

## 강성옹벽에 작용하는 비선형 주동토압의 산정

### Estimation of Nonlinearly Distributed Active Earth Pressure on Rigid Retaining Wall

백규호<sup>1)</sup>, Kyu-Ho Paik

<sup>1)</sup> 관동대학교 공과대학 토목공학과 부교수, Associate Professor, Dept. of Civil Engrg., Kwandong Univ.

**개요(SYNOPSIS)** : It is known that the distribution of the active earth pressure against a translating rigid wall is not triangular, but nonlinear, due to arching effects in the backfill. In the present paper, a new formulation for calculating the active earth pressure on a rigid retaining wall undergoing horizontal translation is proposed. It takes into account the arching effects that occur in the backfill. In order to check the accuracy of the proposed formulation, the predictions from the equation are compared with both existing full-scale test results and values from existing equations. The comparisons between calculated and measured values show that the proposed equations satisfactorily predict both the earth pressure distribution and the total active earth force on the translating wall.

**주요어(Key words)** : active earth pressure, retaining wall, soil arching

## 1. 서론

옹벽 구조물의 안정성은 벽체에 작용하는 주동토압을 정확히 산정하는 것과 매우 밀접하며, 이제까지 많은 토목공학자들은 삼각형의 토압분포를 가정하는 Rankine이나 Coulomb 이론을 이용하여 강성체 옹벽에 작용하는 주동토압을 산정하였다. 그러나 많은 연구결과들은 표면이 거친 옹벽에 작용하는 주동토압은 삼각형이 아닌 비선형의 형태로 분포하며, 토압의 분포형태 또한 옹벽의 변위형태(평행이동, 정점 혹은 저점 중심회전)에 영향을 따라 달라지는 것을 보여주었다. 그리고 이와 같은 비선형의 토압분포는 옹벽과 뒤채움재 간에 발생하는 마찰력으로 인해 뒷채움재에서 유발되는 아칭효과 때문으로 보고되고 있다.

몇몇 연구자들은 뒷채움재에 유발되는 아칭효과를 고려하여 강성체 옹벽에 작용하는 주동토압을 예측할 수 있는 토압산정식을 제안하였다. 그중 Handy(1985)와 Harrop-Williams(1989)은 Janssen(1895)의 아칭이론에 근거하여 비선형의 주동토압을 산정하기 위한 주동토압계수와 이를 이용한 토압산정식을 제안하였다. 그러나 이들의 제안식들은 몇 가지 문제점을 내포하고 있다. Handy(1985)의 연구결과에 따르면 뒷채움재를 구성하는 입자의 미소수평요소에 작용하는 연직 및 수평응력의 크기는 뒷채움재의 내부 마찰각  $\phi$ 와 벽면마찰각  $\delta$  뿐만 아니라 벽체로부터의 수평거리에 따라서도 변하는 것으로 나타났다. 특히 미소수평요소에 작용하는 연직응력의 크기는 옹벽에서 멀어질수록 증가하고 뒷채움재에 발생하는 파괴면에서 그 크기는 최대주응력과 같았다. 그럼에도 불구하고 Handy(1985)는 뒷채움재의  $\phi$ 와  $\delta$ 에 따른 연직응력의 변화를 고려하지 않고 토압산정식을 제안하였다. 그리고 Harrop-Williams(1989)는 옹벽의 벽면에 작용하는 연직응력을 사용하여 주동토압계수를 정의하였음에도 불구하고 주동토압 산정식에 사용되는 연직응력은 입의 깊이에서 벽면에 작용하는 연직응력이 아닌 평균응력을 사용하는 모순점을 갖고 있다.

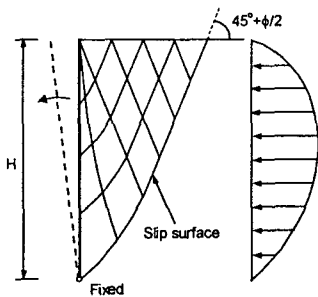
따라서 본 연구에서는 평행이동하는 강성체 옹벽에 작용하는 비선형의 주동토압을 정확히 산정할 수

있는 새로운 토압산정식을 제안하였으며, 이 산정식에는 뒷채움재에서 유발되는 아칭효과는 물론 뒷채움재의  $\phi$ 와  $\delta$ 에 따른 미소수평요소로 작용하는 연직응력의 변화가 고려되었다. 그리고 새로 제안된 토압산정식에 대한 정확성을 검증하기 위하여 제안식의 산정결과가 실험치와 비교되었다.

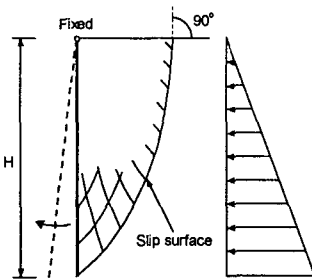
## 2. 주동토압 산정식

### 2.1 뒷채움재에서 파괴면의 형상

강성옹벽은 평행이동이나 회전에 의해 파괴될 수 있으며, 이때 뒷채움재에 발생하는 파괴면의 형태는 벽체의 변위형태와 거칠기( $\delta$ )에 영향을 받는다. 벽체의 표면이 미끄러운 경우( $\delta=0^\circ$ )에 뒷채움재의 파괴면은 직선인 반면, 표면이 거친 경우( $\delta \neq 0^\circ$ )에는 곡선의 형태로 뒷채움재가 파괴된다. 그리고 벽체의 표면이 거친 경우에 벽체가 정점을 중심으로 회전되면 곡선의 파괴면은 뒷채움재의 표면과 직각을 이루며, 벽체가 저점을 중심으로 회전되면 옹벽의 하부영역에서는 곡선의 파괴면이 발생되고 상부영역에서는 직선의 파괴면이 형성된다. 이때 옹벽에 작용하는 주동토압의 분포형태 또한 벽체의 파괴형태에 영향을 받는다(Terezaghi, 1943). 따라서 옹벽이 평행이동 파괴를 일으키는 경우에 뒷채움재에서 발생하는 파괴면의 형태와 주동토압의 분포형태는 더욱 복잡해질 것이다.



(a) 저점중심 회전



(b) 정점중심 회전

그림 1. 옹벽의 변위형태에 따른 뒷채움재의 파괴형상

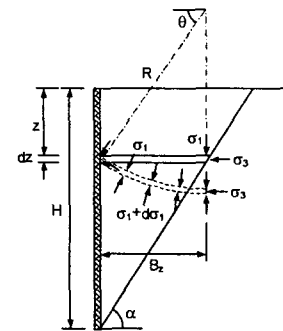


그림 2. 뒷채움재에서 주응력의 작용 방향

그러므로 강성벽체에 작용하는 주동토압을 정확히 산정하기 위해서는 토압 산정 시 뒷채움재의 파괴면 형태를 정확히 가정해야 한다. 그러나 파괴면의 형태를 직선으로 가정한 Coulomb 이론이 실무에서 많이 사용되고 있을 뿐만 아니라 그 계산결과가 비교적 정확한 것으로 알려져 있으므로 본 연구에서는 계산의 간편함을 위하여 평행이동하는 옹벽의 뒷채움재에 발생하는 파괴면은 직선이며 수평과  $45^\circ + \phi/2$ 의 각을 이룬다고 가정하였다. 또한 Coulomb 이론과는 달리 벽체의 변위 발생으로 인해 뒷채움재에서 유발되는 아칭효과가 주동토압 산정 시 고려되었다.

### 2.2 주응력의 회전

표면이 거친 강성옹벽이 수평변위를 일으키는 경우에 뒷채움재에 있는 미소수평요소로 작용하는 최대 및 최소주응력의 작용방향은 뒷채움재와 벽체간에 발생하는 마찰에 의해 그림 2와 같이 바뀌게 된다. 즉, 미소수평요소로 작용하는 최소주응력( $\sigma_3$ )은 아래로 오목한 곡선의 방향을 따라 작용하게 되며, 최대주응력( $\sigma_1$ )은 아래로 오목한 곡선에 직각 방향으로 작용하게 된다. 이때 최소주응력의 궤적을 나타내는 오목한 곡선의 형태는 다양하게 보고되고 있으나, 본 연구에서는 이 궤적이 원호의 형태라고 가정하였다. 그리고 흙에서의 파괴면은 항상 최소주응력의 작용방향과  $45^\circ + \phi/2$ 의 각을 이룬다는 사실과 뒷채움재에서의 파괴면은 수평과  $45^\circ + \phi/2$ 의 각을 이룬다는 본 논문에서의 가정을 고려할 때 그림 2에

보이는 미소수평요소의 오른쪽 끝단에 작용하는 최소주응력은 수평방향으로 작용해야만 한다. 따라서 뒷채움재의 표면으로부터  $z$ 의 깊이에 존재하는 미소수평요소의 폭은 식(1)과 같이 표현될 수 있다.

$$B_z = R \cos \theta = (H - z) / \tan \alpha \quad (1)$$

여기서,  $R$ 은 최소주응력 궤적의 반경이고  $\theta$ 는 벽면에서 최소주응력면과 수평이 이루는 각을 나타내며,  $H$ 는 옹벽의 높이를 표시한다.

벽체에 작용하는 수평응력( $\sigma_{hw}$ )는 그림 3에 보이는 최소주응력 궤적의 왼쪽 끝단에 있는 삼각형 요소에 대한 수평방향 힘평형을 고려함에 의해 식(2)와 같이 구해질 수 있으며, 이와 유사하게 B점에서의 응력상태를 의미하는 최소주응력 궤적 위의 D점에서의 수평응력( $\sigma_h$ )은 식(3)과 같이 얻어진다.

$$\sigma_{hw} = \sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_3 \sin^2 \theta \quad (2)$$

$$\sigma_h = \sigma_1 \cos^2 \psi + \sigma_3 \sin^2 \psi \quad (3)$$

여기서  $\psi$ 는 D점에서의 접선과 연직이 이루는 각도를 의미한다. 그리고 식(3)을  $\sigma_1$ 으로 나눈 후 그 식에  $\sigma_3/\sigma_1 = K_a$ 을 대입하면 식(4)를 구하게 되며, 다시 이 식에  $\sigma_1 + \sigma_3 = \sigma_v + \sigma_h$ 을 대입하면 식(5)를 얻게 된다.

$$\frac{\sigma_h}{\sigma_1} = \cos^2 \psi + K_a \sin^2 \psi \quad (4)$$

$$\frac{\sigma_v}{\sigma_1} = \sin^2 \psi + K_a \cos^2 \psi \quad (5)$$

여기서  $K_a$ 는 최대주응력에 대한 최소주응력의 비로 정의되며,  $K_a = \tan^2(45^\circ - \phi/2)$ 으로 계산된다. 따라서 뒷채움재에 있는 미소수평요소의 임의의 점에 작용하는 수직응력과 수평응력은 식(4)와 (5)로부터  $\sigma_1$ 의 향으로 구해질 수 있다. 즉, 벽체에 작용하는 수평 및 연직응력은 식(4)와 (5)에  $\psi = \theta$ 를 대입함에 의하여 구할 수 있으며, 뒷채움재의 파괴면에 작용하는 수평 및 연직응력은 식(4)와 (5)에  $\psi = 90^\circ$ 를 대입함에 계산될 수 있다.

한편, 옹벽 뒷채움재에 작용하는 주응력의 크기와 방향을 구하기 위해서는 표면이 거친 옹벽의 벽면에서 주응력의 회전각  $\theta$ 를 먼저 구해야 하며, 이 각은 그림 4에 보이는 Mohr원을 이용해서 얻어질 수

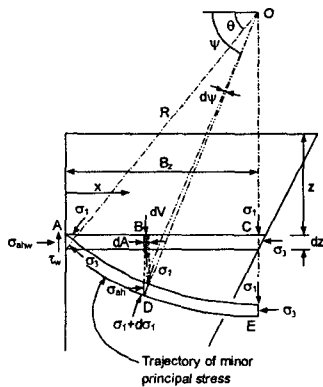


그림 3. 미소 수평요소에 작용하는 각종 응력

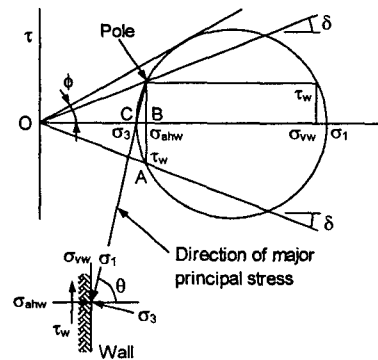


그림 4. 벽면에 작용하는 응력에 대한 Mohr원

있다. 이 그림에 표시된 두 개의 삼각형 OAB와 ABC로부터 식(6)을 얻을 수 있으며, 이 식을  $\tan \theta$ 에 대하여 정리함으로써 식(7)을 구할 수 있다.

$$\tau_w = \sigma_{hw} \tan \delta = (\sigma_{hw} - \sigma_3) \tan \theta \quad (6)$$

$$\tan \theta = \frac{\sigma_{hw}/\sigma_3}{\sigma_{hw}/\sigma_3 - 1} \tan \delta \quad (7)$$

식(2)를  $\sigma_3$ 로 나누고 이 값을 식(7)에 대입하면 식(8)과 같은  $\tan \theta$ 에 대한 2차 방정식이 얻어진다.

$$\tan \theta = \frac{1 + K_a \tan^2 \theta}{1 - K_a} \tan \delta \quad (8)$$

그리고 이 방정식을 풀면  $\theta$ 는 다음과 같이 구해지며, 이식에서 얻어지는 두 개의 값 중에서 큰 것이 주동상태의 옹벽에 대한 값을 의미한다.

$$\theta = \tan^{-1} \left[ \frac{(1 - K_a) \pm \sqrt{(1 - K_a)^2 - 4K_a \tan^2 \delta}}{2K_a \tan \delta} \right] \quad (9)$$

### 2.3 주동토압계수

Handy(1985)는 미소수평요소에 작용하는 연직응력의 평균치  $\bar{\sigma}_v$ 와 벽체에 작용하는 수평응력  $\sigma_{hw}$ 을 사용하여  $\phi = 10 \sim 40^\circ$ 와  $\delta = \phi$ 의 조건에서 사용할 수 있는 주동토압계수  $K_{aw}$ 를 제안하였다.

$$K_{aw} = \frac{\sigma_{hw}}{\sigma_v} = 1.06(\cos^2 \theta + K_a \sin^2 \theta) \quad (10)$$

그러나 물과 같이  $\phi = 0^\circ$ 인 경우에 연직응력과 수평응력의 비가 반드시 1.0이어야 하나 식(10)의 경우에는  $\phi = 0^\circ$ 일 때  $K_{aw} = 1.06$ 을 준다. 이와 같은 오차는 주동토압 산정시  $\phi$ 와  $\delta$ 에 따른 미소수평요소에 작용하는 연직응력의 변화를 정확히 고려하지 않았기 때문이다.

따라서 본 연구에서는  $\phi$ 와  $\delta$ 에 따른 미소수평요소에 작용하는 연직응력의 변화를 정확히 반영한 새로운 주동토압계수 산정식을 제안하였다. 그림 3에 보이는 B점의 어두운 부분에 작용하는 미소 연직력  $dV$ 는 식(11)과 같이 계산될 수 있으며, 미소수평요소에 작용하는 연직응력의 평균치  $\bar{\sigma}_v$ 는 미소수평요소에 작용하는 전체 연직력  $V$ 을 미소수평요소의 폭  $B_z (= R \cos \theta)$ 로 나눔으로써 구할 수 있다.

$$dV = \sigma_v dA = \sigma_1 (\sin^2 \Psi + K_a \cos^2 \Psi) (R d\Psi \sin \Psi) \quad (11)$$

$$\bar{\sigma}_v = \frac{V}{B_z} = \frac{1}{B_z} \int_{\theta}^{\pi/2} dV = \int_{\theta}^{\pi/2} \sigma_1 (\sin^2 \Psi + K_a \cos^2 \Psi) \frac{\sin \Psi}{\cos \Psi} d\Psi \quad (12)$$

여기서  $dA$ 는 B점에 있는 어두운 부분의 폭이다. 식(12)를  $\Psi$ 에 대하여 적분하면 식(13)이 얻어지며, 이 식으로 식(2)를 나누면 미소수평요소에 작용하는 평균 연직응력에 대한 벽체에 작용하는 수평응력의 비로 정의되는 새로운 주동토압계수  $K_{awn}$ 를 얻게된다.

$$\bar{\sigma}_v = \sigma_1 \left( 1 - \frac{1 - K_a}{3} \cos^2 \theta \right) \quad (13)$$

$$K_{avn} = \frac{\sigma_{hw}}{\sigma_{av}} = \frac{3(\cos^2 \theta + K_a \sin^2 \theta)}{3 - \cos^2 \theta (1 - K_a)} \quad (14)$$

본 연구에서 새롭게 제안된 주동토압계수 산정식은 Handy(1985)의 토압계수 산정식과 달리  $\phi = 0^\circ$ 에 대하여  $K_{avn} = 1.0$ 의 주동토압계수를 준다. 이것은  $\delta = 0^\circ$ 에 대한 Rankine의 주동토압계수와 일치하는 것이다.

## 2.4 주동수평응력 산정식

그림 5는 뒷채움재에 존재하는 미소수평요소에 작용하는 각종 힘들을 보이고 있다. 이전에 언급한 바와 같이 본 연구에서는 뒷채움재의 파괴면이 수평과  $45^\circ + \phi/2$ 의 각을 이룬다고 가정하였기 때문에 파괴면과 접하는 미소수평요소의 오른쪽 끝단에 작용하는 최대 및 최소주응력은 각각 연직방향과 수평 방향으로 작용하게 된다. 따라서 미소수평요소의 오른쪽 끝단에 있는 삼각형에 작용하는 여러 힘들은 그림 5에 보이는 바와 같이 평형을 이루게 되며, 미소수평요소의 오른쪽 연직면에는 전단력이 작용하지 않게 된다. 그러나 미소수평요소의 왼쪽 끝단에는 벽체와 뒷채움재 간에 발생하는 전단응력  $\tau_w$ 가 작용하게 된다.

$$\tau_w = \sigma_{hw} \tan \delta = \bar{\sigma}_v K_{avn} \tan \delta \quad (15)$$

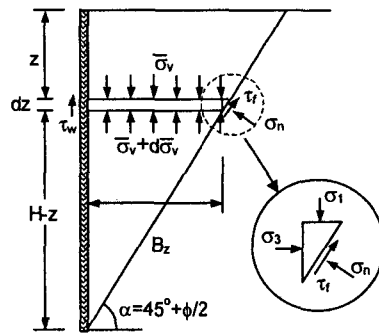


그림 5. 미소수평요소의 힘평형 관계

결국, 그림 5에 보이는  $dz$ 의 두께를 갖는 직사각형 모양의 미소수평요소에 평균 연직응력  $\bar{\sigma}_v$ 와 옹벽의 벽면에 작용하는 전단력, 미소수평요소의 자중만이 연직력으로 작용하게 된다. 이들 연직력들에 대하여 힘평형 관계를 고려하면 아래와 같은 미분방정식이 얻어진다.

$$d\bar{\sigma}_v B_z + \bar{\sigma}_v K_{avn} \tan \delta dz = \gamma B_z dz \quad (16)$$

여기서  $\gamma$ 는 뒷채움재의 단위중량이다. 식(16)에  $B_z = (H - z) / \tan \alpha$ 를 대입하고 미분방정식을 풀 후 경계조건( $z = 0$ 에서  $\bar{\sigma}_v = 0$ )을 대입하면 식(17)이 얻어진다.

$$\bar{\sigma}_v = \frac{\gamma H}{1 - K_{awn} \tan \delta \tan \alpha} \left[ \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{K_{awn} \tan \delta \tan \alpha} - \left(1 - \frac{z}{H}\right) \right] \quad (17)$$

따라서 식(17)에 식(14)에서 얻어진 주동토압계수  $K_{awn}$ 을 곱하면 임의의 깊이에서 벽체에 작용하는 주동수평응력  $\sigma_{ha}$ 을 구하게 된다.

$$\sigma_{hw} = \frac{\gamma H K_{wan}}{1 - K_{awn} \tan \delta \tan \alpha} \left[ \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{K_{awn} \tan \delta \tan \alpha} - \left(1 - \frac{z}{H}\right) \right] \quad (18)$$

## 2.5 주동수평토압의 크기와 작용점

벽체에 작용하는 주동수평토압의 크기는 식(18)을  $z$ 에 대하여 적분함으로써 구할 수 있다.

$$P_{ah} = \int_0^H \sigma_{hw} dz = \frac{\gamma H^2}{2} \frac{K_{wan}}{1 - K_{awn} \tan \delta \tan \alpha} \left( \frac{2}{1 + K_{awn} \tan \delta \tan \alpha} - 1 \right) \quad (19)$$

만약 벽체의 뒷면이 연직이라면 주동수평토압은 벽체의 뒷면과 직각을 이루게 되며, 수평토압과 연직토압의 합력인 전체주동토압은 수평으로부터  $\delta$ 의 각만큼 아래로 기울어진 방향에서 작용한다. 따라서 벽체의 뒷면이 연직인 경우 전체주동토압  $P_a$ 는 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$P_a = P_{ah} / \cos \delta = \frac{\gamma H^2}{2 \cos \delta} \frac{K_{wan}}{1 - K_{awn} \tan \delta \tan \alpha} \left( \frac{2}{1 + K_{awn} \tan \delta \tan \alpha} - 1 \right) \quad (20)$$

한편, 주동토압이 작용하는 높이  $h$ 는 식(22)와 같이 벽체의 저점을 중심으로 한 주동토압에 의한 모멘트  $M$ 을 수평주동토압  $P_{ah}$ 로 나눔으로써 구할 수 있다.

$$M = \int_0^H \sigma_{hw} (H - z) dz = \frac{\gamma H^3}{2} \frac{K_{wan}}{1 - K_{awn} \tan \delta \tan \alpha} \left( \frac{2}{2 + K_{awn} \tan \delta \tan \alpha} - \frac{2}{3} \right) \quad (20)$$

$$h = \frac{M}{P_{ah}} = \frac{2(1 + K_{awn} \tan \delta \tan \alpha)}{3(2 + K_{awn} \tan \delta \tan \alpha)} H \quad (21)$$

## 3. 실험결과와의 비교

### 3.1 토압분포

본 논문에서 제안된 주동토압 산정식의 정확성을 검증하기 위하여 제안식에 의해 산정된 결과들이 Tsagareli(1965)의 실험결과와 비교되었다. Tsagareli(1965)는 높이가 각기 다른 5개의 옹벽(H=2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0 m)에 작용하는 주동토압의 분포를 측정하였다. 이때 뒷채움재의 단위중량은 1.8 g/cm였으며, 뒷채움재에 대한  $\phi$ 와  $\delta$ 는 37°로 동일하였다.

그림 6은 높이가 다른 5개의 옹벽에 대하여 식(18)로부터 산정된 주동수평응력의 분포를 Tsagareli(1965)의 측정결과는 물론 Coulomb이론, Handy(1985)의 제안식, Harrop-Williams(1989)의 제안식의 결과와 비교한 것이다. 그림에서 보이듯이 본 논문에서 제안된 토압산정식이 측정치에 가장 근접한 결과를 주는 것으로 나타났다.

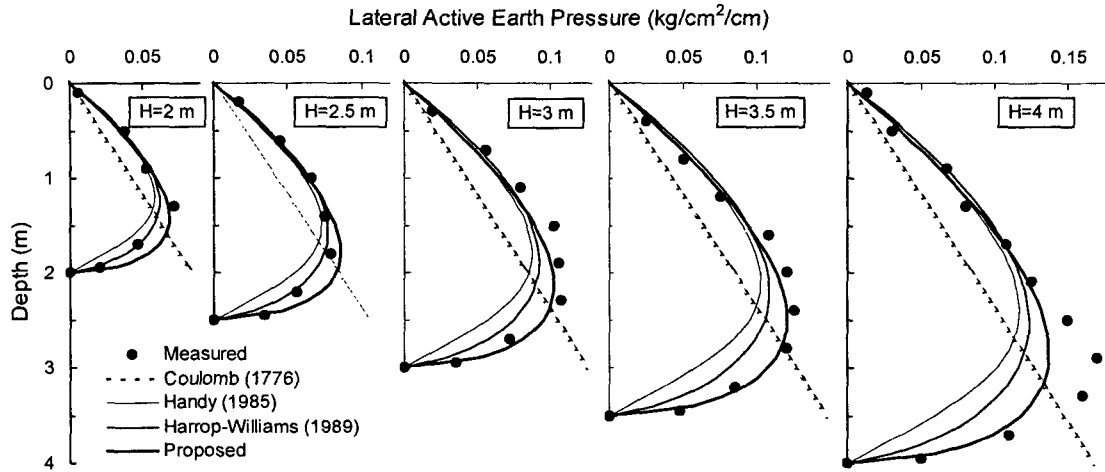
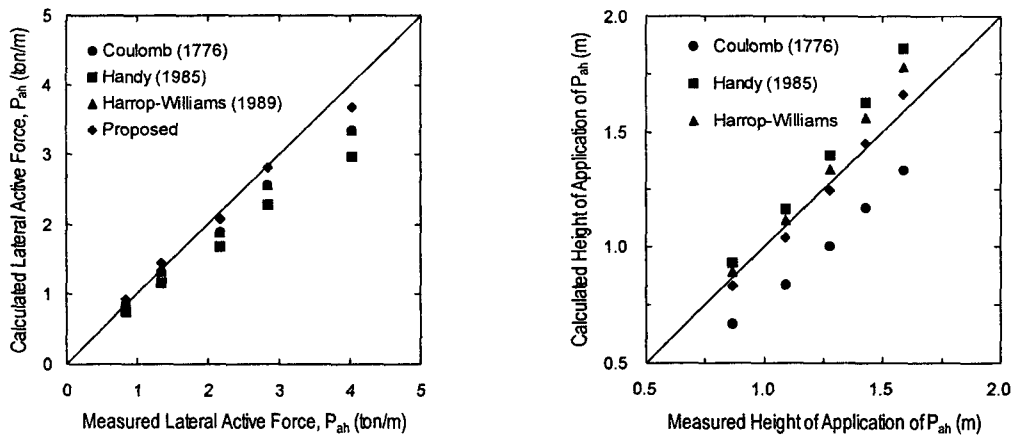


그림 6. 주동토압의 분포에 대한 측정치와 예측치의 비교

### 3.2 크기와 작용점

그림 7은 주동수평토압의 크기와 작용점 높이에 대하여 본 논문에서 제안된 산정식으로부터 얻어진 예측치와 Tsagareli(1965)의 측정치를 비교한 것이다. 그림 15(a)에 보이는 바와 같이 본 논문에서 제안된 토압산정식이 가장 측정치에 근접하는 결과를 주었으며, Handy(1985)의 제안식이 측정치와 가장 큰 차이를 보였다. 그리고 Harrop-Williams(1989)의 제안식은 Coulomb 이론의 결과와 동일한 주동토압을 주는 것으로 나타났다. 또한 모든 토압산정식들은 벽체의 높이가 증가함에 따라 주동토압의 측정치와 예측치간의 차이가 커지는 경향을 보였다.



(a) 수평주동토압의 크기

(b) 주동토압의 작용점 높이

그림 7. 주동토압의 크기와 작용점 높이에 대한 측정치와 예측치의 비교

옹벽에 작용하는 주동토압의 작용점 높이에 대한 측정치와 예측치의 비교가 그림 7(b)에 보여졌다. Handy(1985)와 Harrop-Williams(1989)의 제안식에 의해 산정된 토압의 작용점 높이는 측정치보다 높았으며, Coulomb 이론에 의한 토압 작용점 높이는 측정치보다 낮았다. 그러나 본 논문에서 제안된 산정식은 5개의 옹벽 모두에 대하여 측정치와 상당히 일치하는 결과를 주는 것으로 나타났다.

## 5. 결 론

옹벽에 작용하는 주동토압의 산정은 옹벽을 포함하는 많은 지반구조물의 설계에 있어 매우 중요하다. 몇몇 연구결과에 의하면 벽체에 작용하는 주동토압은 Coulomb 이론과 달리 선형이 아닌 비선형으로 분포하며, 토압의 분포형태는 벽체의 변위형태에 따라 달라진다. 그리고 이와 같은 비선형의 토압은 뒷채움재와 벽체 사이에서 발생하는 마찰력에 의해 뒷채움재에서 유발되는 아칭효과 때문으로 보고되고 있다. 따라서 벽체에 작용하는 주동토압의 크기와 작용점의 높이를 정확히 산정하기 위해서는 토압의 산정 시 아칭효과를 고려하는 것이 필요하다.

본 논문에서는 옹벽이 수평변위를 일으킬 때 뒷채움재에서 발생하는 파괴면은 수평과  $45^\circ + \phi/2$ 의 각을 이룬다는 가정하에 뒷채움재에서 발생하는 아칭효과를 고려한 비선형의 주동토압 산정식을 제안하였다. 그리고 제안식의 정확성을 검증하기 위하여 제안식의 결과를 실측치와 비교하였다. 예측치와 실측치를 비교한 결과 본 논문에서 제안된 토압산정식이 측정치에 가장 근접한 결과를 주는 것을 나타냈다.

## 참고문헌

1. Fang, Y., and Ishibashi, I. (1986). Static earth pressures with various wall movements. J. of Geotech. Engrg., ASCE, 112(3), 317-333.
2. Handy, R.L. (1985). The arch in soil arching. J. of Geotech. Engrg., ASCE, 111(3), 302-318.
3. Harrop-Williams, K. O. (1989). Geostatic wall pressures. J. of Geotech. Engrg., ASCE, 115(9), 1321-1325.
4. Janssen, H. A. (1895). Versuche uber getreidedruck in silozellen. Zeitschrift, Verein Deutscher Ingenieure, 39, p. 1045 (partial English translation on Proceeding of Institute of Civil Engineers, London, England, 1986, p. 553).
5. Terzaghi, K. (1943). Theoretical soil mechanics, John Willey and Sons, New York, N.K.
6. Tsagareli, Z. V. (1965). Experimental investigation of the pressure of a loose medium on retaining walls with a vertical back face and horizontal backfill surface. J. Soil Mech. And Found. Engrg., ASCE, 91(4), 197-200.