로 어떤 매질이 서로 다른 유전율의 주기적인 배열 구조를 갖는 경우 이러한 매질을 진행하는 전자파는 특정 주파수 영역에서는 통과하고 또 다른 특정주파수에서는 cut-off 되는 즉, Pass Band 및 Stop Band 특성을 갖는 새로운 구조이다[1]. 최근 들어 광 영역에서 유전체 PBG 구조를 이용한 소자들이 활발히 연구되어지고 있으며 마이크로파와 밀리미터파 대역에서는 접지면에 식각된 패턴을 주기적으로 배열한 PBG 구조가 소자 응용을 위해 많은 연구가 진행되고 있다[2][3].

기존의 금속 도파관은 비록 밀리미터파 대역에서 널리 이용되고 있지만 손실적 측면에서 볼 때 금속

에 의한 손실이 크다고 할 수 있다. 이러한 문제로 인해 밀리미터파 대역에서 금속을 사용하지 않고 유전체만으로 된 PBG 구조를 이용하여 저 손실로 밀리미터파를 전송할 수 있는 도파관을 구현할 수 있을 것이라 생각되어진다.

본 논문에서는 유전체 혹은 공기 영역으로 밀리미터파를 전송할 수 있는 도파관을 구현하기 위한 기초 연구로써 유전체 2D PBG 구조의 투과 특성을 수치적으로 계산하였다. 기존의 다른 해석 방법(평면파 전개, FDTD, multiple-scattering theory)들에 비해 본 논문에서 사용한 RCWA 방법은 수렴 속도가 빠르고 계산 결과가 비교적 정확하다고 알려져 있다[4].

### II. RCWA를 이용한 수치해석 방법

RCWA(rigorous coupled-wave analysis) 방법은 Gaylord 와 Mohanram[5]이 grating의 회절 문제에 대한 정확한 해를 구하기 위해 처음으로 제시하였다. PBG 구조는 주기적인 유전체의 grating으로 간주될 수 있다. 그림 1과 같이 2D PBG 구조는 유전체봉이 y 방향으로 무한하고 x-z 평면에 주기적으로 배열이 되어 있는 경우이다.

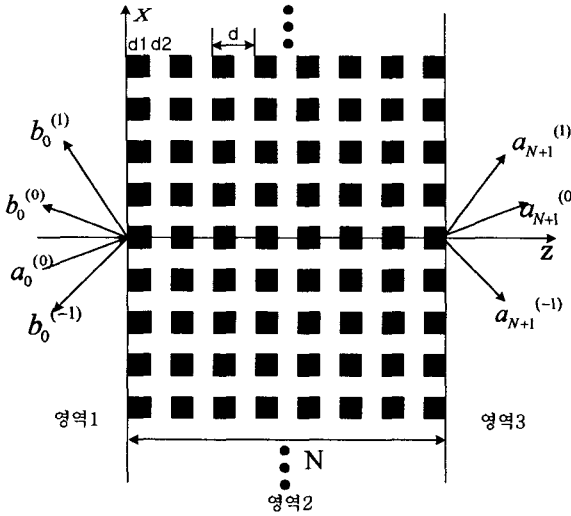


그림 1. Top view of the 2D PBG employed in the current study

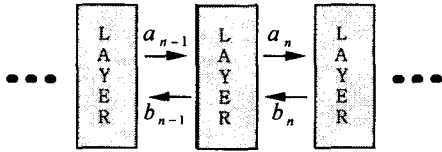


그림 2. Schematic diagram of PBG structure employed in the current study

입사파는 TE 편파라고 가정한다. 그림 1에서 영역 1과 영역 3에서의 전기장은 회절된 평면파의 중첩으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E_0 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} [a_{0,m} e^{-ik_{x,0}^{(m)} z} + b_{0,m} e^{ik_{x,0}^{(m)} z}] e^{-ik_{x,0}^{(m)} x} \quad (\text{영역 1}) \quad (1)$$

$$E_{N+1} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} [a_{N+1,m} e^{-ik_{x,N+1}^{(m)}(z-D_N)} + b_{N+1,m} e^{ik_{x,N+1}^{(m)}(z-D_N)}] e^{-ik_{x,N+1}^{(m)} x} \quad (\text{영역 3}) \quad (2)$$

여기서  $k_{x,0}^{(m)} = k_{x,n}^{(m)} = k_{x,N+1}^{(m)} = k_0 n_0 \sin \theta - mK_x$  (3)

$$K_x = 2\pi m/d \quad (m=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$k_{z,0}^{(m)} = \sqrt{k_0^2 n_0^2 - k_{x,0}^{(m)2}}$$

$$k_{z,N+1}^{(m)} = \sqrt{k_0^2 n_{N+1}^2 - k_{x,0}^{(m)2}}$$

$$D_n = \sum_{i=1}^n d_i, \quad n=1, 2, \dots, N \quad D_0=0$$

$\theta$ =입사각

PBG 구조인 영역 2에서 n번째 E와 H의 필드 식은 다음과 같다. (n=1, 2, ..., N)

$$E_n = \sum S_{y,n}^{(m)}(z) e^{-ik_{x,n}^{(m)} x} \hat{y} \quad (4)$$

$$H_n = -\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sum [U_{x,n}^{(m)}(z) \hat{x} + U_{z,n}^{(m)}(z) \hat{z}] e^{-ik_{x,n}^{(m)} x} \quad (5)$$

격자의 유전율은 Fourier series로 전개된다.

$$\epsilon_n(x) = \sum_m \epsilon_{n,m} \exp(i2\pi \frac{mx}{d}) \quad (6)$$

식(4),(5),(6)을 맥스웰 회전 방정식에 대입하면 다음과 같이 Coupled matrix 미분 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{dS_{y,n}^{(m)}}{dz} = k_0 U_{x,n}^{(m)}(z), \quad \frac{dU_{x,n}^{(m)}}{dz} = k_0 A_n S_{y,n}^{(m)} \quad (7)$$

$$A_n = K \cdot K - \epsilon_n$$

여기서 행렬 K와  $\epsilon_n$ 는 다음과 같이 정의되어진다.

$$[K]_{i,j} = \frac{k_{x,0}^{(i)}}{k_0} \delta_{ij}, \quad [\epsilon_n]_{i,j} = \epsilon_{n,i-j} \quad (8)$$

위 식(8)로부터 다음과 같이 최종적인 해를 얻을 수 있다.

$$\frac{d^2 S_{y,n}^{(m)}}{dz^2} = k_0^2 A_n S_{y,n}^{(m)}(z)$$

$$S_{y,n}^{(m)}(z) = \exp(-k_0 \Gamma_n z) c_{n,m}^{(+)} + \exp(k_0 \Gamma_n z) c_{n,m}^{(-)} \quad (9)$$

여기서  $\Gamma_n = \sqrt{A_n}$ 이다.

식(9)에서  $S_{y,n}^{(m)}(z)$ 와 식(9)를 식(7)에 대입하여 얻어진  $U_{x,n}^{(m)}(z)$ 을 식(4),(5)에 각각 대입하여 각 layer에서 경계 조건  $E_y$ 와  $H_x$ 의 연속성을 적용하면 그림 2에서 Layer에 해당하는 Transfer 행렬을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{k_0 \Gamma_n d_1} & 0 \\ 0 & e^{-k_0 \Gamma_n d_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\Gamma_1^{-1}(\Gamma_1 + \Gamma_2)}{2} & \frac{\Gamma_1^{-1}(\Gamma_1 - \Gamma_2)}{2} \\ \frac{\Gamma_1^{-1}(\Gamma_1 - \Gamma_2)}{2} & \frac{\Gamma_1^{-1}(\Gamma_1 + \Gamma_2)}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e^{k_0 \Gamma_n d_2} & 0 \\ 0 & e^{-k_0 \Gamma_n d_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\Gamma_2^{-1}(\Gamma_2 + \Gamma_1)}{2} & \frac{\Gamma_2^{-1}(\Gamma_2 - \Gamma_1)}{2} \\ \frac{\Gamma_2^{-1}(\Gamma_2 - \Gamma_1)}{2} & \frac{\Gamma_2^{-1}(\Gamma_2 + \Gamma_1)}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

식(10)을 이용하여 다음과 같이 최종적인 Transmission 행렬(T)을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{00} & T_{01} \\ T_{10} & T_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{N+1} \\ b_{N+1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

하지만 TMM(transfer matrix method)는 지수 함수의 전파 상수가 큰 실수부를 가질 때는 수치적으로 불안정해질 수 있다. 따라서 이것을 해결하기 위해 Scattering matrix 알고리즘을 사용한다[6].

산란 행렬식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} a_{N+1} \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{00} & S_{01} \\ S_{10} & S_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ b_{N+1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{00}^{n,n+1} & T_{01}^{n,n+1} \\ T_{10}^{n,n+1} & T_{11}^{n,n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} a_n \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{00}^{0,n} & S_{01}^{0,n} \\ S_{10}^{0,n} & S_{11}^{0,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ b_n \end{bmatrix} \quad (14)$$

식(13),(14)로부터 다음을 얻을 수 있다.

$$S_{00}^{0,n+1} = [T_{00}^{n,n+1} - S_{01}^{0,n} T_{10}^{n,n+1}]^{-1} S_{00}^{0,n} \quad (15)$$

$$S_{01}^{0,n+1} = [T_{00}^{n,n+1} - S_{01}^{0,n} T_{10}^{n,n+1}]^{-1} \cdot [S_{01}^{0,n} T_{11}^{n,n+1} - T_{01}^{n,n+1}] \quad (16)$$

$$S_{10}^{0,n+1} = S_{11}^{0,n} T_{10}^{n,n+1} S_{00}^{0,n+1} + S_{10}^{0,n} \quad (17)$$

$$S_{11}^{0,n+1} = S_{11}^{0,n} T_{10}^{n,n+1} S_{01}^{0,n+1} + S_{11}^{0,n} T_{11}^{n,n+1} \quad (18)$$

T행렬은 전파 행렬과 경계면 행렬로 구성되어지며 다음과 같이 정의한다[7].

$$T(n, n+1) = \begin{bmatrix} T_{00}^{n,n+1} & T_{01}^{n,n+1} \\ T_{10}^{n,n+1} & T_{11}^{n,n+1} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$= \begin{bmatrix} D^{n,n+1} & 0 \\ 0 & (D^{n,n+1})^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_{00}^{n,n+1} & N_{01}^{n,n+1} \\ N_{10}^{n,n+1} & N_{11}^{n,n+1} \end{bmatrix}$$

식(19)을 식(15)-(18)식에 대입하면 최종적으로 산란 행렬을 얻을 수 있다.

$$S_{00}^{0,n+1} = [N_{00}^{n,n+1} - (D^{n,n+1})^{-1} S_{01}^{0,n} (D^{n,n+1})^{-1} N_{10}^{n,n+1}]^{-1} * (D^{n,n+1})^{-1} S_{00}^{0,n} \quad (20)$$

$$S_{01}^{0,n+1} = [N_{00}^{n,n+1} - (D^{n,n+1})^{-1} S_{01}^{0,n} (D^{n,n+1})^{-1} N_{10}^{n,n+1}]^{-1} * [(D^{n,n+1})^{-1} S_{01}^{0,n} (D^{n,n+1})^{-1} N_{11}^{n,n+1} - N_{01}^{n,n+1}] \quad (21)$$

$$S_{10}^{0,n+1} = S_{11}^{0,n} (D^{n,n+1})^{-1} N_{10}^{n,n+1} S_{00}^{0,n+1} + S_{10}^{0,n} \quad (22)$$

$$S_{11}^{0,n+1} = S_{11}^{0,n} (D^{n,n+1})^{-1} N_{10}^{n,n+1} S_{01}^{0,n+1} + S_{11}^{0,n} (D^{n,n+1})^{-1} N_{11}^{n,n+1} \quad (23)$$

### III. 수치해석 결과

#### 1. 결함이 없는 PBG 구조

위의 결과를 이용해서 그림 1에서와 같은 PBG 구조에 대하여 투과 특성을 수치 해석적으로 조사하였다. 격자 간격은  $d=3.3$  mm이고 Square Rod의 유전율은  $\epsilon_r = 2.1$ , 셀 개수는  $N=10$  그리고 filling factor  $F = (d_1/d)^2 = 0.25$ 에서 TE 편파가 수직으로 입사한 경우에 투과 특성을 계산하였다. 그림 3에서 중심 주파수가 40GHz이고 대역폭이 약 10GHz에서 Stop Band가 나타났으며 77GHz에서 두 번째 Stop Band가 존재함을 확인하였다. 이것은 기존의 평면파 전개 방법[8]으로 투과 특성을 계산한 결과와 거의 일치하였다. 그림 4는 Rod의 유전율 변화에 따른 PBG 구조의 투과 특성 변화를 보여준다.

그림 4에서 보이는 것처럼 유전율이 높아질수록 Stop Band의 중심 주파수는 낮은 주파수쪽으로 이동하고 대역폭은 넓어지는 투과 특성을 보여준다.

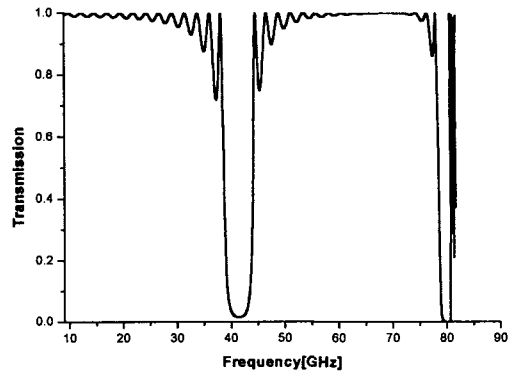


그림 3. Square Rod에서 TE 편파의 투과 특성

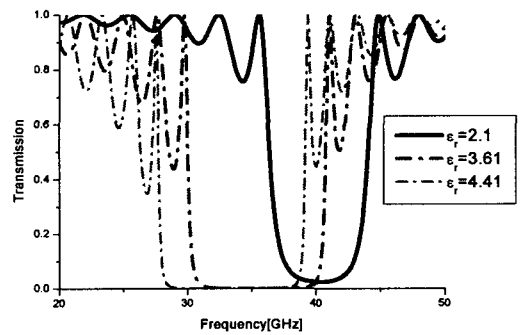


그림 4. 유전율의 변화에 따른 투과 특성(TE)

#### 2. 결함이 있는 PBG 구조

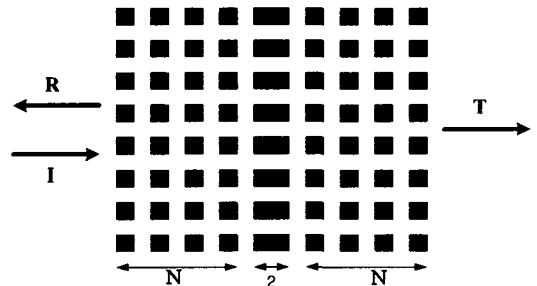


그림5. 결함을 갖는 2D PBG 구조

그림 5에서와 같이 PBG 구조의 가운데 부분의 주기적인 유전체 배열을 깬 경우에 대해서 투과 특성을 살펴보았다. 여기서 결함은 가운데 부분을 투과 방향으로 Rod의 폭을 2배로 했을 때이다. 이때 구조물의 격자 간격  $d=3.3$  mm,  $N=5$ (결함 양쪽으로

각각의 셀의 개수),  $\epsilon_r = 2.1$ 로 가정하였고 N과 결합 유전율( $\epsilon_{rd}$ )이 달라질 때 투과 특성을 계산하였다. 그림 9에서는 결합이 없는 경우와 결합을 주었을 경우를 보여준다. 이때 결합은 유전율이  $\epsilon_{rd} = 2.1$ 로 Rod와 같고 단지 투과 방향으로 Rod의 폭이 2배인 경우이다. Stop Band내에서 40GHz 근처에 narrow한 Pass Band가 생겨났다. 그림 7은 결합 모드가 있는 경우에 결합 양쪽에 격자 층의 수가 변화할 때, 즉 N이 변할 때 투과 특성이다. 그림 7에서 보는 바와 같이 결합 양쪽의 셀의 수가 증가할수록 중심 주파수는 거의 변화하지 않고 Stop Band내의 Pass Band폭이 좁아짐을 알 수 있다. 그림 8은 결합의 유전율이 달라질 때 투과 특성을 보여준다. 중심 주파수가 이동하고 Pass Band의 폭은 변하지 않음을 알 수 있다. 그림 7과 8에서 보이는 바와 같이 중앙의 결합을 준 구조에서 통과대역의 모양과 위치는 결합 양쪽에 위치한 셀의 개수와 결합의 유전율에 의존한다고 볼 수 있다.

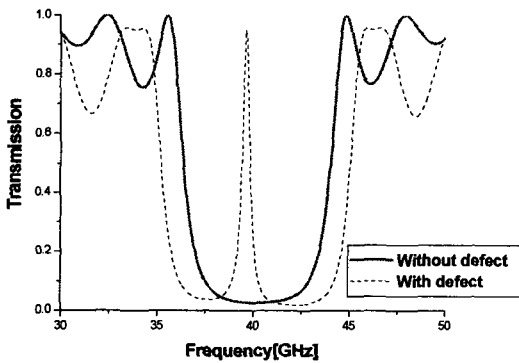


그림6. PBG 중앙에 결합을 주었을 때 투과 특성

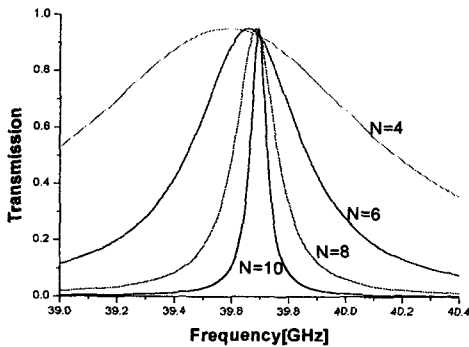


그림7. Cell의 개수(N=4, 6, 8 10)에 따른 투과 특성

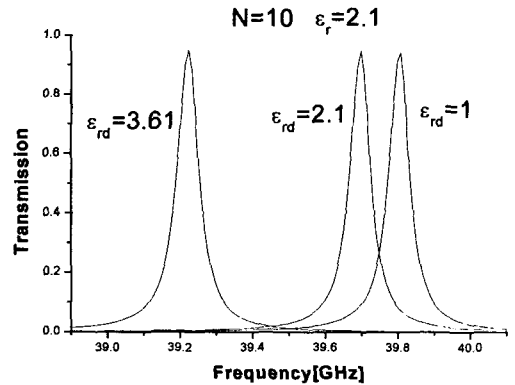


그림8. 결합 유전율의 변화에 따른 투과 특성

#### IV. 결론

밀리미터파 대역에서 2차원 PBG 구조에 대하여 결합이 없는 격자 구조와 결합을 줬을 때 평면파의 투과 특성을 알아보았다. 계산 방법은 회절 격자를 해석하는데 유용한 coupled-wave method를 사용하였다. 평면파 전개로 투과특성을 계산한 결과와 거의 유사하게 나타났다. 차후로 3D-PBG 구조물에 대한 전파 해석과 유전체 구조물을 제작하여 그 특성을 측정하는 연구를 수행 할 예정이다.

#### [참고문헌]

- [1] E. Yablonovitch, "Inhibited Spontaneous Emission in Solid State Physics and Electronics", Physical Review Letters, vol. 58, pp. 2059, 1987.
- [2] V. Radisic, Y. Qian, and R. Coccioli, and T. Itoh, "Novel 2-D photonic bandgap structure for microstrip lines," IEEE Microwave Guide Wave Letter. Vol.8, No.2, pp.69-71, Feb. 1998.
- [3] F. R. Yang, K. P. Ma, Y. Qian, and T. Itoh, "A Uniplanar Compact Photonic-Bandgap (UC-PBG) Structure and its Applications for Microwave Circuits," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 49, No. 8, pp. 1509-1514, Aug. 1999
- [4] P. Dansas and N. Paraire, "Fast modeling of photonic bandgap structures by use of a diffraction-grating approach," J. Opt. Soc. Am. A 15, pp1586, 1998
- [5] M. G. Mharam and T. K. Gaylord, "Rigorous coupled-wave analysis of planar -grating diffraction," J. Opt. Soc. Am. 71, pp811, 1981.
- [6] D. Y. K. Ko and J. R. Sambles, "Scattering matrix method for propagation of radiation in stratified media: attenuated total reflection studies of liquid crystals," J. Opt. Soc. Am. A 5, pp.1863, 1988.
- [7] N. P. K. Cotter, T. W. Preist, and J. R. Sambles, "Scattering-matrix approach to multilayer diffraction", J. Opt. Soc. Am. A12, pp.1097, 1995.
- [8] K. Sakoda "Optical Properties of Photonic Crystals", Springer, 2001.