

# 고속 무선 통신을 위한 직렬 연접 시공간 LDPC 부호에 관한 연구

장 혜 경 , 이 문 호  
전북대학교 정보통신 공학과  
전화 : 063-270-2463

## Serially Concatenated Space-Time LDPC Codes for High Data Rate Wireless Communication

Jang Hye Kyung , Lee Moon Ho  
Dept. of Information & Communication Engineering Chonbuk University  
E-Mail : moonho@moak.chonbuk.ac.kr

### Abstract

For high data rate transmission over wireless fading channels, space-time trellis coding techniques can be employed to increase the information capacity of the communication system dramatically. In this paper, we consider the concatenated space time LDPC (Low Density Parity Check) codes. Extra coding gains in addition to the diversity advantage is shown to be achieved for certain space-time trellis codes transmitted over quasi-static fading channels.

### 1. 서론

차세대 이동통신 시스템에서는 정보 전송 속도 2M-150Mbps와 오류율은 음성  $10^{-3}$ 급, 데이터는  $10^{-6}$ 급, 영상은 10-9급으로 기대하고 있다. 이에 높은 채널 용량을 제공하는 MIMO(Multiple Input Multiple Output) 시스템에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. MIMO 시스템에서의 채널 용량 증대를 위한 부호화 기법인 시공간 부호는 다중 안테나와 채널 부호화 기술을 결합하여 무선 채널에서 데이터율(Data Rate)과 신뢰도(Reliability)의 혁신적인 개선을 얻을 수 있는 기술이다.

시공간 부호는 기존의 기술에 비해서 부가적인 대역 폭(Bandwidth)이 필요없이 부호화 이득을 얻을 수 있어, 채널 용량에 있어 큰 개선을 얻을 수 있다.

본 논문에서는 이러한 시공간 부호를 등용하여 대역 폭 효율적으로 고속전송이 가능하도록, LDPC 부호와 연접함으로써 기존의 시공간 부호의 낮은 BER 성능을 개선하는 방안을 제안한다. LDPC 부호는 1962년 Gallager에 의해 처음 제안된 패리티 검사 행렬의 원소들의 대부분이 0인 선형블록부호(linear block code)로서 채널용량에 근접할 정도로 매우 우수하다[1].

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 시공간 부호를 구성하는 부호와 시스템을 모델링하고 에러율의 상한값과 설계 기준에 대해 설명하고, 제 3장에서는 LDPC 부호화, 복호화 방법에 대해서 알아보고 제 4장에서는 LDPC 부호와 시공간 부호의 연접 부호 형태로 제안된 구조에 대해 설명한다. 제 5장에서는 제안된 구조의 성능을 여러 가지 변수에 따라 분석하고 기존의 시공간 부호와 비교하고 제 6장에서는 결론으로 끝을 맺는다.

### 2. 시공간 부호

#### 2.1.1 시공간 부호의 시스템 모델

그림 1는 시공간 부호의 시스템 모델을 보여준다. 먼저 기지국은 n개의 안테나를 가지고 있으며 이동국은

$m$ 개의 안테나를 가지고 있다고 가정한다. 각각의 시간 슬롯  $t$ 에서  $i$ 번째 안테나를 통해 전송되는 신호를  $c_i^t$ 라 하자.  $1 \leq i \leq n$ . 여기에서  $n$  개의 신호는 각각 다른 전송 안테나를 통해서 동시에 전송된다. 송신 신호는 주파수 비선택 Rayleigh 또는 Rician 페이딩에 의해 왜곡되며, 각 수신 안테나마다 Gaussian 잡음이 더해진다. 시간  $t$ 에서  $j$ 번째 안테나를 통해 수신된 기저대역 등가 신호(Lowpass equivalent signal)를  $d_j^t$ 로 표시하였고, 식 (1)로 표현한다[2][3].

$$d_j^t = \sum_{i=0}^n a_{i,j} c_i^t \sqrt{E_s} + \eta_j^t \quad (2.1)$$

위의 수식에서 시간  $t$ 에서의 잡음  $\eta_j^t$ 는 차원(dimension) 평균 0, 분산  $N_0/2$ 인 통계적으로 독립적인 복소 가우시안 랜덤 변수이다.(zero-mean complex Gaussian random variable). 계수  $a_{i,j}$ 는  $i$ 번째 송신 안테나와  $j$  번째 수신 안테나간의 무선 이동채널의 페이딩 경로 이득이다. 페이딩 경로 이득은 한 프레임 구간 동안 상수이고, 프레임 단위로 변한다고 가정한다.(quasistatic flat fading)[3].

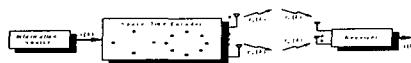


그림 3 시공간 부호의 시스템 모델

각 시간  $t$ 에서 부호기의 상태와 입력 비트들에 의해 천이가지가  $q^1, q^2, \dots, q^n$ 이라면 시간  $t$ 에서  $i$ 번째 전송 안테나에서 전송하는 성상도 심볼들은  $q^i$ , ( $i=1, 2, \dots, n$ )가 되며 이 모든 전송과정은 각 시간마다 동시에 이루어진다. 다음으로 복호화 방법에 대해 알아보자. 이상적인 채널 상태 정보 즉, 경로 이득(path gain)  $a_{i,j}$ , ( $i=1, 2, \dots, n$ ,  $j=1, 2, \dots, m$ )을 알고 있다고 가정하자.  $r_j^t$ 가 시간  $t$ 에서  $j$ 번째 안테나를 통해 수신된 신호 일 때,  $q^1, q^2, \dots, q^n$ 이라고 표시된 천이에 대한 가지 메트릭(branch metric)은 식 (2.2)과 같이 주어진다[3][4].

$$\sum_{i=1}^n |r_j^t - \sum_{i=1}^n a_{i,j} q^i|^2 \quad (2.2)$$

최소의 축적된 metric을 가진 트렐리스 경로를 계산하기 위해서 Viterbi 알고리즘이 이용된다.

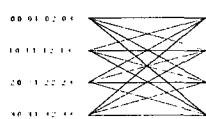


그림 2 2-시공간 부호

4PSK, 4 state, 2b/s/Hz

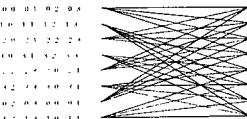


그림 3 2-시공간 부호

4PSK, 8 state, 2b/s/Hz

### 3. LDPC 부호

#### 3.1 LDPC 부호의 부호화 및 복호화

그림 4는 LDPC 부호 과정과 복호 과정을 나타낸다. 여기에서 주어진 2진 데이터 벡터  $u$ 는 길이  $k$ 이고 전송 벡터는 길이  $n$ 으로 선택할 수 있고, 이때 부호율은  $k/n$ 이 된다. 여기서  $m=n-k$ 가 패러티 검사 행렬이 된다. 전송되어지는 벡터  $t$ 는 생성 벡터  $G$ 의 전치 행렬과 소스 벡터의 곱으로 만들어진다. 즉  $t=G^T u \bmod 2$ 로 구할 수 있다.



그림4 LDPC 부호화와 복호화

LDPC 부호의 복호는 sum-product 알고리즘으로 이루어지며, 이는 채널로부터 얻는 우도(likelihood)를 이용할 수 있는 연관정 복호기이다. sum-product 알고리즘은 bipartite 그래프로 나타낼 수 있는데 두 방향의 노드인 검사노드(check node)와 비트노드(bit node)는 병렬식으로 계산을 수행한다. 그래프 상의 노드의 특성과 그래프 내부 연결의 구조는 패러티 검사 행렬상의 1의 위치와 개수에 의해 결정된다. LDPC 복호는 초기화, Check to Bit, Bit to Check, Check stop criterion으로 구성된다. 각 비트노드  $b_i$ 는 사전 확률  $p_i$ 로 초기화되고 이후 Check to Bit 단계에서, 각 검사노드  $x_i$ 는 모든 입력 정보  $Q_{i,j}$ 를 모으고 검사노드  $x_i$ 에 연결된 모든 다른 비트들에 기초하여 비트  $b_j$ 에서 신뢰를 갱신한다. Bit to Check 단계에서 각 비트노드  $b_i$ 는 그것에 연결된 검사노드로부터 확률정보  $R_{i,j}$ 를 모으고 APP(A Posteriori Probability)를 갱신한다. 마지막 stop Criterion에서는 각 비트의 APP를 경판정하고, 복호된 입력 벡터  $\hat{x}$ 를 패러티 검사 행렬과 검사한다. 만약  $H\hat{x}=0$ 라면 복호를 멈추고 최종 판단을 하고 그렇지 않다면 앞의 단계를 반복한다.

#### 4. 제안된 직렬 연접 LDPC/시공간 부호

페이딩 채널에서 대역폭 효율적인 기술로 시공간 부호의 송수신 다이버시티 외에 강력한 오류 정정 부호를 사용한다면 기존의 시공간 부호에 비해 상당한 부호이득을 얻을 수 있다. 최근 기존 시공간 부호의 낮은 부호이득을 보상하기 위해 강력한 오류 정정 능력을 보이는 터보 부호를 주로 이용하고 있다. 하지만 터보

부호는 높은 오류 정정 능력에도 불구하고 복호 복잡도가 높다는 단점을 가지고 있다. 이에 최근 터보 부호와 마찬가지로 Shannon의 채널용량에 근접하는 성능을 보이는 LDPC 부호를 이용하여 시공간 부호의 낮은 부호 이득을 보상하고자 한다.

#### 4.1 제안된 직렬 연접 시공간 LDPC 부호의 구조

제안된 구조는 직렬 연접 부호 형태로 시공간 부호를 내부 부호로, LDPC 부호를 외부 부호로 이용한다. 그림은 제안하고자 하는 직렬 연접 시공간 LDPC 부호기의 송·수신 구조이다. 그림에서 보는 바와 같이 일반적인 연접부호에서 사용되는 인터리버는 제안구조에서는 필요하지 않다. 이는 LDPC부호의 패러티 검사 행렬의 랜덤한 특성 때문으로, 부호화된 비트는 효율적으로 인터리빙 되는 효과를 가지게 된다.

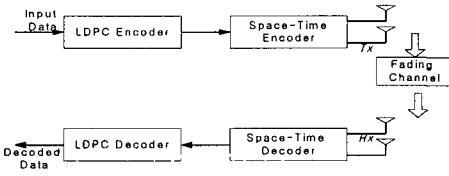


그림5 제안된 직렬 연접 시공간 LDPC 부호의 구조

MPSK 시공간 부호를 이용한 제안구조의 부호화 과정은 다음과 같다. LDPC 부호는 길이가  $\mu v$  (단,  $v$ 는 양수,  $\mu = \log_2 M$ )이고 정보 길이가  $k$ 인,  $(\mu v, k)$ -LDPC 부호이다. LDPC 부호는  $k$  bits의 이진 입력을 길이  $\mu v$  인 부호어  $b \in C$ 로 부호화한다. 이 값은 다음과 같은 매핑 과정을 거치게 된다.  
 $\phi(b_1, b_2, \dots, b_{\mu v}) = (s_1, s_2, \dots, s_v)$  (여기서,  $s_i = \phi(b_{\mu(i-1)+1}, b_{\mu(i-1)+2}, \dots, b_{\mu i}), i = [1, v]$ ) 이렇게 매핑 과정을 거친 신호는 이 출력값은 MPSK 시공간부호의 입력이 된다. MPSK 시공간부호에서는 이 입력값에 따라 부호화를 수행한 이후 두 개의 전송 안테나를 이용하여 페이딩채널을 통해 부호화된 심볼이 전송되어진다.

#### 4.2 제안된 직렬 연접 시공간 LDPC 부호의 복호 과정

내부 부호인 시공간 부호의 복호를 위해 연관정 비터비 복호기가 이용되고, 외부 부호인 LDPC 부호의 복호를 위해서는 Sum-product 알고리즘에 기반한 LDPC 복호기가 이용된다. 내부 부호인 연관정 Viterbi

복호기의 연관정 출력값은 외부 부호인 LDPC 부호의 복호기로 입력된다. LDPC 부호의 복호 과정은 Sum-product 과정에 의해 이루어지는데, 본 논문에서는 LDPC 복호기의 입력 값이 심볼 단위로 이루어지기 때문에 3.3.2절에서 설명한 복호 알고리즘에 약간의 변화가 필요하다. 본 논문에서는 [4]에서 제안된 Modified sum-product 알고리즘에 따라 복호 과정을 수행한다. Modified sum-product은 두 개의 부분으로 나누어질 수 있는데, 하나는 기존의 sum-product 알고리즘 부분이고, 다른 하나는 유사 LLR(pseudo LLR) 계산 부분이다. 두 부분은 반복 복호 과정처럼 서로 상보적으로 동작한다. sum-product 알고리즘의  $t$ 번째 반복 복호 과정에서 종료 결정 비트인  $\hat{x} = (\hat{x}_1^{(t)}, \hat{x}_2^{(t)}, \dots, \hat{x}_{\mu}^{(t)})$ 를 얻을 수 있다( 아래의 Modified sum-product 알고리즘의 단계 4에서 알 수 있다). 이  $\hat{x}$ 로부터 유사 LLR값을 식 (4.1)에 따라 얻을 수 있다.

$$\lambda_k^{(t)} := \ln \frac{W(y|\hat{u}_i)}{W(y|\hat{v}_i)} \quad (4.1)$$

$i \in [1, \mu v]$ 에서

$$\hat{u}_k = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{i-1}, 0, \hat{x}_{i+1}, \dots, \hat{x}_{\mu v}), \quad (4.2)$$

$$\hat{v}_k = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{i-1}, 0, \hat{x}_{i+1}, \dots, \hat{x}_{\mu v}). \quad (4.3)$$

벡터  $\hat{u}_k$ 와  $\hat{v}_k$ 는  $\hat{x}$ 를  $k$ 번째 입력비트 0,1에 따라  $\hat{x}_i$ 로 대체시킴으로 얻어진다. 유사 LLR  $\lambda_i$ 는 sum-product 알고리즘의  $t+1$  번째 라운드에 입력값이 된다. 유사 LLR 계산 과정과 기존의 sum-product 알고리즘 과정, 두 과정은 종료 조건(단계 5)에 만족될 때 까지 반복된다. 물론,  $\hat{x}$ 는 결정에 레버를 포함한다.  $\hat{x}$ 와  $\lambda_i$ 는 반복 복호 과정을 증가시켜 갈수록 더 정확한 값으로 수렴한다.

[ Modified sum-product 알고리즘 ]

##### ■ 단계 1

먼저 경판정 복호가 주어진 수신어  $r = (r_1, r_2, \dots, r_v)$ 에 대해 다음과 같이 이루어진다.

$$\hat{s} := \arg \min d^2(r, s') : s' \in S^v \quad (4.4)$$

여기서  $d^2(\cdot, \cdot)$ 는 자승 유클리디안거리함수이다. 심볼  $\hat{s}$ 에 해당하는 이진  $\mu v$ -tuple은  $\hat{x}^{(0)} = (\hat{x}_1^{(0)}, \hat{x}_2^{(0)}, \dots, \hat{x}_{\mu v}^{(0)})$  (여기서,  $\phi(\hat{x}^{(0)}) = \hat{s}$ )로 정의된다. 다시 말해  $\hat{x}^{(0)}$ 는 전송된 부호어의 첫 번째 추정치(estimate)이다.

##### ■ 단계 2 $\hat{v}_k = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{i-1}, 0, \hat{x}_{i+1}, \dots, \hat{x}_{\mu v})$ .

$t=0$ 으로 놓고, sum-product 알고리즘을 초기화 수행

##### ■ 단계 3

$k \in [1, \mu v]$ 에 대해, 다음을 계산한다.

$$\mathbf{u}_k^{(t)} := \mathcal{O}(\tilde{x}_1^{(t)}, \tilde{x}_2^{(t)}, \dots, \tilde{x}_{k-1}^{(t)}, 0, \tilde{x}_{k+1}^{(t)}, \dots, \tilde{x}_{\mu}^{(t)}) \quad (4.5)$$

$$\mathbf{v}_k^{(t)} := \mathcal{O}(\tilde{x}_1^{(t)}, \tilde{x}_2^{(t)}, \dots, \tilde{x}_{k-1}^{(t)}, 1, \tilde{x}_{k+1}^{(t)}, \dots, \tilde{x}_{\mu}^{(t)}) \quad (4.6)$$

벡터  $\mathbf{u}_k^{(t)} := (u_1, u_2, \dots, u_n), \mathbf{v}_k^{(t)} := (v_1, v_2, \dots, v_n)$  는  $n$  이  $\mu(n-1)+1 \leq k < \mu n$ 을 만족시키는 양수일 때  $n$  번째 심볼을 제외하고 동일하다. 그러므로,  $\lambda_k^{(t)}$ 는 식 (4.7)과 같이 쓸 수 있다.

$$\lambda_k^{(t)} := \frac{\exp(-d^2(r_n, u_n)/N_o)}{\exp(-d^2(r_n, v_n)/N_o)} \quad (4.7)$$

#### ■ 단계 4

$\lambda_k^{(t)} (k \in [1, \mu n])$ 에 기반하여 sum-product 알고리즘을 한 번 수행한다.

#### ■ 단계 5

$t = t+1$ 로 놓고, sum-product 알고리즘에서 얻은 종료 결정 비트를  $(\tilde{x}_1^{(t)}, \tilde{x}_2^{(t)}, \dots, \tilde{x}_{\mu}^{(t)})$ 로 놓고 정지조건을 만족시키면 끝내고 아니면, 단계3으로 돌아간다.

## 5. 성능 분석

### 5.1 실험 환경

모의 실험을 위해 채널은 준정적 레일라이 페이딩 채널을 가정하였다. 시공간 부호는 4PSK변조된 방식을 이용하였으며, 상태수는 8상태와 16상태, 송신 안테나 2개, 수신안테나는 1, 2, 4개로 실험하였다. LDPC 부호의 정보 블록의 크기는 512 비트로 하였으며 부호율은 1/2로 하였고, 최대 반복 복호수는 200으로 하였다.

### 5.2 제안된 구조의 성능 및 특성

제안된 구조의 성능 분석 결과 수신안테나 1개일 경우 7dB에서, 2개일 경우 4dB, 4개일 경우 2dB 정도의 Eb/N0에서 기존 시공간 부호에 비해 급격히 성능이 좋아질 수 있다. 이는 낮은 Eb/N0에서는 시공간 부호에 의한 다이버시티 이득만이 있으나, 높은 Eb/N0로 갈수록 LDPC 부호이득이 높아지기 때문임 고품질의 신뢰도를 요구하는 차세대 무선 이동통신 시스템에서 적합함을 알 수 있다. 그림 7은 4PSK, 16상태 시공간 부호와 LDPC 부호를 연접한 제안구조의 성능을 보여준다. 그림 6에 비해 그림 7이 시공간 부호의 상태수 증가에 의해 더 좋은 성능이 나타남을 알 수 있고, 수신안테나 수가 증가할수록 채널 용량이 증가하여 좋은 성능을 보임을 알 수 있다.

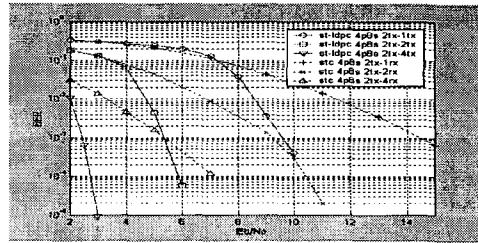


그림 8 제안된 구조의 성능결과 [ 4PSK, 8state]

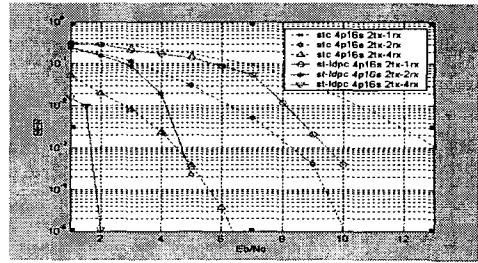


그림 9 제안된 구조의 성능결과 [ 4PSK, 16state]

## 6. 결론

본 논문에서는 기존의 시공간 부호와 LDPC 부호를 연접시킴으로, 시공간 부호의 단점으로 지적되는 낮은 BER 특성을 향상시켰다. 기존의 시공간 부호와의 연접부호에 비해 인터리버를 사용하지 않기 때문에 그에 따른 복잡도가 낮고, LDPC 부호의 반복 복호에 의해 성능을 향상시킬 수 있었다. 향후, LDPC 부호율 및 반복복호수 조절에 따라 최적의 성능을 갖는 부호를 찾는 연구가 필요하다.

### 참고 문헌

- [1] R.G. Gallager, "Low-density parity-check codes," *IRE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-8, pp21-28, Jan. 1962.
- [2] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-Time Codes for High Data Rate Wireless Communication : Performance Criterion and Code construction", *IEEE Trans. on Inform. Theory*, Vol. 44, No. 2, pp.744-765, March 1998
- [3] A.F. Naguib, N. Seshadri, and A.R. Calderbank, "Increasing data rate over wireless channels", *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 17, no. 3, pp.76-92, May 2000.
- [4] T. Wadayama, "A Coded Modulation Scheme Based on Low Density Parity Check Codes", *IEICE Trans. Fundamentals* Vol. E84-A, No. 10 OCTOBER 2001