

인공신경망기법을 이용한 깊은 굴착에 따른 지표변위 예측 Prediction of Deep-Excavation induced Ground surface movements using Artificial Neural Network

유충식¹⁾, Chung-Sik Yoo, 최병석²⁾, Byoung-Seok Choi

¹⁾ 성균관 대학교 토목공학과 부교수, Assoc. Prof. Dept. of Civil Engrg., Sungkyunkwan Univ.

²⁾ 성균관 대학교 토목공학과 석사과정, Graduate student. Dept. of Civil Engrg., Sungkyunkwan Univ.

SYNOPSIS : This paper presents the prediction of deep excavation-induced ground surface movements using artificial neural network, which is of prime importance in the perspective of damage assessment of adjacent buildings. A finite element model, which can realistically replicate deep-excavation-induced ground movements was employed and validated against available large-scale model test results. The validated model was then used to perform a parametric study on deep excavations with emphasis on ground movements. Using the result of the finite element analysis, Artificial Neural Network(ANN) system is formed, which can be used in the prediction of deep excavation-induced ground surface displacements. The developed ANN system can be effecting used for a first-order prediction of ground movements associated with deep-excavation.

Key words : deep-excavation, parametric study, finite element analysis, artificial neural network,

1. 서론

급속한 도시 발달로 대규모 구조물이나 지하철 등의 건설에 필요한 깊은 굴착이 빈번해지고 있다. 특히, 도심지의 굴착 공사 시 주변 구조물에 대한 영향을 최소화하여야 한다는 전제조건이 전반적인 공사 계획 및 설계에 지대한 영향을 미치고 있다. 굴착 공사 시 흠막이 공사 중에 발생하는 지반손실과 이에 따른 지반내의 응력상태의 변화는 주변지반의 수평변위 및 침하를 야기 시키며, 이러한 지반 변위는 다시 주변 구조물에 수평, 전단 및 비틀림 변형률을 부과하여 경우에 따라서 구조적 손상을 일으킨다. 이러한 측면에서, 설계 및 시공 중 굴착 공사가 주변 지반에 미치는 영향을 예측하고 이를 토대로 주변 구조물에 손상 정도를 평가하기 위한 정확한 지반 거동 예측기법이 필요하다. 이를 위해 체계적인 접근 방법의 일환으로 인공신경망에 근거한 굴착에 따른 주변지반 변위예측 기법을 개발하였다. 본 논문은 유한 요소 해석을 통하여 깊은 굴착 시 지표 변위의 특성과 영향 인자와의 관계를 고찰하고, 신경망 학습에 사용 될 자료를 확보하여, 학습된 인공신경망을 통해 굴착 시 지표 변위를 예측하는 기법을 제시하였다.

2. 지반굴착시 흠막이 벽체 및 지반거동

지반 굴착 시 벽체 변위가 주변 지반에 영향을 주고, 상부 침하로 이어지는 메카니즘은 단계별 굴착이 이루어지는 굴착의 특성상, 각 단계에서의 시공과정은 최종단계에서의 벽체 및 지표 침하 양상에 많

은 영향을 미치며, 그림 1 (a)에서 나타난 바와 같이, 굴착이 진행되면서 스크리트나 앵커 등 지보재가 설치되기 전, 굴착 초기 단계의 변위는 캔틸레버 형태로 나타나며, 이때 발생하는 지표 침하 형태는 포물선을 그리게 되고, 그림 1 (b)와 같이 지지구조가 설치된 후에 수행되는 굴착에서는 지보재와 굴착저면이 벽체 변형에 대한 저항력을 제공하게 되므로, 굴착 저면과 최 하단 지보재 사이에서 발생하는 측방변위가 벽체 변위의 주된 제공 인자라고 발표 되었다(유충식 2002).

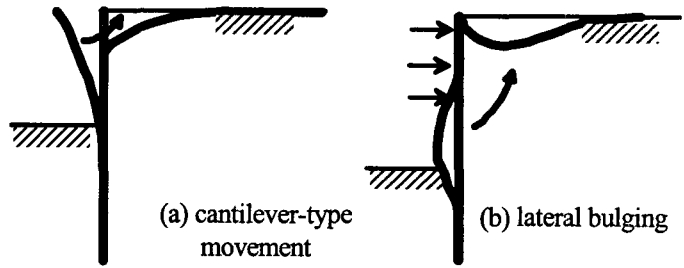


그림 1. 벽체 및 지반침하

3. 유한 요소 해석

본 절은 깊은 굴착 시 인접 지반 거동의 영향 인자를 고찰하고, 신경망 학습에 사용 할 자료를 확보하기 위해 실험실 실험을 통해 검증된 유한 요소 모델을 제시 하였다.

3.1 매개 변수

그림 2는 깊이 20m, 폭 30m의 버팀보 굴착의 이상화 된 2차원 평면을 나타내고 있다. 표 1은 유한요소 해석 시 적용한 벽면 휨 강성 $(EI)_w$, 캔틸레버 굴착 깊이 (H_w) , 무지보 굴착 깊이 (L) 의 크기를 보여준다. 이들은 굴착 시 벽체 변위에 영향을 미치는 매개 변수로서 지표 변위에 영향을 미치는 주 영향요소라고 할 수 있다.

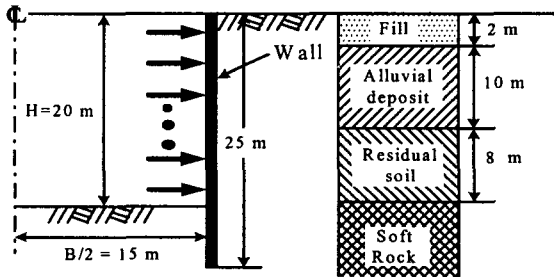


그림 2. 굴착 평면

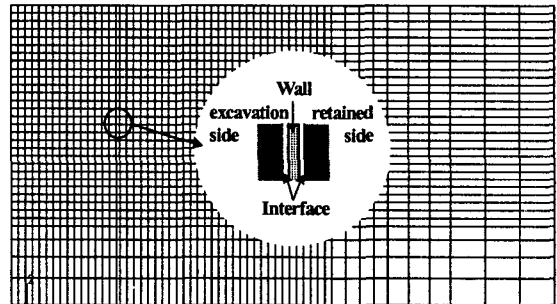


그림 3. 유한 요소망

3.2 유한요소 모델링

유한 요소 해석은 소성 지반 해석에 타당하고, 효과적인 Interface 모델링이 가능한 상용화 된 유한 요소 해석 코드 ABAQUS (ABAQUS 1998)로 수행하였다. 지반과 벽체는 8절점 사각형요소(CPE8R), 스크리트는 1절점 스프링 요소(SPRING1)를 채택 하였다. 유한요소망은 대략 5800절점과 1870요소로 구성되었고, 모델은 세로 방향으로 1.0H, 가로 방향으로 3.6H의 크기로 주변 영역을 굴착 중심면을 기준으로 대칭성을 이용해 간략하고, 예비 해석을 통하여 경계면은 해석의 결과에 영향이 없게 설계 하였다. 그림 3은 실제 굴착 현상을 구현하기 위한 효과적인 Interface 의 모델링의 모습을 보여 주고 있다.

표 1. 굴착 조건

| $(EI)_w(kN-m^2/m)$ | L (m) | H_w (m) |
|--------------------|---------|-----------|
| 17,50,150,430 | 4,5,6,7 | 1,2,3,4 |

$$\sin \psi = \frac{\sin \phi - \sin \phi_{cv}}{1 - \sin \phi \sin \phi_{cv}} \quad (1)$$

해석 시, 각 요소의 역학적 특성은, 지반의 경우 Davis(1968). 에 의해 제안된 non-associated flow rule 과, Drucker-Prager 파괴 기준을 따르는 탄소성으로, 벽면과 버팀대는 선형 탄성으로 가정하였다. 여기서, ψ 는 Row's stress-dilatancy 이론 (Rowe 1962)의 식 1로 산정하였고, 마찰 계수가 slip rate 로 정의 되어지는 등방성 Coulomb 마찰 모델을 이용하여, 본 연구에서는 20°의 내부 마찰각을 가지는 Interface를 채택하였으며, 표 2는 본 연구에서 유한 요소 해석에 사용한 역학적 특성을 정리한 것이다.

표 2. 유한요소 해석에 사용한 역학적 특성

| | C(kPa) | ϕ (deg) | ϕ_c (deg) | ψ (deg) | E_s (kPa) |
|------------|--------|--------------|----------------|--------------|-------------|
| fill | 3 | 28 | 20 | 10 | 15,000 |
| alluvial t | 15 | 35 | 28 | 6 | 35,000 |
| residual | 50 | 38 | 32 | 6 | 50,000 |
| soft rock | 100 | 45 | 40 | 6 | 500,000 |

표 3. 실험 모델에 사용한 역학적 특성

| | ϕ (deg) | ϕ_c (deg) | ψ (deg) | E_s (kPa) | γ_s (kN/m ³) |
|---|--------------|----------------|--------------|--------------------------------|---------------------------------|
| sand | 40 | 35 | 6 | $1234 \times (\sigma_3)^{0.5}$ | 18 |
| Wall bending stiffness $(EI)_w = 14 \text{ kN} - \text{m}^2 / \text{m}$ | | | | | |
| Tieback axial stiffness $K = 28 \text{ kN} / \text{m}$ | | | | | |

3.3 유한 요소 모델의 검증

유한 요소 해석 모델은 미국 일리노이 대학에서 수행한 실험을 통한 결과와 비교하여 타당성을 입증하였다. 그림 4는 실험 모델의 간략도이다. 총 굴착 깊이가 1.9m이고, 벽면은 두개의 앵커로 지지 되었고, 엄지말뚝은 총 높이가 2.2m이며, 0.3m 근입 되어 졌다. 실제 굴착과 벽면을 1/4로 일반화하여 축소되었다. 엄지 말뚝 모델은 철제 사각 단면으로 지지면 중앙에 위치되었고, 또한 0.3 cm의 철판으로 흙막이 판을 모형화 하였다. 앵커는 0.63 cm의 강봉을 사용하였고, 유연하고 팽창성 있는 관 안에 위치되어 지반과 분리 시켰다. 지반은 통일분류법에 따라 SP로 분류되는 균질한 중간질의 모래로 구성하였다. 표 3은 실험 모델의 역학적 특성을 정리한 것이다. 그림 5에서 보이는 바와 같이, 실험을 통한 지표 변위 결과가 다소 크게 나타났고, 이는 흙막이 판과 지반사이의 미소한 공극의 영향으로 사려 되며, 전체적인 지표 변위 유형은 동일하게 포물선의 경향의 곡선 형태를 보이고 있다.

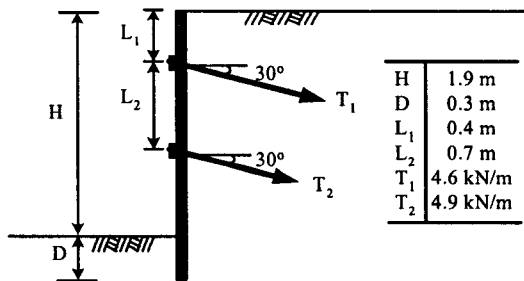


그림 4. 실험 모델 간략도

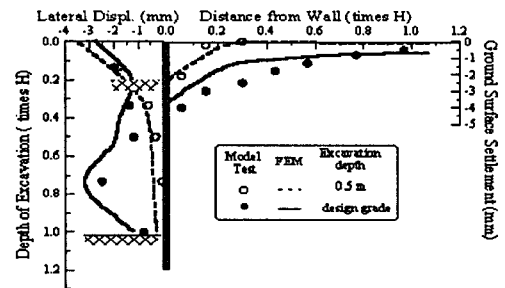


그림 5. 결과 비교

4. 영향인자 파악

본 절에서는 유한 요소 해석 결과를 통해 깊은 굴착 시, 인접 지반 거동의 영향인자의 매개 변수 연구를 수행하고, 지반 거동은 쉐일레버 단계와 측방 배부름 단계로 구분 된다는 것을 보여 주었다. 영향 인자들은 본 논문에서 설계한 인공신경망의 입력노드가 되고, 또한 각 단계의 수평, 수직 변위는 각기 다른 신경망 시스템을 통하여 예측되도록 설계하였다.

4.1 벽체 강성의 영향

그림 6은 벽체의 휨 강성과 지표면 변위 경향과의 관계를 나타내고 있다. 해석 시 최 하단 버팀 보로 부터 무지보 굴착 깊이 L=5m로 유지하였다. 보이는 바와 같이 벽체의 강성이 큰 경우, 벽체의 수평 변

위와 지표 변위가 현저히 줄어들고 있음을 알 수 있으며 벽체의 강성이 작은 경우에는 상단에서 큰 변위가 일어나는 켈틸레버 형태의 변위를 일으켜 상대적으로 최대 변위가 굴착 저면에 가까워지는 포물선의 지표 변위의 양상을 나타내고 있다. 한편, 벽체의 강성이 증가하면 켈틸레버 형태의 변형은 줄어들어 수평 배부름 현상이 지표 변위에 크게 영향을 미쳐 아래로 오목한 형태의 지표 변위가 나타나는 경향을 보이고 있다. 이러한 결과는 지표의 변위 양상이 벽체의 강성에 크게 좌우되며, 켈틸레버 형태의 벽체에서는 벽체 상단부에서의 변위가 지표손실을 증가 시킨다는 것을 보여주고 있다. 따라서 이러한 지반 거동으로 인한 피해를 방지하기 위해서는, 강성이 큰 벽체로 보강하거나, 굴착 초기 단계에 가능한 신속히 버팀 보를 설치해야 한다.

그림 7은 무지보 굴착 깊이(L)의 변화에 따른 지표변위 경향을 보이고, 깊은 굴착에 있어서 벽체의 강성 보다는 무지보 굴착 깊이(L)가 더 많은 영향을 미치는 인자임을 알 수 있다.

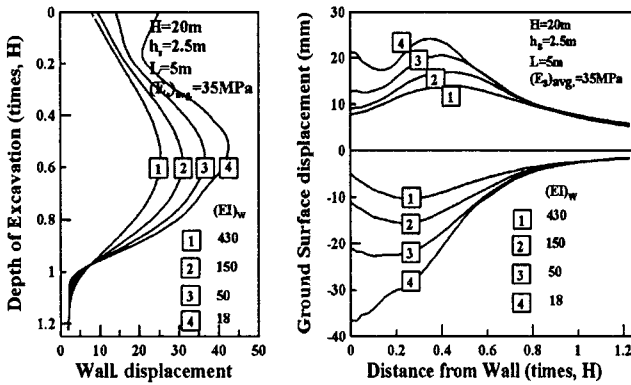


그림 6. $(EI)_w$ 에 따른 지표 변위 유형

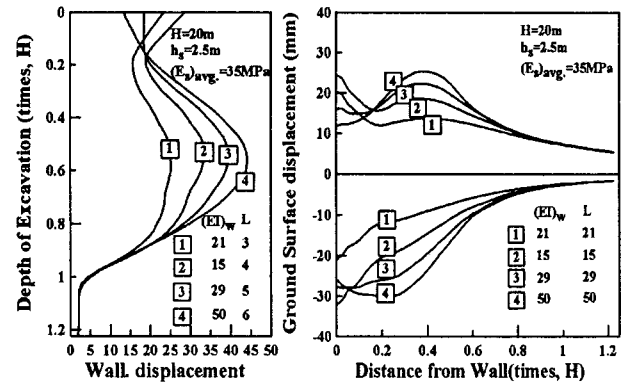


그림 7. $(EI)_w$ 와 L에 따른 지표 변위 유형

4.2 시공 방법의 영향

그림 8은 켈틸레버 굴착 깊이와 지표 변위 경향과의 관계를 나타낸 것이다. 좌측 그림부터 켈틸레버 단계, 측방 배부름 단계, 굴착 완료 후의 지표 변위를 나타내었다. 그림에서 관찰 할 수 있는 바와 같이, 켈틸레버 굴착 깊이 H_{un} 는 켈틸레버 단계의 지표 변위에 큰 영향을 주고, 측방 배부름 단계에는 큰 영향을 미치지 않는 것을 알 수 있으며, 최 상단 지지대를 신속히 설치하면 지표 변위를 줄일 수 있다.

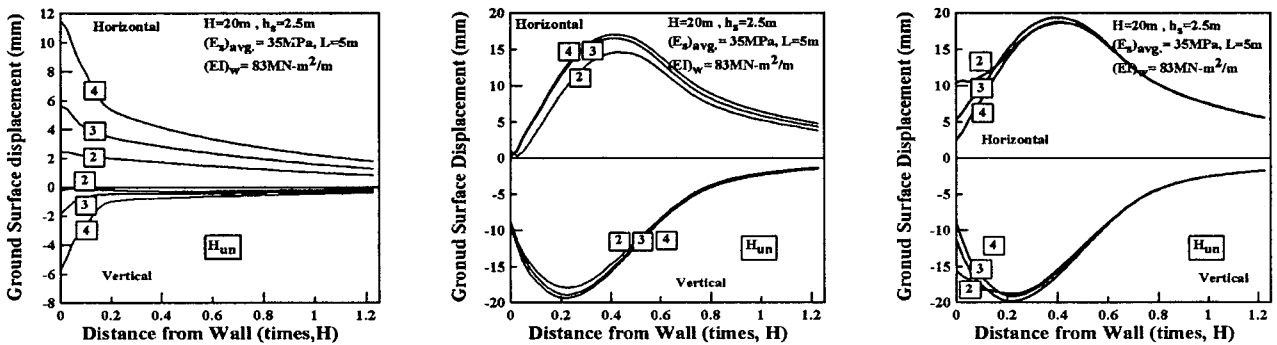


그림 8. H_{un} 에 따른 굴착시 인접 지반 변위 경향

그림 9는 일정한 벽 강성에 따른 최 하단 버팀 보와 굴착 저면까지의 깊이 L의 변화가 벽면과 지표의 변위에 미치는 영향을 나타내었다. 그림 8과 마찬가지로 좌측 그림부터 켈틸레버, 측방 배부름, 굴착 완료 후의 지표 변위를 나타낸 것이고, 켈틸레버 단계의 지표 변위는 L(무지보 굴착 깊이)에 전혀 영향을 받지 않는 것을 볼 수 있으며, L은 측방 배부름 단계에 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있고, L이 증가하

면 지표의 변위도 증가하는 것을 볼 수 있다. H_{un} 와 L에 따른 지표 변위의 영향의 결과를 보면 굴착 시, 지표 변위의 거동은 켈틸레버 단계와 측방배부름 단계로 명확히 구분 되며, 최종 단계의 지표 변위는 두 단계의 지표변위의 합이 되는 것을 알 수 있다.

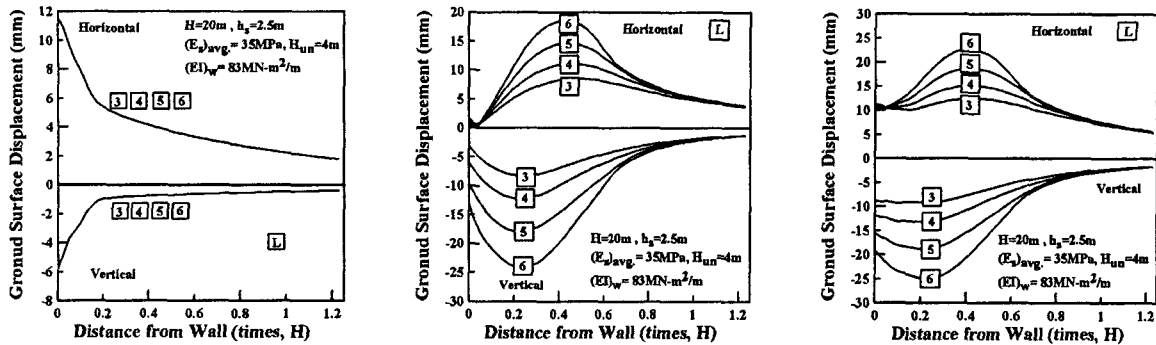


그림 9. L에 따른 굴착시 인접 지반 변위 경향

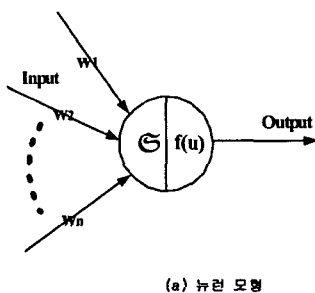
이러한 결과에 근거하여, 다음 절에서 구축된 인공신경망은 각 단계별 수평, 수직 변위의 지표 변위 곡선의 예측하도록 시스템을 설계하였다.

5. 인공신경망

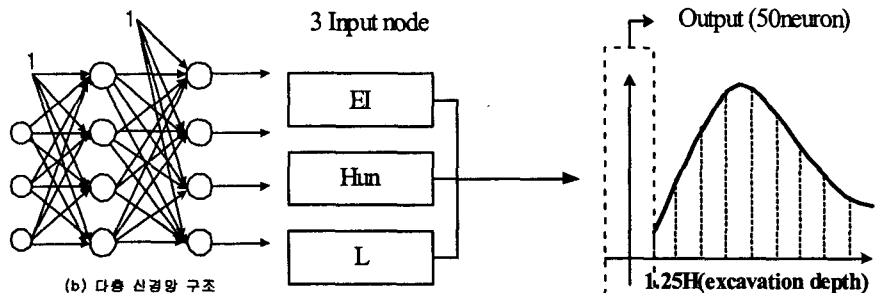
인공신경망은 지반 공학적 문제 예측에 많이 사용되어지고, 점차 그 효용성이 검증되고 있다. 이 절에서는 굴착 특성에 따른, 깊은 굴착 시 인접 지반 거동의 효과적인 예측을 위한 인공신경망의 설계 방법에 대해 연구 하였고, 그 결과에 대해 알아보았다.

5.1 신경망 이론

인간의 뇌는 상당히 복잡하고 비선형적이며 자료들을 병렬적으로 처리하는 신경 구조를 가지고 있다. 이 신경 구조는 신경세포로 이루어져 있고, 기본적인 역할은 그림 10 (a)와 같이 수리 모형화 할 수 있고, 이를 뉴런(neuron)이라 칭하며, 각각의 뉴런들은 일반적으로 그림 10 (b)와 같이 다층구조로 연결되어지고, 입력된 신호는 역방향 전달이 가능하다.



(a) 뉴런 모형



(b) 다층 신경망 구조

그림 11. 입력 노드와 출력 뉴런

그림 10. 뉴런 및 다층 신경망 구조

그림 10과 같은 구조를 다층 신경망 구조라 하고, 다층 신경망 구조의 대표적인 학습법은 Webor가 제안하였고, D. Parker에 의해 발전 되어진 오류 역전파 알고리즘이며, 다양한 분야에 보편적으로 사용 되고, 그 효율성도 검증되었다. 오류 역전파 방식은 1단계로 입력 패턴을 신경망에 입력하여 출력을 구 하고, 2 단계로 출력과 목표치와의 오차를 산정하여, 마지막 3단계에서 산정된 오차를 역 전파 시키면

서, 각 뉴런의 연결강도를 조절하는 것이다.

5.2 굴착시 인접 지반 거동 예측 신경망

앞선 4절에서 유한요소 해석결과를 통하여 알아 본 영향인자를 본 연구에 사용할 인공지능망의 입력 노드로 구성하였다. 즉 입력노드는 벽체지지 구조의 강성(EI), 켄틸레버 굴착 깊이(H_{in}), 무지보 굴착 깊이(L)로 구성된다. 이에 관련된 출력뉴런은 그림 11에서와 같이 1.25H(굴착깊이)의 범위의 지표면에 대한 변위 유형을 충분히 표현 할 수 있는 지표 변위 값으로, 총 50 neuron 으로 구성하였고, 4.2 절에서 언급 되어진 켄틸레버 단계와 측방 배부름 단계의 수평변위와 수직변위를 각각 학습시켜 구성하였다. 본 논문은 동일한 입력노드를 가진 4종류의 신경망을 설계하였고, 출력 뉴런은 각 단계별 수평변위와 수직변위를 예측을 목적으로 하였으며, Matlab 의 neural network toolbox를 이용하였다.

인공지능망의 학습 시 많은 수의 데이터는 신경망 뉴런의 비선형 함수에 대한 정확한 이해를 가능하게 하여 보다 정확한 지반의 거동을 예측하고, 충분한 수의 데이터 확보는 신경망 학습의 정확도와 직결된다. 본 논문에서는 신경망의 학습과 검증에 위해 위 절에서 보여진 실험을 통하여 그 결과의 정확성이 검증된 유한요소 모델의 해석을 통하여 다양한 굴착 조건에 대한 지표 변위 값을 확보하였다. 표 4는 입력노드에 사용할 굴착 특성의 범위를 정리한 것으로 실제 현장에서 행하고 있는 깊은 굴착의 일반적인 굴착 특성을 최대한 반영하였다.

표 4. 신경망 학습에 사용 될 데이터 정보

| 입력 노드 | Max. | Min. | Avg. |
|-----------------------|----------|---------|---------|
| EI (System stiffness) | 430 MPa. | 20 MPa. | 115MPa. |
| H_{in} (켄틸레버 굴착 깊이) | 4m | 2m | 3m |
| L (무지보 굴착 깊이) | 6m | 3m | 4.5m |

$$x_{norm} = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \quad (2)$$

유한 요소 해석을 통해 확보 된 데이터는 총 75 case 이며, 이들 중 학습에 사용 된 데이터는 69 case 이고 나머지 6 case의 데이터는 신경망의 검증에 사용 되었다. 또한 확보된 데이터들은 신경망의 학습 후 수렴정도를 높이기 위해서는 학습시키기 전에 데이터를 0 과 1 사이의 값으로 정규화 시키는 것이 필요하다. 식 2의 정규화 방법은 이미 적용된 바 있는 Master(1993)의 방법이다. 학습 데이터 중 최대값과 최소값을 x_{max} 와 x_{min} 이라고 한다면 임의의 값 x 는 x_{norm} 으로 정규화 된다.

5.3 신경망의 최적화

정확한 결과의 예측을 위해서는 신경망의 설계 파라메타들을 조정해야 한다. 신경망 설계시 조절하는 요소들은 은닉층 뉴런수와 은닉층의 개수, 가중치의 학습률, 모멘텀으로 볼 수 있고, 이들의 적절한 조절을 통하여 효율적이고, 정확한 현상의 예측이 가능하게 된다. 그림 12는 각 설계 파라메타들을 변화 시키며 신경망을 설계하였을 때 시스템의 오차의 변화율을 표현한 것이다.

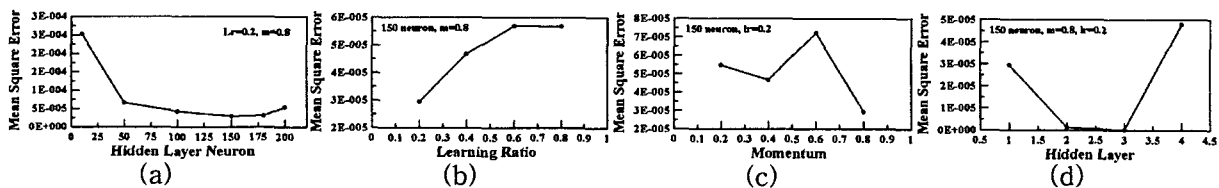


그림 12. 신경망 파라메타에 따른 시스템 오차

먼저 은닉층의 수를 하나로 하고 뉴런수를 변화 시키며 학습하였을 때 뉴런의 수가 150개인 경우의

오차가 가장 작았으며, 그 모델의 모멘텀과 학습률을 각각 위의 그림과 같이 변화시켰을 때 모멘텀은 0.8, 학습률은 0.2의 경우, 시스템 오차는 최소가 되었다.

그림 12 (d)에서 보이는 바와 같이, 정확한 예측 결과를 위한 시스템 오차(10^{-7})의 신경망 설계를 위해 은닉층 뉴런 수 150개, 모멘텀 0.8, 학습률 0.2의 신경망의 은닉층 수를 변화 시키며 나타난 오차의 분포이며, 3개의 은닉층을 가졌을 경우에 목표한 시스템 오차를 만족하였다. 위의 최적화 설계 과정은 켈틸레버 단계의 수평 변위 예측의 경우에 예이고, 다른 신경망의 구조 또한 이 규칙을 적용하여 설계 파라메타들을 조절하였다. 표 5는 본 논문에서 설계한 각 단계의 신경망 파라메타들을 정리한 것이다.

표 5. 신경망 설계 시 결정된 파라메타

| Type | Hidden Layer | Lr | M | MSE |
|-------------------------|--------------|-----|-----|--------------|
| Cantilever H.disp. | 3 | 0.2 | 0.8 | 2.14062e-007 |
| Cantilever V.disp. | 3 | 0.2 | 0.9 | 1.57594e-007 |
| Lateral bulging H.disp. | 3 | 0.4 | 0.9 | 1.44522e-007 |
| Lateral bulging V.disp. | 3 | 0.4 | 0.9 | 9.99988e-008 |

*Lr - 학습률, M - 모멘텀.

5.4 신경망의 검증

신경망을 통한 예측의 정확성을 알아보기 위해서 실제 유한요소 해석을 통한 지표 변위 유형과, 인공 신경망을 통해 예측된 지표 변위 유형을 학습 시 사용된 데이터와 학습 시 사용되지 않은 데이터를 통해 검증하여 보았다. 그림 13은 학습 시 사용된 데이터들을 신경망 시스템에 입력 하고, 켈틸레버 단계의 수평 변위, 수직 변위, 측방 배부름 단계의 수평 변위, 수직 변위의 예측 결과를 유한요소 해석 결과와 비교한 것으로, 그림의 점이 유한 요소 해석의 결과 이고, 실선으로 표시된 부분이 신경망 시스템을 통해 예측된 값들을 연결한 선이며, 각 점들 간의 평균 오차는 0.27%로 정확한 예측 결과를 보인다.

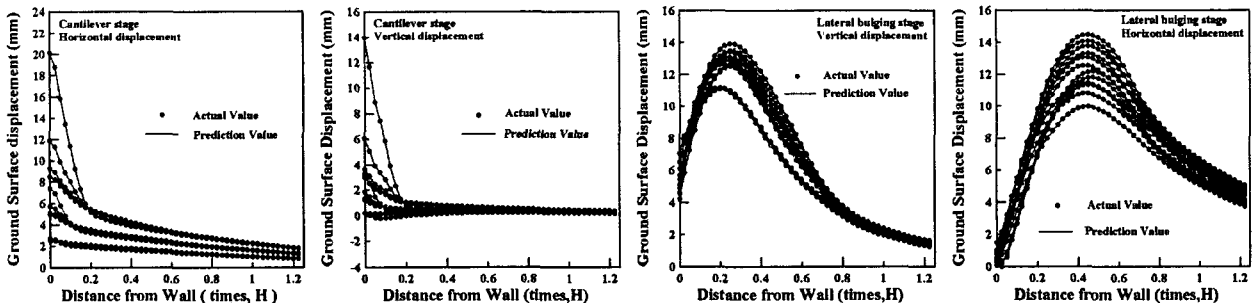


그림 13. 신경망 학습에 사용된 데이터의 검증

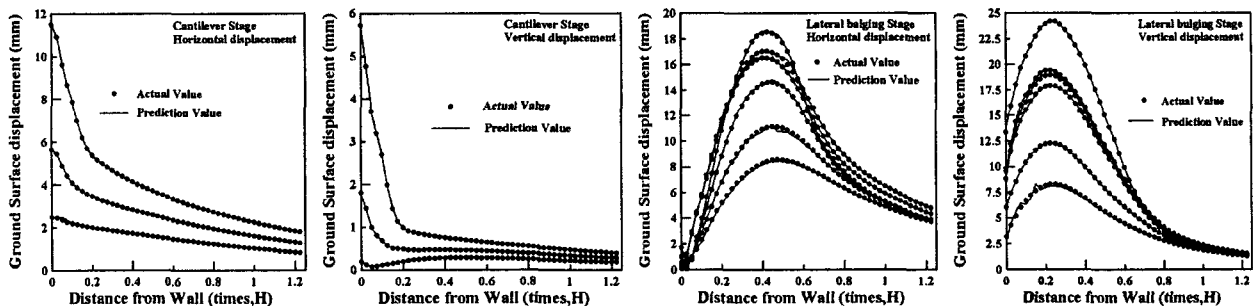


그림 14. 미 학습된 데이터의 검증

그림 14는 미 학습된 데이터에 대하여 신경망 시스템을 통해 예측된 결과와 유한요소 해석의 결과와

비교한 것으로, 학습된 데이터의 경우 보다, 오차가 0.7%로 크게 예측되었으나, 전체적으로 큰 오차 없이, 유한 요소 해석의 결과와 유사함을 볼 수 있다.

위의 결과를 통해 본 논문에서 설계된 신경망은 3가지의 굴착 정보(EI_w, H_m, L)를 가지고, 켈틸레버 단계의 수평, 수직 변위와 측방 배부름 단계의 수평, 수직 변위의 최대값과, 변위 유형, 그리고 각 지점별 변위량 까지 정확한 예측을 보이는 것을 알 수 있다.

6. 결론

본 논문에서는 인공 신경망 기법을 이용한 깊은 굴착에 따른 지표 변위 예측에 관한 내용을 다루었다. 먼저 실 대형 실험을 통해 검증된 유한 요소 모델을 이용하여 벽체강성, 무지보 굴착 깊이, 켈틸레버 굴착 깊이, 등이 굴착 시 인접지반에 미치는 영향을 고찰하였으며, 그 결과를 토대로 인공 신경망 구축에 필요한 데이터베이스를 구축하였다. 인공 신경망 구축에 있어서 예측의 정확도를 높이기 위해 신경망의 설계를 위해 파라메타들을 조절하였으며, 그 결과 인공신경망은 굴착 시 발생하는 지표 변위의 크기 및 양상을 매우 정확히 예측 할 수 있는 것으로 나타났다. 향후 영향인자를 추가하여 입력 노드를 보완한 후, 신경망을 모듈 화 하고, 신경망을 통한 예측 값을 실제 실험이나 현장 계측치의 결과로 검증하여, 굴착 시 인접 건물의 손상평가에 이용 될 지표 변위 예측 시스템을 구축할 예정이다.

감사의 글

성균관대 산업설비 안전성평가 연구센터(SAFE)의 연구비 지원에 감사드립니다.

참고문헌

1. 유충식 2002. 지반굴착과 주변 구조물 손상평가 - 기본개념, 한국 지반 공학 회 봄 학술 발표회 논문집 pp. 263-270
2. ABAQUS (ver. 5.8) 1999. Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc.
3. Boscardin, M.D. and Cording, E.J. 1989. Building Response to Excavation-Induced Settlement. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol. 115, No. 1, pp. 1-21.
4. Burland, J.B. 1995. Assessment of risk of damage to buildings due to tunneling and excavation. *Proc. 1st Int. Conf. On Earthquake Geotechnical Engineering*, IS-Tokyo
5. Cording, E.J. 1985. Evaluation and control of ground movements around tunnels and excavations in *XII Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, San Francisco, California, pp. 106-131.
6. Cording, E.J. and O'Rourke, T.D. 1977. Excavation, Ground Movements, and Their Influence on Buildings. *Protection of Structures Adjacent to Braced Excavation*, ASCE Annual Convention, San Francisco (preprint)
7. Goh, A. T. C. 1994. Seismic liquefaction portential assessed by neural network. *J. Geotech. Engrg.*, ASCE, Vol. 120, No. 9, pp. 1467-1480.
8. Lefteri H. Tsoukalas and Roert E. Uhrig. 1997. *Fuzzy and Neural Approaches in Engineering*, John Wiley & Sons, Inc. pp. 229-288.
9. Master, T. 1993. *Practical neural network recipes in C++*, Academic press, San Diego, Calif.
10. Mueller, C. 2000. *Load and Deformation Response of Tieback Walls*. Ph.D. Thesis, Univ. of Illinois at Urbana-Champaign.
11. Werbors, Beyond Regression. 1974. *New tools for Prediction and Analysis in the Behavior Sciences*, Ph.d. Dissertation, Harvard University.