

동특성 변화로부터 구조물의 변경질량 위치 해석

Analysis of detection of mass position using the change of the structural dynamic characteristics

이 정 윤

경기대학교 전자·기계공학부(경기도 수원시 팔달구 이의동 산94-6)

Abstract

This study proposed the analysis of mass position detection due to the change of the mass and stiffness of structure by using the original and modified dynamic characteristics. The method is applied to examples of a cantilever and 3 degree of freedom by modifying the mass. The predicted detection of mass positions and magnitudes are in good agreement with these from the structural reanalysis using the modified mass.

1. 서론

자동차, 비행기, 발전소, 해양구조물 등은 사용 중에 운전하중이나 충격, 부식, 지진, 바람, 파랑하중에 의해서 구조물에 손상이 발생되며, 설비의 증가에 따라 설계하중보다 더 많은 하중을 구조물에 부가하는 경우도 있어 이들로 부터 구조물의 안전을 확보하는 일이 중요하게 되었다. 따라서 구조물의 질량부가 위치와 크기를 정확하게 찾아내는 일은 구조물의 수명 연장과 안전성에서 매우 중요하게 되었다.

구조물의 손상을 평가하는 방법이 많은 연구자들에 의해 활발히 수행되고 있다. 오병환 등⁽¹⁾은 정적변위 및 동특성 측정자료를 이용하여 구조물의 변형도를 추정하였으며, 김기봉 등⁽²⁾은 모우드 해석을 이용하여 구조물의 손상탐지에 관한 연구를 하였고, 김경태 등⁽³⁾은 초기 진동 특성치가 측정되지 않은 구조물에서의 손상발견 알고리즘을 개발하였다. 또한 방은영 등⁽⁴⁾은 신경망을 이용하여 구조물 접합부의 손상도 추정하였으며, 조병완

⁽⁵⁾은 모우드 섭동 기법을 이용하여 항만구조물의 손상부위 측정하였고 김남인등⁽⁶⁾은 평판 구조물의 구조손상 규명기법에 대해 연구하였다.

국외에서는 구조물의 안전성에 대한 중요성의 증대로 시스템 규명이 많이 사용되고 있다. 이에 대한 연구로는 Liu 등⁽⁷⁾이 구조물의 규명을 위해 사용한 이래로 손상 발견과 기존 구조물의 안전진단에 중요한 연구가 되었다. 또한 Shinozuka 등⁽⁸⁾은 선형 동역학계를 규명하기 위해서 최소자승법을 사용하였으며 Baruch 등⁽⁹⁾은 최적화로 시스템 규명의 문제를 공식화하였다. 최근 들어 Stubbs 등⁽¹⁰⁾은 항공 우주구조물의 손상 발견에 진동특성치의 변화를 사용할 수 있는지의 적용성을 조사하였고, 특히 Shephens 등⁽¹¹⁾은 교량구조물의 진동형상의 변화를 측정하고 이 변화를 유한요소 모델에 적용하여 손상을 발견하려는 연구를 수행하였으며 본 저자⁽¹²⁾는 설계파라미터 변경에 의한 구조물의 동특성 변화를 유한요소법을 사용하여 해석하였다. 그동안 다양한 연구노력에도 불구하고 구조물의 질량부가 위치와 크기를 정확히 예측하는데 문제가 있었다. 왜냐하면 구조물의 질량부가 위치와 크기를 예측하는 문제는 구조물의 설계파라미터 변경에 의한 동특성 변화의 역처리 문제(inverse problem)이기 때문이다. 즉 구조물에 질량이 부가되면 질량 행렬이 변하게 되는데 변경된 질량 행렬을 구할 때 구조 변경 후 모드의 변화가 없다고 가정하였기 때문에 구조 변경량이 많으면 오차가 증가하여 구조물에 적용하는데 문제가 있다. 본 연구에서는 구조변경 전 고유진동수, 진동 모드, 강성행렬, 질량행렬과 구조 변경 후 고유진동수, 진동모드를 가지고 감도계수의 변화량을 비선형영역 까지 고려하여 구조물의 질량행렬 변화량을 구하고 이를 이용하여 구조물의 손상 위치와

크기를 정확히 예측하는 연구를 수행하고자 한다.

본 연구의 목적은 구조 변경 전 고유진동수, 진동모드, 강성행렬, 질량행렬과 구조 변경 후 고유진동수, 진동모드만을 가지고 감도계수의 변화량을 비선형영역 까지 고려하여 구조물의 질량행렬 변화량을 구하고 이를 이용하여 구조물의 질량부가 위치와 크기를 정확히 예측하는 알고리즘을 개발하는 것이다. 본 연구의 방법을 단계적으로 기술하면 다음과 같다.

2. 이론

구조물에 질량이 변경되면 동특성이 변하게 된다. 이때 구조 변경 전 후의 동특성은 다음과 같이 된다.

$$(K_o - \lambda_o M_o) \phi_o = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} (K - \lambda M) \phi &= [K_o - (\lambda_o + \Delta\lambda) \\ (M_o + \Delta M)] (\phi_o + \Delta\phi) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 K_o , M_o , K , M , 와 ΔM 은 각각 변경 전 강성 및 질량 행렬, 변경 후 강성 및 질량 행렬, 질량 행렬의 변화량이며 λ , ϕ , λ_o , ϕ_o , $\Delta\lambda$ 와 $\Delta\phi$ 는 각각 구조 변경 후 고유치, 고유벡터, 변경 전 고유치, 고유벡터, 고유치 및 고유벡터 변화량이다.

2.1 동특성 변화로부터 감도계수의 해석

Fox⁽¹³⁾는 고유 벡터의 변화량을 변경 전 고유벡터의 선형결합으로 표시될 수 있다고 다음과 같이 가정하였다.

$$\{\Delta\phi\}_i^T = \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \phi_{ok} \quad (3)$$

구조물의 동특성 변화로부터 감도계수를 구하는 것은 감도해석의 역변환 문제이다.

$$[\Delta\phi] = [\alpha]^T [\phi_o] \quad (4)$$

$$[\alpha]^T = [\phi_o]^{-1} [\Delta\phi] \quad (5)$$

여기서 $[\Delta\phi]$, $[\alpha]$, 및 $[\phi_o]$ 는 고유벡터 변화량 행렬, 감도계수 행렬 및 변경 전 고유 벡터행렬이다. 즉 감도계수 행렬은 변경 전 고유벡터 행렬과 변경후의 고유벡터변화량 행렬로부터 구할 수 있다.

2.2 기존의 감도해석 방법

Fox⁽⁴⁾는 감도계수를 다음과 같이 구하였다.

$$\alpha_{ii} = - \frac{\Delta M_{ii}}{2} \quad (6)$$

$$\alpha_{ij} = \frac{-\Delta M_{ij} \omega_{oj}^2 + \Delta K_{ij}}{\omega_{oi}^2 - \omega_{oj}^2} \quad (7)$$

여 기 서 $\{\phi_o\}_i^T [\Delta M] \{\phi_o\}_j = \Delta M_{ij}$, $\{\phi_o\}_i^T [\Delta K] \{\phi_o\}_j = \Delta K_{ij}$ 이다.

그러나 위 방법은 구조물에 질량이나 강성 변경 후에도 고유 벡터의 변화가 없다고 가정하였기 때문에 변경량이 많으면 감도 계수의 오차가 증가하여 실제 구조물의 적용에는 한계가 있다. 이런 문제점을 개선하기 위해서 새로운 방법⁽⁵⁾이 제안되었다.

$$\begin{aligned} \alpha_{ii} = & -\frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 + \Delta M_{ii} + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}(m) \Delta M_{ik} \right. \\ & \left. + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi}(m) \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}(m) \Delta M_{qk} \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{ij} = & \frac{1}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \Delta K_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{kj} \right. \\ & + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta K_{jk} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{qk} \\ & \left. + \sum_{k=1}^n \omega_{ok}^2 \alpha_{ki} \alpha_{kj} \right\} - \frac{\omega_{oj}^2}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} + \Delta M_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{kj} \right. \\ & \left. + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta M_{ik} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk} \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

이 감도계수는 구조물에 질량과 강성이 변경에 따른 고유 벡터의 변화를 고려하였기 때문에 고유벡터 및 고유진동수 변화량을 잘 예측하였다.

2.3 감도계수로부터 변경된 질량 위치 및 크기 해석

질량만 변경될 경우 $\Delta K_{ij} = 0$ 이므로 (9)식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \alpha_{ij} = & \frac{1}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \sum_{k=1}^n \omega_{ok}^2 \alpha_{ki} \alpha_{kj} \right\} \\ & - \frac{\omega_{oj}^2}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} + \Delta M_{ij} \right. \\ & \left. + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{kj} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta M_{ik} \right. \\ & \left. + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk} \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

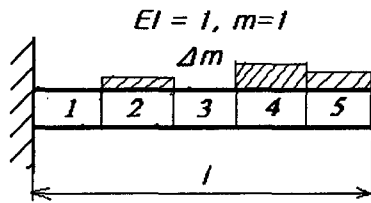
여기서 (5)식에서 구한 감도계수 α_{ki} 를 (8)식

과 (10)식에 대입하여 행렬식을 해석하여 변경된 ΔM_{ij} 을 구한다. 위에서 구한 변경된 ΔM_{ij} 을 $\{\phi_o\}_i^T [\Delta M] \{\phi_o\}_j = \Delta M_{ij}$ 에 대입하여 $[\Delta M]$ 를 구하고 $[\Delta M]$ 을 (2)식에 대입하여 질량 변경 위치 및 크기를 해석한다.

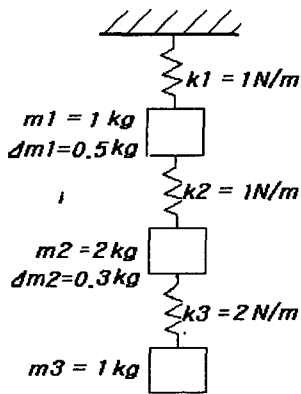
3. 적용 예

Fig. 1은 위에서 해석한 이론을 적용하기 위해 사용한 외팔보 및 3자유도계의 모델을 나타낸다. 변경전의 외팔보의 질량, 길이, 탄성계수는 1로 하였으며 질량의 변화를 주기 위해서 2번, 4번, 5번 요소에 각각 요소 질량의 10%, 20%, 15%를 추가하여 질량 위치 및 크기를 구하였다.

3 자유도계의 변경 전 질량은 각각 1kg, 2kg, 1kg 강성은 1N/m, 1N/m, 2N/m로 하였으며, 질량의 변화는 1번, 2번 요소에 각각 0.5kg, 0.3kg을 추가하여 질량 위치 및 크기를 구하였다.



(a) cantilever



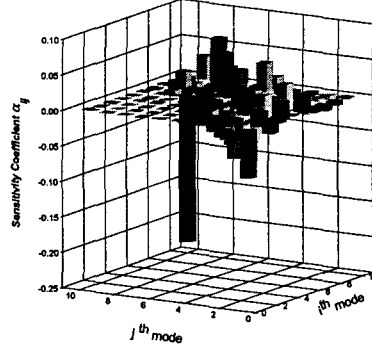
(b) 3 d.o.f

Fig. 1 Model of cantilever and 3 d.o.f

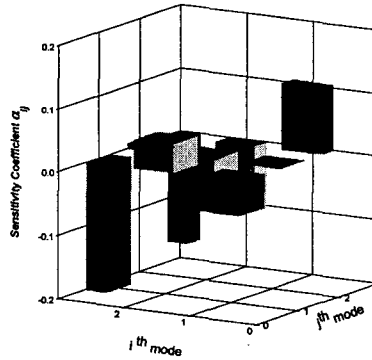
4. 결과 및 고찰

4.1 감도계수의 해석

Fig. 2은 외팔보 및 3자유도계의 질량 변경 후 동특성 변화로부터 감도계수를 해석한 결과이다.



(a) cantilever



(b) 3 d.o.f

Fig. 2 Model of cantilever and 3 d.o.f

i, j 모드가 가까울수록 감도계수의 크기가 대체적으로 크게 나타났다. 이는 구조 변경 시 가까이 있는 모드가 멀리 떨어진 모드보다 고유벡터의 변화에 더 많은 기여를 하기 때문으로 이것은 (7)식에서 두 모드가 가까울수록 분모가 작아지기 때문이다. 그러나 $i = j$ 인 경우에는 오히려 작게 나타났으며 이는 (6)식에서 질량 변경 만 고려하기 때문이다.

4.2 변경된 질량 위치 및 크기의 해석

Table 1은 외팔보 및 3자유도계에 질량을 변경시키고 역으로 질량 변경 위치와 크기를 해석하여

나타낸 표이다. 외팔보의 경우 2, 4, 5요소에 부가시킨 질량 10%, 20%, 15%를 위치 및 크기를 정확히 구하였음을 알 수 있다. 또한 3자유도계의 경우도 1, 2번 요소에 부가한 질량 0.5kg, 0.3kg을 정확히 찾아냈음을 알 수 있다.

Table 1 Predictive mass in cantilever and 3 d.o.f

(a) cantilever

Element No.	original mass (m)	additive mass (Δm)	predictive mass (Δm_p)	ratio $\Delta m / \Delta m_p$ (%)
1	1.0	0	0	100.00
2	1.0	0.10	0.1000	100.00
3	1.0	0	0	100.00
4	1.0	0.20	0.2001	100.05
5	1.0	0.15	0.1499	99.93

(b) 3 d.o.f

unit: kg

Element No.	original mass (m)	additive mass (Δm)	predictive mass (Δm_p)	ratio $\Delta m / \Delta m_p$ (%)
1	1.0	0.50	0.5000	100.00
2	2.0	0.30	0.3000	100.00
3	1.0	0	0	100.00

5. 결론

구조물의 변경전, 후의 동특성을 이용하여 구조물의 질량 변경 위치와 크기를 정확히 예측하는 알고리즘을 개발하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 구조 변경전 진동모드와 구조 변경후 진동모드를 가지고 감도 계수를 해석하는 방안을 제안하였다.
- (2) 감도 계수로부터 변경된 질량 행렬 해석하는 알고리즘을 개발하였다.
- (3) 유한요소법의 질량행렬을 이용하여 변경된 질량 행렬로부터 구조물의 질량변경 위치 및 크기 해석하는 방안을 제안하였다.

(4) 본 방법을 구조 변경 한 외팔보와 3자유도계에 적용한 결과 구조물 변경 후 질량변경 위치 및 크기를 정확히 예측하므로 제안된 방법이 타당함을 알 수 있다.

참고문헌

- (1) 오병환, 정범석, "정적변위 및 동특성 측정자료를 이용한 구조물의 손상도 추정", 대한토목학회 논문집, 제17권, 제1-3호, pp. 383-396, 1997.
- (2) 김기봉, 김성중, 성여중, "모우드 해석을 이용한 구조물의 손상탐지에 관한 연구" 중앙대학교 건설환경논문집 제 11권 1호 pp. 27~46 1999.
- (3) 김정태, 류연선, 조현만, 나원배, "초기 진동 특성치가 측정되지 않은 구조물의 손상발견 알고리즘", 대한토목학회 학술발표회 논문집, 제1권, pp83-96, 1995.
- (4) 방은영, 이진학, 윤정방, "신경망을 이용한 구조물 집합부의 손상도 추정", 한국지진공학회 논문집, 제2권 제1호 1998.
- (5) 조병완, "Modal perturbation 기법을 이용한 항만구조물의 손상부위 측정", 전산구조공학회 논문집 제9권 제4호 pp. 209-218, 1996.
- (6) 김남인, 이우식, 권오양, "FRF를 이용한 평판 구조물의 구조손상 규명기법," 비파괴검사학회지, Vol. 21 No.2 pp. 204-212, 2001.
- (7) Liu, S. C. and Yao, James T. P., "Structural identification concept", J of Structure Div. ASCE, Vol 104, No.12, pp. 1845-1858, 1978
- (8) Shinozuka, M., Yun, C. B., and Imai, H. "Identification of linear structural dynamic systems", J. Engrg. Mech., ASCE, Vol. 108, No.6, pp. 1371-1390, 1982.
- (9) Baruch, M., and Bar-Itzhack, I.y., "Optimal weighted orthogonalization of measured modes", AIAA J., Vol.16, No.4 pp. 346-353, 1978
- (10) Stubbs, N., Broome, T. H. and Osegueda, R., "Nondestructive Construction Error Detection

in Large Space Structures", AIAA J., Vol.28, No.1 pp. 146-152, 1988

(11) Stephens, J. E., and Yao, j.t.p., "Damage Assessment Using Response Measurement", J. of Structural Engineering, ASCE, Vol. 113, No.4, pp. 787-801, 1987

(12) 이정윤, "설계파라미터 변경에 따른 구조물의 동특성 변화 해석", 대한기계학회 논문집 A권 제 26권 제4호, pp. 739-744, 2002

(13) R.S Fox and M.P Kapoor, " Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors." AIAA J., Vol. 6, No. 12 pp. 2426 - 2429, 1968.