

OFDM 시스템에서 PAPR 감소를 위한 Companding 기법

한주탁, 신요안
승실대학교 정보통신전자공학부

전화 : 02-817-1539 / 핸드폰 : 011-9105-5399

A Companding Scheme for PAPR Reduction in OFDM Systems

Ju-Tak Han, Yoan Shin
School of Electronic Engineering Soongsil University
E-mail : dynohan@amcs.ssu.ac.kr

본 논문은 정보통신부 ITRC 사업의 지원 결과임

Abstract

We propose in this paper a companding scheme for PAPR (Peak-to-Average Power Ratio) reduction in OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) systems. By exploiting statistical distribution of OFDM transmit signals, the proposed scheme effectively reduces the PAPR by compressing the peak signals, while maintaining the average power unchanged. Simulation results are provided to show good performance of the proposed scheme.

I. 서론

최근 들어 고속 멀티미디어 데이터 네트워크 및 디지털 방송의 무선 전송 방식으로써 다중 부반송파를 이용하는 OFDM 시스템이 큰 관심을 받고 있다[1]. OFDM 시스템은 PSK (Phase Shift Keying)나 QAM (Quadrature Amplitude Modulation)으로 변조된 신호들을 여러 개의 직교 부반송파를 이용해서 전송하는 방식으로써, 단일 반송파를 사용하는 시스템에 비해 페이딩 채널 환경에 강인한 점 및 변복조를 FFT(Fast Fourier Transform) 알고리즘을 이용하여 효율적으로 구현할 수 있다는 장점이 있다.

대부분의 무선 시스템은 적절한 전송 전력 출력율을 얻기 위하여 송신단에 고출력 증폭기를 사용한다. 이 때 최대 출력 효율을 내기 위해서는 고출력 증폭기가

포화 영역이나 그 근처에서 동작해야 하며, 이것은 비선형 왜곡을 발생시킨다[2]. 고출력 증폭기의 비선형 특성은 전송 신호의 크기 변화에 매우 민감하며, OFDM 전송 신호의 크기 변화는 매우 크기 때문에 큰 PAPR을 갖게 된다[2]. 이러한 OFDM 신호의 특성은 선형성이 우수한 고가의 고출력 증폭기를 요구한다. 또한, 큰 PAPR은 넓은 dynamic range를 갖는 ADC (Analog-to-Digital Converter)를 필요로 한다. 또한, 많은 수의 부반송파를 갖는 OFDM 전송 신호의 경우 가우시안 분포를 보이는데 이것은 큰 크기의 신호 발생 빈도가 매우 낮음을 나타내며[2], 따라서 ADC의 균일 양자화가 효과적이지 못하다는 것을 나타낸다.

OFDM 시스템에서 PAPR 감소를 위한 기법 중 하나인 clipping 기법은 구조가 간단하고 효과적이거나 부가적인 clipping 잡음은 시스템의 성능을 저하시키는 원인이 된다[3]. 한편 최근에 Wang *et al.*에 의해 [4]에서 제안된 companding (compression + expanding) 기법은 음성 신호 처리에 사용되는 companding을 OFDM 신호의 PAPR 감소에 응용한 방법으로써, clipping보다 좋은 성능을 보이나 송신단에서 compression 후에 신호의 평균 전력이 증가하고[5], 여전히 균일하지 못한 분포를 갖고 있다.

본 논문에서는 [4]에서 제안된 companding 기법의 단점을 보완한 새로운 companding 기법을 제안한다. 제안된 시스템은 매우 많은 수의 부반송파에서 가우시안 분포를 보이는 OFDM 전송 신호의 통계적 분포를 이용한다. 특히 제안된 압축 알고리즘은 가우시안 분포로 가정된 전송 신호의 분포를 평균 전력을 유지하면서 균일 분포를 갖도록 변환시킨다.

II. 기저대역 OFDM 시스템

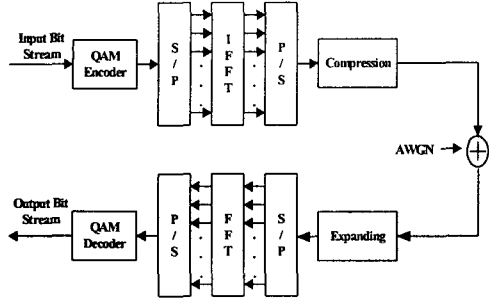


그림 1 : 제안된 companding을 사용하는 기저대역 OFDM 시스템의 구성.

그림 1은 부가성 백색 가우시안 (AWGN) 채널 환경에서 QAM 변조 방식 및 부반송파 변복조에 IFFT/FFT를 이용하고 companding과 expanding을 송신단과 수신단에 각각 적용하는 OFDM 기저대역 시스템의 블록도를 도시한다. OFDM 시스템의 송신단에서는 먼저 입력 비트들이 QAM 부호화기에 의해 L 비트씩 그룹을 형성하여 각 심벌 길이가 T_s (sec)인 N 개의 QAM 심벌 $X[l]$ ($l = 0, \dots, N-1$)로 변환된다. 여기서, M -ary QAM 변조 방식을 고려할 경우 $L = N \cdot \log_2 M$ 이다. 이 N 개의 QAM 심벌들은 주파수 간격이 $\Delta f \equiv 1/NT_s$ (Hz)인 N 개의 직교 부반송파 $\{e^{j2\pi f_l t}, \dots, e^{j2\pi f_{N-1} t}\}$ 에 의해 변조된 후, 직렬-병렬 변환기를 통해 직렬 신호로 변환되어 고출력 증폭기의 입력이 된다. 따라서, N 개 QAM 심벌 길이인 NT_s (sec) 동안 OFDM 변조된 신호 $x(t)$ 는 적절한 크기 변환을 거쳐 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

$$x(t) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} X[l] e^{j2\pi f_l t / NT_s} \quad (1)$$

여기서, $X[l]$ 는 l 번째 QAM 변조된 신호이고, f_l 는 l 번째 부반송파 주파수로서 $f_l \equiv l\Delta f = l/NT_s$ (Hz)이다. $x(t)$ 를 $t = nT_s$ ($n=0, \dots, N-1$) (sec) 간격으로 표본화한 이산 시스템에서 식 (1)은 식 (2)와 같이 다시 표현 될 수 있다.

$$x[n] \equiv x(nT_s) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} X[l] e^{j2\pi l \frac{n}{N}} \quad (2)$$

식 (2)는 QAM 변조된 N 개 심벌 $X[l]$ 의 IDFT (Inverse Discrete Fourier Transform) 결과를 병렬-직렬 변환한 것과 동일하며, 따라서 IFFT (Inverse Fast Fourier Transform)를 이용하여 효과적으로 디지털 방식을 구현할 수 있다. 시스템의 수신단에서는 송신단의 역과정의 수행하며, 특히 부반송파 복조를 N -point FFT로 구현한다.

IFFT 블록을 통과한 OFDM 신호의 진폭은 넓은 범위에 걸쳐서 변하기 때문에 신호의 PAPR은 커지게 된다. 큰 PAPR은 선형성이 우수한 고가의 고출력 증폭기를 요구하며 넓은 dynamic range를 갖는 ADC를 필요로 한다. 또한 다수의 부반송파를 갖는 OFDM 전송 신호는 가우시안 분포를 보이는데, 이것은 큰 크기의 신호 발생 빈도가 매우 낮음을 나타내며 ADC의 균일 양자화가 효과적이지 못하다는 것을 나타낸다. 따라서, OFDM 시스템에서 PAPR의 감소는 매우 중요하다.

III. 제안된 Companding 기법

본 논문에서는 실수 전송 신호를 갖는 DMT (Discrete Multi-Tone) 방식의 OFDM 시스템을 고려하였다[6]. 이러한 방식의 OFDM 시스템에서 IFFT 블록의 출력값이 실수가 되기 위해서 다음과 같은 관계식을 만족하여야 한다.

$$X[N-k] \equiv X^*[k], \quad k=1, \dots, N/2-1 \quad (3)$$

$$X[0] = X[N/2] = 0 \quad (4)$$

이제 먼저 Wang에 의해 제안된 μ -law companding 구조[4]를 살펴보도록 한다. 일반적으로 OFDM 시스템에서 companding은 표본화된 신호 각각에 적용되기 때문에 표기의 편의상 이산 신호 인덱스 n 을 생략하고 $x \equiv x[n]$ 등으로 표기한다. 이 때 [4]에서 제안된 μ -law companding 알고리즘의 출력값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y = \frac{A \operatorname{sgn}(x) \ln \left[1 + \mu \left| \frac{x}{A} \right| \right]}{\ln(1+\mu)} \quad (5)$$

여기서, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 은 signum 함수를 나타내고, A 는 정규화 상수로서 $0 \leq \left| \frac{x}{A} \right| < 1$ 이며, $\mu > 0$ 이다. 마찬가지로 수신단 내의 expanding 알고리즘의 출력값 x' 은 다음과 같다.

$$x' = \frac{A \exp \left\{ \frac{r}{A \operatorname{Sgn}(y)} \ln(1+\mu) \right\} - A}{\operatorname{Sgn}(y)\mu} \quad (6)$$

여기서, $r \equiv r[n]$ 은 수신단의 입력 신호를 나타낸다. 부반송파 수 N 이 매우 큰 값이라고 가정할 때 식 (5)은 다음과 같이 근사화 시킬 수 있다[5].

$$y \approx x \frac{\mu}{\ln(1+\mu)} \quad (7)$$

이것은 압축 후에 신호의 평균 전력값이 증가됨을 나타낸다. 그림 2는 [4]에서 제안된 companding 알고리즘 입력 및 출력 신호의 확률 밀도 함수 (Probability Density Function; pdf)를 나타낸다. 그림에서 OFDM 시스템은 512개의 부반송파 및 16-QAM 변조 방식을 사용하였다. OFDM 신호의 가우시안 분포를 쉽게 관찰할 수 있으며 companding 후에 여전히 균일한 분포를 보

이지 않음을 알 수 있다.

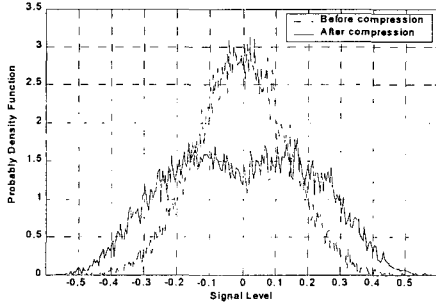


그림 2 : [4]에서 제안된 compression 알고리즘 입력 및 출력 신호의 pdf.

본 논문에서는 [4]에서 제안된 방식의 단점을 보완한 companding 기법을 제안한다. 제안된 기법에서는 많은 수의 부반송파를 이용하는 OFDM 신호가 가우시안 분포로 잘 모델링된다는 사실을 이용하여, OFDM 전송 신호의 분포를 원래 신호의 평균 전력을 유지하면서 균일 분포로 변환시킨다.

제안된 compression 알고리즘을 유도하는 과정은 다음과 같다. 우선 compression 함수 $C(\cdot)$ 의 입력 및 출력을 랜덤변수 X, Y 로 놓는다. 또한, 각 랜덤변수의 누적 분포 함수 (Cumulative Distribution Function; cdf)를 $F_X(y), F_Y(y)$ 로 표시하자. 이 때 랜덤변수 Y 는 $[-K, K]$ 구간에서 균일 분포를 갖기 때문에 cdf를 다음과 같이 정의 할수 있다.

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & x < -K \\ \frac{1}{2K}x + \frac{1}{2} & -K \leq x < K \\ 1 & x \geq K \end{cases} \quad (8)$$

랜덤변수의 변환 관계[7]에 의해, 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$y = C(x) = F_Y^{-1}\{F_X(x)\} \quad (9)$$

OFDM 신호에 대한 랜덤 변수 X 는 평균값이 0이고 분산(또는 평균전력)이 σ^2 인 가우시안 분포로 가정하기 때문에 랜덤 변수 X 의 cdf는 다음과 같다.

$$F_X(x) = 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad (10)$$

여기서, $\operatorname{erfc}(z) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^\infty e^{-t^2} dt$ 이다. 결국 식 (8) - (10)을 통해 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$y = C(x) = K \left\{ 1 - \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right\} \quad (11)$$

위 식에서 Y 의 분산은 $K^2/3$ 이고, 최대 전력은 K^2 이므로, 제안된 시스템의 PAPR은 다음과 같다.

$$10 \log_{10} \left(\frac{K^2}{K^2/3} \right) \approx 4.8 \text{ dB} \quad (12)$$

제안된 시스템의 PAPR 값은 K 와 무관하며, OFDM 시스템의 부반송파 수나 변조 방식과 상관없이 일정하다. 또한 $K = \sqrt{3}\sigma$ 일 때, compression 후에도 평균 전력이 원래의 신호와 동일하게 유지된다. 그림 3은 제안된 시스템의 compression 함수 $C(\cdot)$ 를 나타낸다. 여기서 편의상 OFDM 신호를 평균이 0이고 분산이 σ^2 인 가우시안 분포로부터 근사적으로 생성하였다. 또한 [4]에서 제안된 compression 함수도 비교를 위해 같이 도시하였다. 그림에서 보듯이 제안된 구조는 companding과 clipping이 효율적으로 결합되어 있음을 알 수 있다.

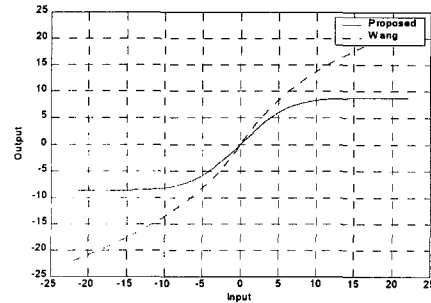


그림 3 : [4]에서 Wang et al.이 제안한 compression 및 본 논문에서 제안하는 compression 함수의 비교.

채널 잡음이 없는 이상적인 환경에서 수신단의 expanding 함수 $E(\cdot)$ 는 $C(\cdot)$ 의 역함수로 구할 수 있으며, 이를 통해 원래의 OFDM 전송 신호가 완벽하게 복원된다. 하지만, 과도한 채널 잡음에 의해 발생할 수 있는 계산상의 문제를 막기 위해, 제안 방식에서는 expanding 함수 입력값의 크기를 $S \cdot K$ 로 제한하였다. 단, 여기서 $S < 1$ 이며 $S \approx 1$ 이다. 따라서 제안된 expanding 함수의 출력 x' 는 다음과 같다.

$$x' = \begin{cases} \sqrt{2}\sigma \operatorname{erfc}^{-1}\left(1 - \frac{r}{K}\right), & r < S \cdot K \\ \sqrt{2}\sigma \operatorname{erfc}^{-1}(S \cdot \operatorname{sgn}(r)), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

IV. 모의실험 결과 및 결론

모의 실험을 통해 제안된 기법의 성능을 분석하였다. 이를 위해 식 (3), (4)의 관계식을 이용하는 DMT 방식의 OFDM 시스템을 사용하였다. OFDM 시스템은 512개의 부반송파를 사용하여 512-point IFFT/FFT를 수행하였으며, 변조 방식은 16-QAM을 사용하였다. 또한, 다중 경로 페이딩에 의한 영향을 고려하지 않은 AWGN 채널을 적용하였다.

그림 4는 제안된 compression 알고리즘 전후 신호의

pdf를 나타내며, 기대한 대로 compression 후 신호의 분포가 균일 분포로 변화하고 최대 신호 크기가 감소하였음을 알 수 있다. 그림 5는 식 (13)의 expanding 내에서 사용되는 S 값의 변화에 따른 비트오율 (Bit Error Rate; BER)의 변화를 나타낸다. 그림으로부터 본 연구와 같은 실험 환경에서 $S = 0.975$ 일 때 가장 좋은 성능을 나타낼 수 있다. 한편 그림 6은 ADC 내의 양자화 비트 수의 변화에 따른 BER의 변화를 나타낸다. 그림에서 보듯이 $k=9$ 비트 이상에서 성능 변화가 거의 없음을 알 수 있다. 그림 7은 제안된 시스템과 [4]에서 제안된 시스템의 BER 성능 비교를 나타낸다. 여기서 ADC는 9 비트 균일 양자화를 가정하였고 $S = 0.975$ 를 사용하였다. 그림으로부터 제안 기법의 BER 성능이 월등히 우수함을 알 수 있으며, PAPR 측면에서도 제안된 기법이 4.8 dB 인 것에 비해 [4]에서 제안된 기법의 PAPR은 7.8 dB이다. 결국, 제안된 companding 구조는 PAPR 감소에서 우수한 성능을 보이며, compression 후의 균일한 분포로 인해 양자화 과정에서도 성능이 향상됨을 알 수 있다.

참고 문헌

- [1] J. A. C. Gingham, "Multicarrier modulation for data transmission: An idea whose time has come," *IEEE Commun. Magazine*, vol. 28, pp. 5-14, May 1990.
- [2] M.-G. Di Benedetto and P. Mandarini, "An application of MMSE predistortion to OFDM systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 44, pp. 1417-1420, Nov. 1996.
- [3] D. Kim and G. L. Stuber, "Clipping noise mitigation for OFDM by decision-aided reconstruction," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 3, pp. 3-6, Jan. 1999.
- [4] X. Wang, T. T. Yjhung and C. S. Ng, "Reduction of peak-to-average power ratio of OFDM system using a companding technique," *IEEE Trans. Broadcast.*, vol. 45, pp. 303-307, Sep. 1999.
- [5] A. Mattsson, G. Mendenhall and T. Dittmer, "Comments on 'Reduction of peak-to-average power ratio of OFDM system using a companding technique'," *IEEE Trans. Broadcast.*, vol. 45, pp. 418-419, Dec. 1999.
- [6] A. Ruiz, J. M. Cioffi and S. Kasturia, "Discrete multiple tone modulation with coset coding for the spectrally shaped channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 40, pp. 1012-1029, June 1992.
- [7] P. Z. Peebles, Jr., *Probability, Random Variables, and Random Signal Principles*, Chapter 3, 3rd Ed., McGraw-Hill, 1993.

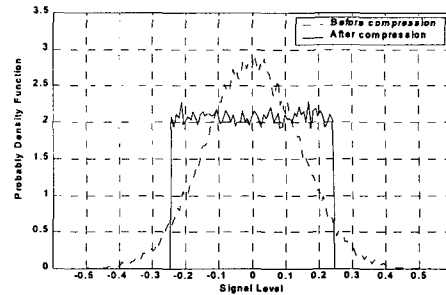


그림 4 : 제안된 compression 함수에 의한 pdf 변화.

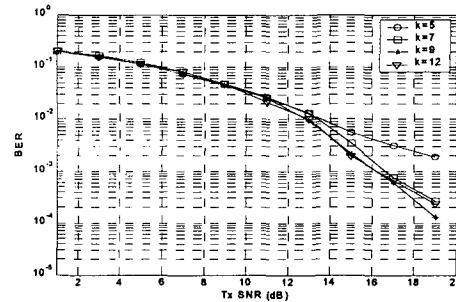


그림 5 : 양자화 비트 수에 따른 BER 비교.

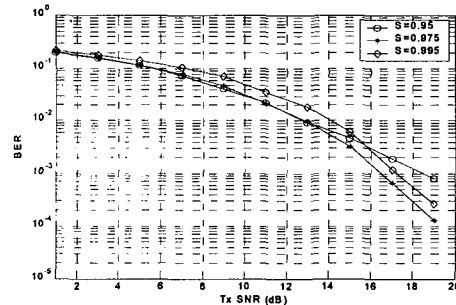


그림 6 : S 값의 변화에 따른 BER 비교.

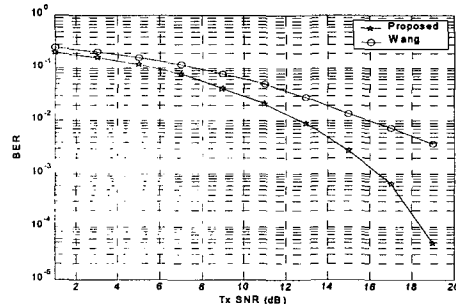


그림 7 : 제안된 기법 및 [4]에서 제안된 기법의 BER 성능 비교