

3축 CNC 공구터렛의 홀더 주축 진동해석

이재환(창원대 대학원 기계공학과), 김재실(창원대 기계공학과),
이종판, 추광식(이더블유에스 코리아(주))

A Vibration Analysis for the Main-Spindle of a Holder in the 3-Axis CNC Tool Turret

Jaewhan Lee, Chaesil Kim, JongPan Lee, KangSik Choo

ABSTRACT

본 연구에서는 선반가공에서 일반적인 선반작업 후 밀링이나 드릴링 가공이 가능한 복합가공기의 역할을 한번에 수행할 수 있는 CNC 공구터렛의 홀더 주축에 대한 수학적 모델링을 통하여 시스템의 횡진동 및 비틀림 진동 해석으로 발생할 수 있는 진동 문제에 대처할 수 있는 방안을 제시하고자 한다.

1. 서론

회전기계(Rotating Machine)에 대한 기술적인 추세는 고속화에 따른 정밀도가 한층 요구되고 있다. 특히 주축고속화에 따른 정상운전속도에 이르기까지의 여러 개의 공진대역으로 인한 시스템의 안정성 문제 및 각 구성품의 진동 및 소음 문제가 대두되고 있다.

최근들어 국내의 공작기계 개발 및 생산능력이 상당히 진보되었음에도 불구하고, 아직도 선진국 제품에 비해서는 진동 및 소음 측면에서는 미흡한 실정이다.

본 연구에서는, 선반가공에서 일반적인 선반작업 후 밀링이나 드릴링 가공이 가능한 복합가공기의 역할을 수행할 수 있는 3축 CNC 공구터렛의 홀더 주축에 대한 동력전달과정에서의 진동문제를

해결하기 위하여, 횡진동 및 비틀림 진동해석을 위한 실제시스템의 수학적 모델링 및 해석을 통하여 시스템의 고유진동수를 도출하고, 이를 분석함으로써 진동 및 소음문제에 적극적으로 대처할 수 있는 방안을 제시하고자 한다.

2. 본론

2.1 주축의 횡진동(Lateral Vibration) 해석

연속적인 유연축은 유한요소법에 의해 다수의 요소(element)로 이산된다고 가정한다. 그 경우 회전체 시스템의 행렬 미분 방정식은 다음과 같다.

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = F(t) \quad (1)$$

여기서 M, C, K 는 각각 질량, 댐핑과 강성매트릭스이고 F는 회전체에 작용하는 외력이다. 주축의 횡진동 해석을 위해 Palazzolo⁽¹⁾ 및 Kim⁽²⁾이 제시한 유연축 시스템의 고유값(eigenvalues)문제를 사용하였다.

이 모델링 방법에 의해 주축의 상태공간 모델식은 식(2)와 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -M^{-1}C & -M^{-1}K \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X \end{bmatrix} \quad (2)$$

또는

$$\dot{Z} = QZ \quad (3)$$

회전체 시스템은 복소수 형태의 고유값과 고유벡터들을 가지므로 식 (2)의 해를 식 (4)와 같이 가정할 수 있다.

$$Z_j = \psi_j e^{\lambda_j} \quad (4)$$

여기서

$$\lambda_j = a_j + ib_j \quad (5)$$

식 (2)는 전형적인 복소수 고유값 문제로 상용화된 IMSL(특이값 서브루틴)을 이용하여 수치해석적으로 구하여 그 고유값의 허수로부터 고유진동수를 산출한다.

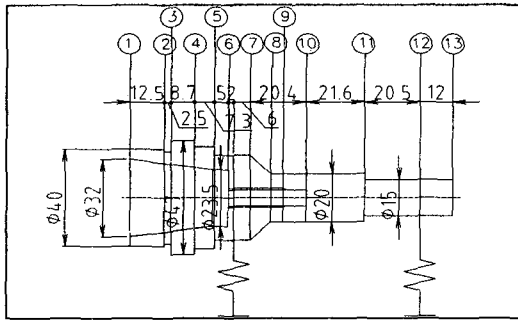


Fig. 1 주축 유한 요소 모델

Fig. 1은 CNC 공구터렛의 홀더 주축을 총 12개의 요소(element)와 13개의 절점(node)으로 이산시킨 유한요소 모델이다.

Table. 1 주축 유한요소 모델의 기하학적인 정보

절점(Node) 정보	요소(Element) 정보	
0	0.020	0.016
0.0125	0.019	0.0142
0.015	0.0235	0.0139
0.0237	0.021	0.0127
0.031	0.0175	0.0118
0.036	0.0175	0.004
0.038	0.0175	0.004
0.044	0.0175	0.004
0.0515	0.010	0.004
0.0644	0.010	0.0
0.086	0.0075	0.0
0.1065	0.0075	0.0
0.1185		

이 때 중공축의 외경 변화와 요소의 길이를 고려하여 각 절점들을 구성한, 유한요소 모델의 기하학적인 정보는 Table. 1에 나타내었다. 두 개의 베어링은 일반적인 앵글러 컨택터 볼 베어링(Angular contact ball bearing)이므로 감쇠는 무시하고, 유한요소 모델의 7번째와 12번째 절점에 스프링 요소로 가정하였다. 축의 재료 물성치는 Table. 2와 같다.

Table. 2 주축의 물성치

Spindle 재질	탄성계수 $[N/m^2]$	밀도 $[kg/m^3]$
SM415C	210×10^9	7.86×10^6

주축의 임계속도(critical speed)는 고유값(eigen-values)의 허수부인 고유진동수와 일치되는 주축의 회전속도로 Table 3과 같다.

Table. 3 주축의 고유진동수

고유진동수 (Hz)	1차	2차	3차	4차
	1641.02	3933.30	26333.30	69833.30

2.2 Gear-Shaft System의 비틀림 진동 모델

CNC 선반용 회전 공구 홀더의 비틀림 진동에 의한 이상 현상을 파악하기 위해서, Fig. 2의 도면에서, 각 축에 부착된 기어들을 고려하여 근사화하였다.

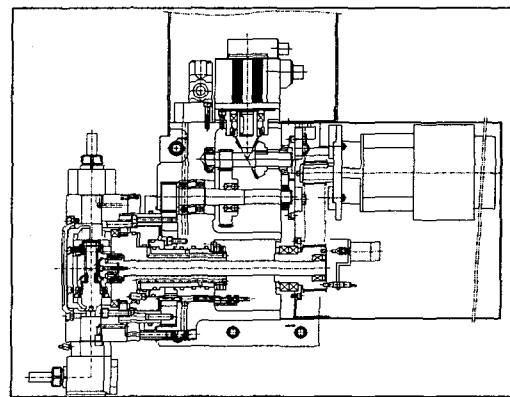


Fig. 2 회전 공구 터렛의 전체도

시스템은 오른쪽 부분의 모터와 벨트-폴리의 구동부와 상부의 인덱스(Index) 부분을 제외하면 기어열(Gear Train)과 축계(Spindle system)로 구성되어 있다.

구동축과 주축, 모두를 고려하여 각 축들과 부착된 기어들의 고유진동수를 해석하였다.

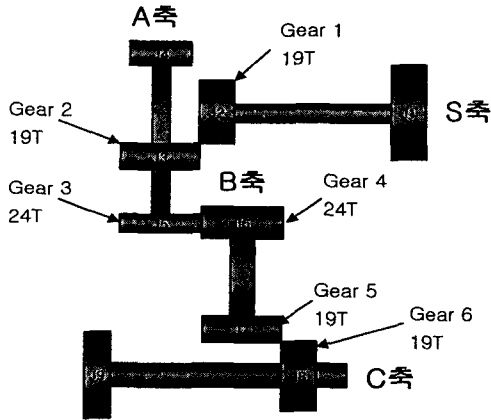


Fig. 3 홀더의 Gear-and-Shaft 시스템의 개략도

CNC 선반용 회전 공구 홀더에서 각 축에 disk가 서로 물려 작용하는 비틀림계로 간략화 하여 Fig. 3에 나타내었으며, 기어 1과 기어 2, 그리고 기어 5와 기어 6은 각각 베벨(Bevel) 기어이고, 기어 3과 기어 4는 일반적인 평 기어이다. 이러한 비틀림계의 수학적 모델링은 Fig. 4와 같다.

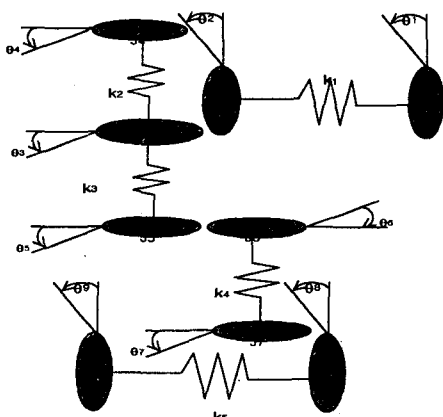


Fig. 4 Gear-and-Shaft 비틀림계의 수학적 모델링

각 디스크들은 기어와 축계의 질량을 조합하여 고려한 것이다. 다섯 부분의 축은 회전 스프링 상수 k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 를 가지고 있다. 또한 각 디스크의 질량 관성 모멘트가 각각 $J_1, J_2, J_3, J_4, J_5, J_6, J_7, J_8, J_9$ 이고, 회전각 변위는 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7, \theta_8, \theta_9$ 이다.

각 디스크의 질량 관성 모멘트 J_i 에 대한 진동계의 운동방정식은 Lagrange방정식을 이용하여 일반좌표의 항으로 간단하게 유도할 수 있다.

n -자유도계에 대하여 Lagrange방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = Q_j^{(n)} \quad (6)$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

여기서 $\dot{q}_j = \partial q_j / \partial t$ 는 일반화 속도이고 $Q_j^{(n)}$ 는 일반화 좌표 q_j 에 대응하는 일반적인 비강보존력이다. $Q_j^{(n)}$ 으로 표시되는 힘은 손실되는(감쇠)힘 또는 위치 함수로부터 유도될 수 없는 외력일 것이다. 그러므로 보존계에 대해서는 $Q_j^{(n)} = 0$ 이고 따라서 식(6)은 다음과 같은 형태로 된다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = 0 \quad (7)$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

식 (6)과 식 (7)은 n 개의 일반 좌표 각각에 대응하는 n 개의 미분방정식을 갖는 시스템을 나타낸다. 운동에너지 $T = \frac{1}{2} J_i \dot{\theta}^2$ 와 위치에너지 $V = \frac{1}{2} k \theta^2$ 를 구하여 Lagrange방정식인 식 (7)에 대입하면 $j = 1, 2, \dots, n$ 에 대한 일반적인 운동방정식은 식 (8)의 형태로 표현된다

$$[J]\{\ddot{\theta}\} + [K]\{\theta\} = 0 \quad (8)$$

이러한 형태로 나타난 운동방정식은 질량관성행렬과 강성행렬로써, 수치해석적인 방법을 이용하면 고유 진동수와 그에 상응하는 고유벡터를 구

할 수 있다.

여기서는 Jacobi method를 이용하여 행렬의 모든 고유치들과 고유벡터들을 도출하였다.

2.3 Gear-Shaft 비틀림계의 진동 해석

각 축에 부착된 기어들을 고려하여 근사화 하였다. 구동축과 주축, 모두에 대하여 각 축들과 부착된 기어들을 고려하여 고유진동수를 해석하였다.

전체적인 기어열의 비틀림 현상을 고찰하기 위해서 Fig. 5에서 제시한 것과 같이 구동축, 전달축 및 주축(main spindle)을 고려하였다.

각 축들이 모두 구동될 때 B축에서 C축으로의 동력전달은 24 : 19의 기어비를 가지고 전달된다.

$$\begin{aligned}
 [J] &= \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2+J_3+0.80J_5+0.80J_6+J_7+J_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_9 \end{bmatrix} \quad (9) \\
 &= \begin{bmatrix} 0.002833 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.000369 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.000129 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.000020 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [K_r] &= \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1+k_2+0.04k_3+0.04k_4+k_5 & -k_2 & -k_5 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 & 0 & 0 \\ 0 & -k_5 & 0 & k_5 & 0 \end{bmatrix} \quad (10) \\
 &= 10^6 \begin{bmatrix} 0.0363 & -0.0360 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0363 & 0.1790 & -0.0360 & -0.1043 & 0 \\ 0 & -0.0360 & 0.0360 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1043 & 0 & -0.1043 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

이때 질량관성행렬 J와 강성행렬 K는, 고려된 기어와 축들의 조합으로 식 (11), (12)와 같은 4 × 4의 행렬값을 갖는다.

디스크에 대한 질량 관성 모멘트와 축의 비틀림 강성은 Table 4에 정리하였다.

Table 4 기어열-축 비틀림 진동계의 질량관성모멘트와 강성

디스크/축 No.	(질량관성모멘트) $\times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	(K축의 강성) $\times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$
	2.832667	0.036311
	0.165696	0.035982
	0.059462	0.052174
	0.129283	0.001298
	0.059153	0.104348
	0.023347	
	0.028831	
	0.049313	
	0.0205	

Table 5 비틀림 고유진동수 해석결과

525.684368
2400.641022
4461.62208

Table 6 동작속도에 따른 각 기어열의 가진 주파수

동작속도 (rpm)	기어 2 : 3	기어 3 : 24
1500	158 Hz	200 Hz
2000	317 Hz	400 Hz
2500	475 Hz	600 Hz
3000	633 Hz	800 Hz
3500	792 Hz	1000 Hz
4000	950 Hz	1200 Hz
4500	1108 Hz	1400 Hz
5000	1267 Hz	1600 Hz
5500	1425 Hz	1800 Hz
6000	1583 Hz	2000 Hz

기어-축 계의 비틀림 진동해석에 대한 고유진동수는 Table 5에 나타내었으며 기어의 치수와 선반 가공시 주 동작속도가 0~5,000 rpm 이고, 통상적인 소음 측정을 500 rpm 단위로 시행됨을

감안하면 예측되는 기어열의 가진 주파수는, 기어열 축의 회전주파수에 기어 잇수를 곱한 것으로 Table 6과 같다. Table 5와 Table 6을 비교 분석 결과 기 설계된 기어들의 공진에 대한 위험성은 내포하고 있지 않은 것으로 추측된다.

3. 결론 및 고찰

이상과 같은 회전 주축의 횡진동 및 동력전달 과정에서 비틀림 진동에 대한 해석을 수행하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

(1) 회전 공구 홀더 주축의 앵글러 접촉 불 배어링에 대한 스프링 요소를 단순지지 형태로 가정(실제 시스템도 유사)하고, 횡진동 분석을 실시하여 위험속도에 포함되지 않은 주축의 지름 및 길이를 선정함으로써 횡진동에 의한 문제 발생을 방지할 수 있었다.

(2) 운전조건에 따른 각 기어들의 가진주파수들과 Gear-shaft 시스템의 비틀림 고유진동수를 비교 분석하여 공진의 위험성을 회피할 수 있는 기어의 잇수비와 모듈을 선정할 수 있었다.

(3) 연구 수행의 결과로 모든 주파수 대역이 공진을 피할 수 있는 충분한 여유를 가지게 되어 진동 및 소음문제에 대한 문제점을 미연에 적극적으로 대처할 수 있는 방안을 제시할 수 있었다.

후 기

본 연구는 과학기술부·한국과학재단 지정 창원대학교 공작기계기술연구센터의 지원에 의한 것입니다.

참고문헌

- (1) Palazzolo, A. B., 1981, "Vibrations of Locally Modified Mechanical and Structural Systems", Dissertation, Mechanical Engineering, University of Virginia.
- (2) Kim, C., 1995, "Magnetic Bearing Eddy Current Effects on Rotordynamics System

Response", Dissertation, Mechanical Engineering, Texas A&M University. pp.15~25.

(3) William T. Thomson, 1998, "Theory of Vibration with Applications",

(4) Andrew Dimarogonas, 1996, "Vibration for Engineers", 2nd Edition, pp.314~361.

(5) Rao, S. S., 1991, "Mechanical Vibration", 2nd Edition, pp.290~311

(6) Rao, J. S., 1983, "Rotor Dynamics", 2nd edition, pp.9~24.

(7) John M. Vance, 1987, "Rotordynamics of Turbomachinery", pp.57~115.

(8) Wilson, W. K., 1965, "Practical Solution of Torsional Vibration Problems", Vol. III.

(9) Kenneth G. McConnell, 1995, "Vibration Testing: Theory and Practice", pp.23~35.

(10) 김재실, 최현오, 1999. 12, "자동차전반 기어박스의 진동 및 소음방지", 한국공작기계학회지, 제8권 제6호, pp.119~125.