

비선형 이방성 모델을 이용한 흙의 변형 거동 예측

Prediction of Soil Deformation with Nonlinear-Anisotropic Model

윤충구¹⁾, Choong-Koo Yun, 정영훈²⁾, Young-Hoon Jung, 정충기³⁾, Choong-Ki Chung

¹⁾ 서울대학교 지구환경시스템 공학부 석사과정, Graduate Student, School of Civil, Urban & Geotechnical Engineering, Seoul National University

²⁾ 서울대학교 지구환경시스템 공학부 박사과정, Graduate Student, School of Civil, Urban & Geotechnical Engineering, Seoul National University

³⁾ 서울대학교 지구환경시스템 공학부 부교수, Associate Professor, School of Civil, Urban & Geotechnical Engineering, Seoul National University

SYNOPSIS : The fact that nonlinearity and anisotropy of soil should be considered for the proper estimation of soil deformation has been recongnized for a long time. In this study, a new stiffness model which can reflect both nonlinearity and anisotropy is proposed. Nonlinearity is simulated by Ramberg-Osgood model and anisotropy is modeled with the cross-anisotropic elasticity. Analysis results with the developed model compared with those from analyses using linear isotropic model, linear anisotropic model, and nonlinear isotropic model. In the triaxial compression like condition, the effects of nonlinearity on the vertical strain are significant, but soil anisotropy does not affect the vertical strain. In 1-dimensional deformation condition, however, both nonlinearity and anisotropy of soil influence the final magnitude of the vertical strain. Also the increase of poisson's ratio magnifies the effect of anisotropy on the vertical strain in this condition.

Key words : Nonlinearity, Anisotropy, Soil deformation

1. 서 론

지반의 변형 거동 예측은 일반적으로 토체를 선형 등방 탄성체로 가정하여 해결한다. 하지만 실제로 토체의 거동은 이방적이며 비선형성을 가진다. 80년대 후반부터 낮은 변형률 수준에서 흙의 비선형성에 대한 실험적 연구가 활발히 이루어지면서, 지반의 변형 해석에서 강성의 비선형성을 고려하기 시작하였다. 이방성의 경우 일반적으로 흙의 연직방향과 수평방향 강성이 서로 다르다는 점은 오래 전부터 알려져 왔으며, 이를 고려하기 위한 여러 가지 접근 방법들이 제시되고 있다. 하지만 실제로 아직까지 흙의 비선형성과 이방성을 동시에 고려하는 적절한 해석 모델이 제시되지 않고 있다.

본 연구에서는 지반의 비선형성과 이방성을 고려하기 위해 새로운 비선형 이방 탄성 모델을 제안하였다. 제안한 모델을 이용하여 조밀한 모래실 실험을 대상으로 삼축 압축 시험과 표준 압밀 시험 조건에 대한 해석을 실시하였다. 또한 동일한 조건에서 선형 등방 모델과 비선형 등방 모델, 그리고 선형 이방 모델을 이용하여 해석을 실시하였고 제안 모델의 결과와 비교하였다.

2. 흙의 이방적인 비선형 응력-변형률 거동

변형률 수준에 따른 흙의 비선형적 강성 변화를 평가하는 것은 여러 지반공학적 문제를 해결하는데 있어 매우 중요한 사항이다. 그림 1에서는 흙의 강성이 변형률 수준에 따라 비선형적으로 변화하며, 다양한 시험방법에서 얻은 강성이 각 변형률 수준에 따라 다를 수 있음을 보여준다. 이러한 비선형적인 흙의 강성을 해석에 이용하는 것은 매우 중요한데, 이는 각각의 지반공학적 문제에서 고려해야 하는 변형률의 수준이 서로 다르기 때문이다. 예를 들어 연약지반에서의 제방 기초 해석 문제에서는 고려해야 할 변형률 수준이 1.0%를 넘지만, 터널이나 깊은 굴착 문제 등에서 고려해야 할 변형률 수준은 0.1% 정도이다.

비선형적인 강성, 즉 비선형 응력-변형률 관계는 Kondner(1963)가 제안한 쌍곡선 식에 의해 자주 근사되어 왔다. 일례로서 Duncan과 Chang(1970)은 쌍곡선 식을 이용하여 강성의 비선형성을 고려한 모델을 제안한 바 있다. 하지만 Shibuya 등(1992)은 쌍곡선 식을 이용하여서는 흙의 전반적인 응력-변형률 거동을 적절히 표현할 수 없음을 지적하였다. Anderson(1975)은 0.1% 이하의 낮은 변형률 수준에서 얻은 실험결과는 Ramberg-Osgood 모델과 일반적으로 잘 일치한다고 발표한 바 있다. 이는 쌍곡선 식의 경우 흙의 비선형 거동을 2개의 변수로 지나치게 단순화하였는데 반하여, Ramberg-Osgood 식은 비선형적 거동을 4개의 충분한 변수로써 비교적 정확하게 묘사할 수 있기 때문이다(Ishihara, 1996). 따라서 낮은 변형률 수준에서의 강성 비선형성을 적절히 고려하기 위해서는 Ramberg-Osgood 모델의 식을 도입하는 것이 바람직하다.

이방성은 흙의 거동을 기술하는데 있어 가장 중요한 특징 중의 하나로 인식되어 있다. 일반적으로 흙은 퇴적과정을 통해 연직방향과 수평방향으로 서로 다른 강성을 가지는 강성(또는 변형) 이방성을 본질적으로 가지게 된다. 이러한 강성 이방성을 탄성론에 근거해서 살펴보면 직교 이방성(cross-anisotropic elasticity)로 간주할 수 있으며, 여러 문헌(Graham & Housby, 1983; Kirkgrad and Lade, 1991)에서 흙의 이방성을 직교 이방성으로 표현한 바 있다. 직교 이방성에 의한 응력 - 변형률 증분 관계는 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

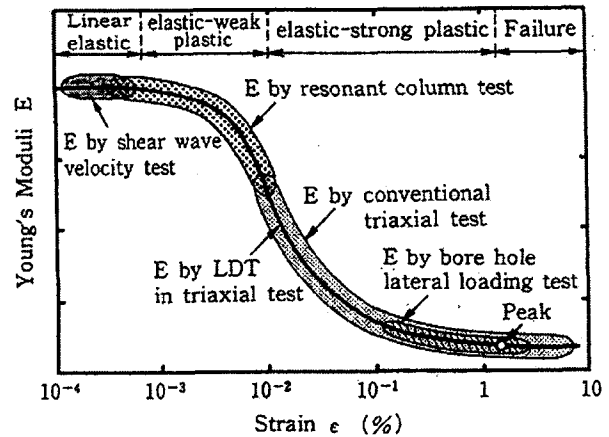


그림 1. 변형률 수준에 따른 다양한 시험방법으로 얻은 탄성계수 값의 범위

$$\begin{pmatrix} \Delta \epsilon_{xx} \\ \Delta \epsilon_{yy} \\ \Delta \epsilon_{zz} \\ \Delta \gamma_{yz} \\ \Delta \gamma_{zx} \\ \Delta \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_h} & -\frac{\nu_{hh}}{E_h} & -\frac{\nu_{vh}}{E_v} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{hh}}{E_h} & \frac{1}{E_h} & -\frac{\nu_{vh}}{E_v} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{hv}}{E_h} & -\frac{\nu_{hv}}{E_h} & \frac{1}{E_v} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{hv}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{hv}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{hh}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \sigma_{xx} \\ \Delta \sigma_{yy} \\ \Delta \sigma_{zz} \\ \Delta \sigma_{yz} \\ \Delta \sigma_{zx} \\ \Delta \sigma_{xy} \end{pmatrix} \quad (1)$$

여기서 $\Delta \epsilon_{ij}$ 과 $\Delta \sigma_{ij}$ 는 각 방향의 변형률과 응력 증분을 나타내며, 식 (1)에 포함된 변수들은 다음과 같다.

E_v = 연직(z) 방향의 탄성계수(Young's modulus)

E_h = 수평(x 또는 y) 방향의 탄성계수(Young's Modulus)

ν_{hh} = 수평면(xy 평면)에서의 포아송비

ν_{vh} = 연직(z)방향의 변형에 의해 발생한 수평면(xy 평면)의 변형과 관계된 포아송비

ν_{hv} = 수평(x 또는 y) 방향의 변형에 의해 발생한 연직(z)방향의 변형과 관계된 포아송비

G_{hv} = 수직면(xz 또는 yz 평면)에 대한 전단 탄성계수(shear modulus) (G_{vh} 로 표기 가능)

G_{hh} = 수평면(xy 평면)에 대한 전단 탄성계수(shear modulus)

식 (1)에서 직교 이방성은 7개의 변수로 정의되지만, 이 변수들이 모두 독립 변수는 아니다. G_{hh} 는 수평면에서 정의되므로 수평면에서 정의되는 탄성계수 및 포아송비와 아래의 관계를 가진다.

$$G_{hh} = \frac{E_h}{2(1+\nu_{hh})} \quad (2)$$

또한 구성 행렬은 대칭성을 유지해야 하므로 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\frac{\nu_{hv}}{E_h} = \frac{\nu_{vh}}{E_v} \quad (3)$$

따라서 직교 이방성을 나타내는 식 (1)은 5개의 독립변수(E_v , E_h , ν_{hh} , ν_{vh} , G_{hv})만으로 정의될 수 있다. 흙의 이방성을 나타내기 위한 방법으로 직교 이방성을 도입하면 매우 간단하게 이방성을 표현할 수 있지만, 본질적으로 직교 이방성은 탄성 이론이므로 그 한계를 가진다. 최근 이방성을 표현하는 여러 가지 탄소성 모델이 소개되고 있지만, 이러한 모델을 사용하기 위한 여러 변수의 결정이 쉽지 않아서 널리 사용되지 못하고 있다.

3. 비선형 이방성 탄성 모델의 개발

본 연구에서는 흙의 비선형성과 이방성을 고려하기 위해 새로운 비선형 이방 탄성 모델을 제안하였다. 개발한 모델의 가정 조건은 다음과 같다.

1. 흙의 강성(변형) 이방성은 직교 이방성(cross-anisotropic elasticity)에 의해 표현된다.
2. 직교 이방성의 탄성계수 E_v , E_h 그리고 G_{hv} 는 해당하는 각 방향의 응력 변화에 따라 그 값이 변하는 비선형성을 가진다.
3. 각 탄성계수의 비선형 함수는 Ramberg-Osgood 모델의 식으로 근사된다.
4. 직교 이방성의 포아송비 ν_{vh} 와 ν_{hh} 은 일정한 값이지만, 각 해석 단계에서 ν_{hv} 의 값은 식 (3)의 관계로 갱신된다.

비선형 함수로서 사용된 Ramberg-Osgood 모델의 방정식은 일반적으로 전단 변형률과 전단 응력의 관계를 근사시키기 위해 사용되며, 아래의 식과 같이 표현된다.

$$\gamma = \frac{\tau}{G_0} \left(1 + C \left| \frac{\tau}{G_0} \right|^{R-1} \right) \quad (4)$$

여기서 γ 는 전단 변형률, τ 는 전단 응력, G_0 는 초기 전단 탄성계수, C 와 R 은 재료 상수이다. 식 (4)에서 정의되는 접선 강성 G_t 를 구하기 위해서는 전단 변형률 γ 에 대해 식 (4)를 미분하면 식 (5)와 같다.

$$G_t = \frac{\partial \tau}{\partial \gamma} = \frac{G_0}{1 + R \cdot C \cdot \left| \frac{\tau}{G_0} \right|^{R-1}} \quad (5)$$

직교 이방성에 관계된 변수 E_v , E_h 그리고 G_{hv} 의 비선형 방정식을 식 (5)의 형태로 유도하면 다음과 같이 각 탄성계수를 정의할 수 있다.

$$E_v = E_v(\sigma_v) = \frac{E_{v0}}{1 + R_{Ev} C_{Ev} \left| \frac{\sigma_v}{E_{v0}} \right|^{R_{Ev}-1}} \quad (6)$$

$$E_h = E_h(\sigma_h) = \frac{E_{h0}}{1 + R_{Eh} C_{Eh} \left| \frac{\sigma_h}{E_{h0}} \right|^{R_{Eh}-1}} \quad (7)$$

$$G_{hv} = G_{hv}(\tau_{xz}) = \frac{G_{hv0}}{1 + R_{Ghv} C_{Ghv} \left| \frac{\tau_{xz}}{G_{hv0}} \right|^{R_{Ghv}-1}} \quad (8)$$

여기서 직교 이방성의 탄성계수 E_v , E_h 그리고 G_{hv} 는 각각에 해당하는 현재 상태 응력에 대한 함수가 된다. E_{v0} , E_{h0} 그리고 G_{hv0} 는 초기 탄성계수 값이며, 일반적으로 $10^{-3} \sim 10^{-4}$ % 이하의 변형률 수준에서 일정하게 나타나는 탄성계수 값이다. 식 (6) ~ (8)에서 R_{Ev} , R_{Eh} , R_{Ghv} , C_{Ev} , C_{Eh} , C_{Ghv} 는 직교 이방성의 탄성계수(E_v , E_h , G_{hv})를 결정하기 위한 재료 상수로서 실험을 통해 구할 수 있다.

주어진 응력 상태에 대해 식 (6) ~ (8)에서 직교 이방성의 탄성계수를 결정한 후, 식 (1)에서 응력-변형률 관계 행렬을 구성하면 현재 응력 상태에 대한 접선 강성(tangent stiffness)을 결정할 수 있다. 이와 같이 결정된 접선 강성은 응력-변형률 관계의 비선형성과 직교 이방성에 의해 구현된 흙의 이방성을 동시에 고려하게 된다.

4. 비선형 이방성 모델의 해석 결과

개발된 비선형 이방성 모델을 이용하여 간단한 경계 조건 문제에 대해 해석을 실시하였으며, 이로부터 얻은 결과를 동일한 경계조건에 대해 선형 등방 모델, 선형 이방성 모델, 그리고 비선형 등방 모델로 해석한 결과와 비교하였다.

4.1 해석 모델의 인자 결정

3절에서 언급한 바와 같이, 비선형 이방성 모델에 필요한 인자를 얻기 위해서는 다양한 종류의 실험이 필요하다. Zdravkovic(1996)은 조밀한 모래질 실트를 대상으로 중공원통시험(hollow cylinder test)을 실시하였는데, 그림 2는 그 결과를 보여준다. 비선형 이방성 모델의 각 탄성계수는 그림 2의 실험 결과에 대해 Ramberg-Osgood 모델의 방정식을 근사시켜 얻었으며, 그림 3에 그 결과를 도시하였다. 표 1에

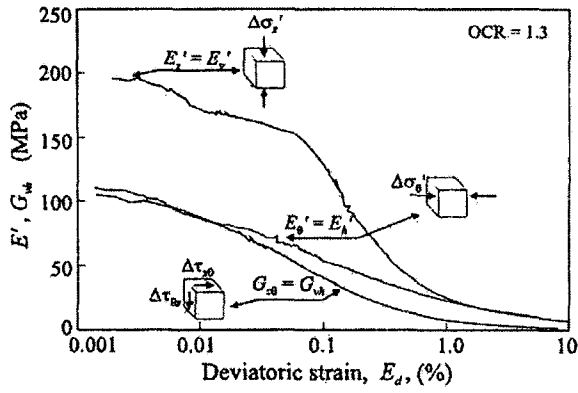


그림 2. 조밀한 모래질 실트의 이방적 강성 (Zdravkovic, 1996)

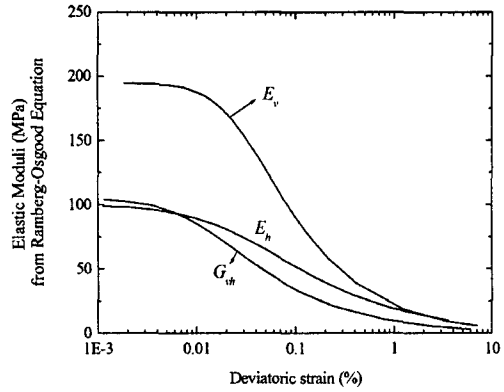


그림 3. Ramberg-Osgood 모델의 방정식으로 근사한 결과

표 1. 비선형 이방성 모델의 변수

탄성계수	초기 탄성 계수(MPa)	R	C
E_v	$E_{v0} = 195$	$R_{Ev} = 3.20$	$C_{Ev} = 2500000$
E_h	$E_{h0} = 100$	$R_{Eh} = 2.18$	$C_{Eh} = 7000$
G_{hv}	$G_{hv} = 105$	$R_{Ghv} = 2.60$	$C_{Ghv} = 800000$

표 2. 해석 모델의 입력 변수

해석 모델	Young's Modulus(MPa)	Shear Modulus(MPa)	Poisson's ratio
선형 등방 모델	$E = 195$	$G = 105$	$\nu = 0.1 \sim 0.4$
비선형 등방 모델	$E \leq 195$	$G \leq 105$	
선형 이방 모델	$E_v = 195, E_h = 100$	$G_{hv} = 105$	$\nu_{hh} = 0.3, \nu_{vh} = 0.1 \sim 0.4$
비선형 이방 모델	$E_v \leq 195, E_h \leq 100$	$G_{hv} \leq 105$	$\nu_{hv} = (E_h/E_v)\nu_{vh}$

서는 각 탄성계수의 재료 상수와 초기값을 정리하였다. 비교를 위해 해석한 선형 등방 모델, 선형 이방성 모델, 그리고 비선형 등방 모델의 입력 변수는 표 2에 정리하였다. 선형 모델의 탄성계수는 비선형 모델의 초기 탄성계수 값으로 정하였다. 비선형 등방 모델의 탄성계수는 비선형 이방성 모델의 E_v 와 동일한 값을 취했다. 포아송비의 경우, 이방 모델의 ν_{hh} 는 일정한 상수로 가정하였으며, 포아송비의 영향을 검토하기 위해 이방 모델에서는 ν_{vh} 의 값을 0.1에서 0.4까지, 등방 모델에서는 ν 의 값을 0.1에서 0.4까지 변화시켰다.

4.2 해석 조건

비선형 이방 모델을 중심으로 다른 3가지 모델을 동일한 조건에서 해석하였다. 해석은 ABAQUS(1998)을 이용하여 실시하였으며, 8절점 축대칭 요소를 사용하였다. 해석에 이용한 모든 모델은 ABAQUS(1998)의 User Defined Material Subroutine을 이용하여 작성하였다.

해석은 두 가지 경계 조건에 대해 실시하였다. 첫 번째 조건은 표준 삼축 시험 조건으로 일반적인 배수 삼축 시험을 모사하였다. 두 번째 조건은 표준 압밀 시험 조건으로 수평 방향 변위가 구속되어 있는

조건이다. 해석 대상은 초기에 100kPa의 등방압을 받은 상태이며, 이후 상부면에 500kPa의 추가 하중을 재하하였다. 이때 시료의 이방성은 초기 등방압에 영향을 받지 않는다고 가정하였다. 해석 대상은 높이 1m, 반경 1m의 원통형으로 모델링하였다.

4.3 해석 결과

4.3.1 표준 삼축 압축 시험 조건

그림 4에서는 표준 삼축 압축 시험 조건을 모사한 해석 요소망과 재하 하중을 도시하였다. 그림 5는 해석 결과로 나온 연직 응력 - 연직 변형률 관계를 보여 준다. 그림 5에서 “Linear Analysis”는 선형 등방 모델과 선형 이방 모델에 대한 해석 결과이고, “Nonlinear Analysis”는 비선형 등방 모델과 비선형 이방 모델에 대한 해석 결과이다.

그림 5에서 알 수 있는 바와 같이, 최종 연직하중 600kPa 재하시 비선형 모델은 선형 모델에 비해 약 5.8배 더 큰 연직 변형률을 발생시켰다. 연직 방향과 수평 방향의 강성 및 포아송비 차이에 의한 이방성은 표준 삼축 시험 조건에서 연직 변형률에 영향을 주지 못했으며, 이방 모델과 등방 모델의 결과는 동일하였다. 이는 식 (1)에서 구한 연직 변형률과 각 방향 응력의 관계식으로 설명할 수 있다.

$$\Delta\epsilon_z = -\frac{\nu_{hv}}{E_h} \Delta\sigma_r + \frac{1}{E_v} \Delta\sigma_z - \frac{\nu_{hv}}{E_h} \Delta\sigma_\theta \quad (9)$$

여기서 식 (9)는 축대칭 조건에 대한 식이며, $\Delta\epsilon_z$ 는 연직 변형률 증분, $\Delta\sigma_r$ 는 방사 방향 응력 증분, $\Delta\sigma_\theta$ 는 원주 방향 응력 증분, $\Delta\sigma_z$ 는 연직 방향 응력 증분이다. 표준 삼축 시험 조건에서 상부 하중 재하시 방사 방향과 원주 방향의 응력 증분은 없으므로 ($\Delta\sigma_r = \Delta\sigma_\theta = 0$), 연직 변형률 증분은 오로지 연직 응력 증분에 의해서만 결정된다 ($\Delta\epsilon_z = (1/E_v)\Delta\sigma_z$). 따라서 이방성을 나타내는 E_h 와 E_v 의 차이는 연직 변형률에 영향을 주지 못한다. 따라서 표준 삼축 압축 시험 조건과 같이 수평(또는 방사) 방향으로 구속되지 않은 조건에서 연직 변형률은 수평 방향의 강성과 무관하며, 연직 방향 응력의 함수이다.

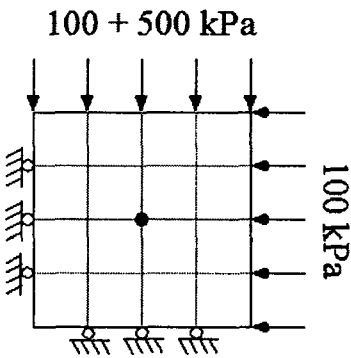


그림 4. 해석 요소망 (표준삼축시험 조건)

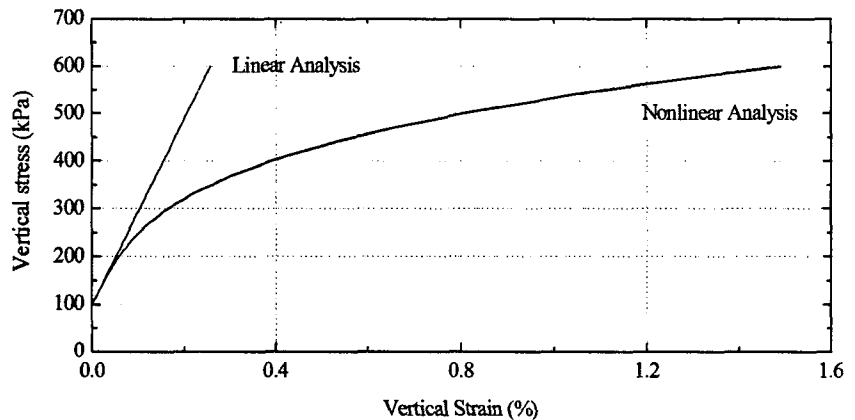


그림 5. 표준삼축압축시험 조건에서의 응력-변형률 곡선

4.3.1 표준 압밀 시험 조건

수평(방사) 방향의 변위가 구속된 표준 압밀 시험 조건에서 해석에 사용된 유한 요소망과 재하 하중의 크기를 그림 6에 도시하였다. 그림 7은 각 해석 모델에서 평가된 연직 응력-변형률 관계를 보여준다. 여기서 등방모델의 포아송비는 0.3으로, 이방모델인 경우 $\nu_{hh} = \nu_{vh} = 0.3$, ν_{hv} 는 탄성계수에 따라 변한다고 가정하였다.

표준 압밀 시험 조건에서는 표준 삼축 시험 조건과 달리 방사 방향의 변위가 구속되어 있으므로, 재하 시 방사 방향의 응력 증분이 발생한다. 따라서 표준 압밀 시험 조건에서 연직 변형률은 강성 이방성의 영향을 받으며, 그림 7에서 알 수 있듯이 수평방향 탄성계수 E_h 의 값이 연직방향 탄성계수(E_v) 값의 약 0.5배인 본 해석 조건에서 이방성을 고려한 모델은 고려하지 않은 모델보다 더 큰 연직 변형률을 발생시킨다. 그림 7의 결과에서 최종 연직 변형률의 크기를 비교하면, 선형 모델에서 이방성을 고려한 경우 약 17%, 비선형 모델에서는 50% 더 큰 연직 변형률이 발생한다.

그림 8과 9는 표준 압밀 시험 조건에서 포아송비의 영향을 평가한 결과를 나타내고 있다. 이때 포아송비의 변화는 앞서 표 2에서 제시하였다. 그림 8에서 살펴보면 모든 해석 모델에서 포아송비가 커질수록 연직 변형률이 감소하였고 비선형 모델일 경우 그 감소폭이 더 컸다. 그림 9에서는 선형 모델과 비

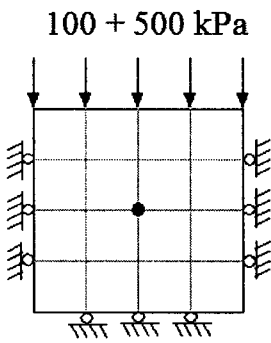


그림 6. 해석 요소망 (표준압밀시험 조건)

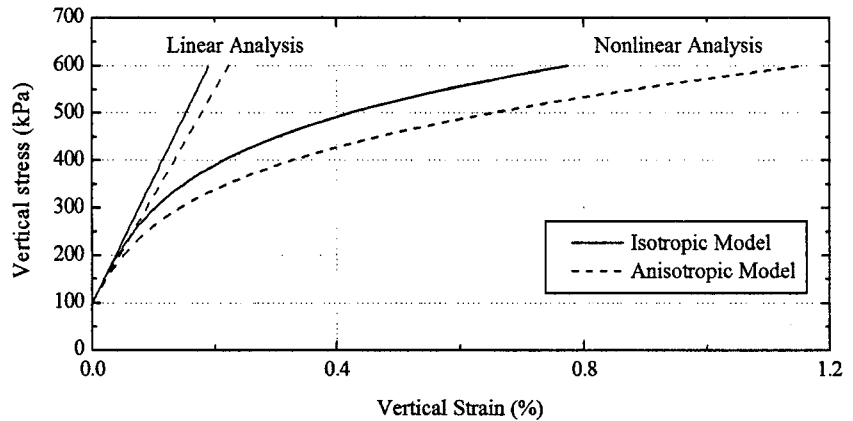


그림 7. 표준압밀시험 조건에서의 응력-변형률 곡선

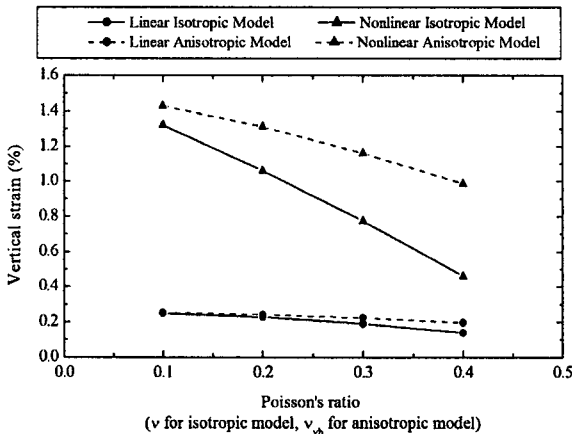


그림 8. 포아송비에 따른 최종 연직 변형률

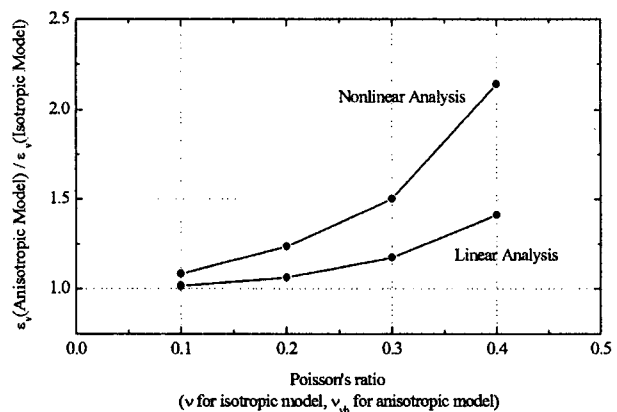


그림 9. 포아송비에 따른 연직 변형률비의 변화

선형 모델에서 각각 이방성을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우의 최종 연직 변형률 비를 도시하였다. 최종 연직 변형률 비는 포아송비가 증가할수록 그 크기가 증가하였는데, 비선형 해석인 경우 그 크기가 더욱 크다는 점을 알 수 있다. 즉 포아송비의 증가는 이방성의 영향을 더욱 심화시켜서, 이방 모델과 등방 모델에서 나타난 연직변형률의 차이를 더욱 크게 한다.

5. 결론

본 논문에서는 흙의 비선형성과 이방성을 동시에 고려하기 위한 새로운 비선형 이방 탄성 모델을 제안하였다. 비선형성은 Ramberg-Osgood 모델의 식을 도입하였고, 흙의 이방성은 직교 이방성 (cross-anisotropic elasticity)으로 구현하였다. 제안 모델의 해석 결과를 표준 삼축 시험 조건과 표준 압밀 시험 조건에서 선형 등방 모델, 비선형 등방 모델, 그리고 선형 이방 모델의 결과와 비교하였다.

표준 삼축 압축 시험 조건에서는 연직 방향 응력만이 연직 변형률에 영향을 미치므로 이방성의 영향이 나타나지 않았으나, 비선형성은 연직 변형률에 큰 차이를 나타나게 하였다. 표준 압밀 시험 조건에서는 비선형성과 이방성의 영향이 모두 나타났는데, 연직 방향의 탄성계수가 수평 방향의 값보다 큰 경우 이방성을 고려한 모델에서 고려하지 않은 모델보다 연직 변형률이 크게 나타났으며, 비선형성은 이 차이를 더욱 심화시켰다. 포아송비의 증가는 각 해석 모델에서 최종 발생 연직 변형률의 절대량을 감소시켰지만, 이방성에 의한 연직 변형률의 차이를 더욱 크게 하였다.

본 논문의 연구 결과를 종합해 볼 때, 흙의 비선형성과 이방성은 변형 해석에서 반드시 고려해야 하며, 이러한 비선형성과 이방성을 해석에 간단히 적용하기 위해서는 본 논문에서 제안한 모델을 이용하는 것이 타당할 것이라고 판단된다.

참고 문헌

1. ABAQUS manual - Version 5.8 (1998), Hibbit, Kalsson and Sorensen Inc.
2. Anderson, D.G. (1974), "Dynamic Modulus of Cohesive Soils", PhD thesis, University of Michigan.
3. Duncan, J.M. and Chang, C.Y. (1970), "Nonlinear analysis of stress and strain in soils", Journal of Soil Mechanics and Foundation Divisions, Proceedings of the American Society of Civil Engineering, Vol.96, No.SM5, pp.1629-1653.
4. Graham, J. and Houlsby, G.T. (1983), "Anisotropic elasticity of a natural clay", Geotechnique, 33, No.2, pp.165-180.
5. Ishihara, K. (1996), Soil behaviour in earthquake geotechnics, Oxford University Press Inc., New York, pp. 37.
6. Kirkgard, M.M. and Lade, P.V. (1991), "Anisotropy of normally consolidated San Francisco Bay Mud", Geotechnical Testing Journal, Vol.14, No.3, pp.231-246.
7. Kondner, R.L. and Zelasko, J.S. (1963), "Hyperbolic stress-strain formulation for sands", Proceedings, 2nd Pan-American conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering, Brazil, Vol. I, pp. 289-324.
8. Shibuya, S. et al. (1992), "Elastic deformation properties of geomaterials", Soils and Foundations, Vol. 32, No. 3, pp.26-46.
9. Zdravkovic, L. (1996), "The stress-strain-strength anisotropy of a granular medium under general stress conditions", PhD thesis, Imperial College, University of London.