

## 스플라인 곡면 모델링과 셸 유한요소와의 연동 가시화

### Visualization of Integration of Surface Geometric Modeling and Shell Finite Element Based on B-Spline Representation

조 맹 효\* 노 희 열\*\* 김 현 철\*\*  
Cho, Maenghyo Roh, Hee-Yuel Kim, Hyoncheol

#### ABSTRACT

In the present study, we visualize the linkage framework between geometric modeling and shell finite element based on B-spline representation. For the development of a consistent shell element, geometrically exact shell elements based on general curvilinear coordinates is provided. The NUBS(Non Uniform B-Spline) is used to generate the general free form shell surfaces. Employment of NUBS makes shell finite element handle the arbitrary geometry of the smooth shell surfaces. The proposed shell finite element model linked with NUBS surface representation provides efficiency for the integrated design and analysis of shell surface structures. The linkage framework can potentially provide efficient integrated approach to the shape topological design optimizations for shell structures.

#### 1. 서 론

셸은 자동차, 항공기, 선박 등 수송 시스템의 구조물에 광범위하게 적용되고 있다. 이러한 셸 구조물을 해석하기 위해 셸 유한요소는 지난 30여 년 간 활발히 개발되어 왔고 최근까지도 많은 연구가 이루어지고 있다. 셸은 곡률을 가지는 얇은 구조물로서 형상이 복잡하게 되면 해석적인 방법으로는 셸 문제를 접근하기가 까다롭다. 유한요소법은 다양한 기하학적 형상, 경계조건, 하중조건에 대해서 강력하게 적용할 수 있는 해석 도구이므로 셸 문제의 수치해석에 적합하다. 최근 20여 년간의 셸 요소 개발에 대한 연구는 locking을 방지하고 성능이 우수한 안정적인 선형/비선형 셸 요소를 개발하는데 초점이 맞추어져 왔다.

Ahmad<sup>(1)</sup> 등이 감절점 셸 요소(degenerated shell element)를 제안한 이래 일반 곡선 좌표계를 사용하는 어려움을 회피하고 직교 좌표계를 사용하여 셸을 해석하는 것이 가능해졌으므로 그 편이성 때문에 감절점 셸 요소의 개발이 그 주종을 이루고 있다. 그러나 감절점 셸 요소는 요소 내에서의 곡면의 기하학적인 형상을 근사를 통해 보간하므로 비록 많은 수의 요소를 사용하게 되면 그 해석에서 오차가 줄어들게 되나 실제 복잡한 형상의 셸을 효율적으로 해석하는데는 그 한계가 있다. 그러므로 정확한 기하학적인 형상을 고려한 셸 이론에 근거한 유한요소의 개발이 Simo<sup>(2),(3)</sup> 등에 의해 수행되었다.

한편 CAD 시스템에 사용되는 기하학적인 모델링(CAGD: Computer Aided Geometric Design)은 최근에는 NURBS(Non Uniform Rational B-Spline) 방법을 널리 채택되고 있다. 일반적으로 NURBS를 사용하면 곡면을 2개의 매개변수 영역에서 기술할 수 있다. 따라서 CAD 시스템에서 얻은 곡면 형상의 기하학적인 모델링

\* 정희원 · 서울대학교 기계항공공학부 부교수

\*\* 서울대학교 기계항공공학부 대학원

을 쉘 구조물의 유한요소해석과 직접 연결하기를 원한다면 쉘 유한요소 해석 처리순서 안에 NURBS 방법을 삽입하여 하나의 해석 프로그램을 만들면 효율적일 것이다. 일반 좌표계에 기초한 쉘 유한요소는 이러한 목적에 적합한 요소이다. 또한 모든 기하학적인 계산은 NURBS 방법을 통해 얻은 국지 접선 표면에서 이루어진다.

현재 통상적으로 적용되는 쉘 유한요소는, CAD의 기하학적인 모델링에서 얻은 쉘의 절점 자료가 유한요소 해석 프로그램의 입력자료로 전환된다. CAD 소프트웨어에서 수행된 기하학적 모델링의 결과를 입력자료로 받아 CAE 소프트웨어에서 구조해석을 수행하는 순차적인 방법은 단일한 기하학적 모델에 대해 한차례의 구조해석을 수행하기에는 별 문제가 없다. 그러나 이러한 구조는 종종 CAD 시스템과 유한요소 해석 모듈간의 상호 연동에 문제를 야기한다. 게다가 해석을 위한 쉘 표면을 나타내기 위해 사용된 보간 함수는 등매개변수 다항 함수이기 때문에 CAD의 기하학적인 모델링만큼 정확하지 못하다. 심지어 격자를 세분화할 때, 세분화된 격자점들은 CAD 시스템과 유한요소해석 시스템의 상호 연동에서 반복적으로 언어되어야 한다. 이러한 과정에서 CAD 시스템은 상호 연동을 위해 불필요한 작업을 계속적으로 반복한다. 또한 유한요소해석 시스템은 부정확한 쉘의 곡면을 나타내게 된다. 따라서 추출된 격자점들을 보간해서 쉘의 곡면을 근사화하는 것보다는 CAD 시스템에 의해 생성된 기하학적인 정보를 직접 이용하는 것이 더 효율적이며 정확하다.

현재 복잡한 쉘 곡면 형상을 나타내는 방법은 실제 곡면에서 추출된 점들로부터 곡면의 형상식을 NURBS 이용하여 나타내는 것이다. 이 기하학적 모델링은 일반적으로 CAD 시스템에서 사용되고 있는 방법이다. 이러한 형상은 감절점 요소에서 사용하는 등매개변수 보간법에서 도출되는 쉘 형상의 근사식에서는 기대할 수 없는 결과이다. 따라서 NURBS의 형상 표현과 연동하는 쉘 유한요소는 이러한 기하학적인 표현 관점에서 이점을 가진다.

본 연구에서는 쉘의 기하학적 모델링과 쉘의 유한요소 해석을 연동할 수 있는 프레임워크에 대해 기술하고 이 프레임워크를 이용한 곡면의 기하 모델링과 쉘 해석 결과를 가시화하고자 한다.

먼저, CAE부분에서는 일반 곡선 좌표계에 기초한 쉘 이론으로부터 도출되는 1차 전단 변형 쉘 유한요소를 사용한다. 일반 곡선 좌표계에서 기초한 쉘 유한요소는 2개의 매개변수로 일반 곡면을 표시하기 때문에 CAD에서 주어지는 곡면 표현식과 동일하여 직접 연동이 가능하다. 즉 곡면을 묘사하기 위해 동일한 표현식을 CAD와 CAE(Computer-Aided Engineering)에서 사용하게 된다. 그러므로 쉘의 구조 해석을 위해 곡면을 다시 근사하는 번거로움과 곡면의 재 근사에서 나타나는 기하 오차(geometric error)는 발생하지 않는다. 다음으로 본 연구에서는 효과적으로 쉘의 기하학적인 곡면 모델링과 쉘의 해석을 연동하기 위해 B-spline에 기초한 곡면 생성 프로그램을 구성하고 곡면 표현식을 이용하여 쉘의 구조 해석에 필요한 기하학적 정보를 추출한다.

한편, 쉘 곡면 형상 최적화는 실제적으로 공학 설계에서 중요한 문제이며 자동차, 항공기, 선박 등의 부품 구조 형상의 설계에 적용되고 있다. 따라서 최적설계의 문제와 같이 반복적인 기하학적 모델링과 그에 따른 해석이 필요한 경우에는 효율적인 CAD, CAE 연동 프로그램이 필요하다. 본 연구에서 제시하는 통합 해석, 설계 방법에 입각하면 효과적으로 최적 형상을 도출할 수 있을 것으로 기대된다.

## 2. 곡면의 기하학적 모델링과 구조해석의 프레임 워크

그림 1은 본 연구에서 구성되는 쉘 유한요소 해석 프로그램과 CAD 시스템의 연동 프레임워크를 나타낸다. 그림에서 보는 바와 같이 기하학적 모델링은 CAD 시스템에서 사용하는 NURBS 방법을 사용한다. 그리고 쉘 유한요소 해석 프로그램은 CAD 시스템과 동일한 매개변수를 사용하는 일반 좌표계에 기초한 쉘 유한

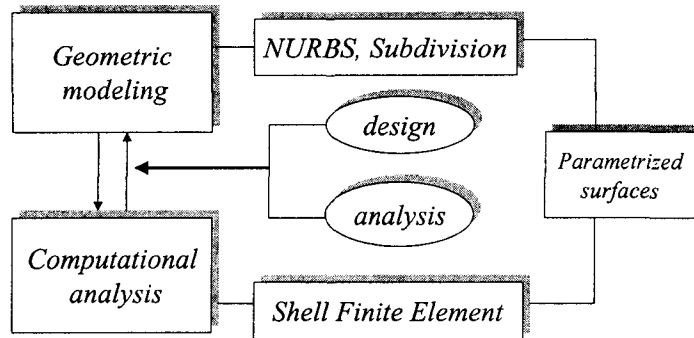


그림 1 기하학적 설계와 구조해석의 프레임 워크

요소를 사용한다. 구체적인 연구 방법은 다음의 각 부분에서 살펴본다.

### 2.1. 일반적인 쉘 이론과 유한요소화

본 연구에서는 고전 쉘이론에서 제안되었던 Koiter/Sanders<sup>(4)</sup>의 개념을 수정하여 1차 전단변형 이론에 적용하여 쉘이론을 정립하였다. 그림 2는 매개변수 면과 물리적인 쉘의 중앙면의 관계를 나타낸다. 쉘의 중앙면은 사상함수  $\vec{\phi}$ 에 의해 사상된다. 사상된 점과 세 개의 기저 벡터는 쉘 중앙면의 국지 곡면 좌표계를 구성한다.

본 연구에서는 쉘의 잠김 현상과 격자의 뒤틀림 문제를 효율적으로 다루기 위해 Hellinger-Reissner의 부분 혼합 변분법에 거품함수(bubble function)를 도입하여 쉘의 변형에 관한 유한 요소 모델을 정식화하였다. 거품함수의 도입 예는 솔리드 쉘 요소의 경우, 참고문헌<sup>(5)</sup>에 보여진다. 일반적으로 쉘의 두께가 얇아지면 멤브레인파 전단변형 잠김 현상이 나타난다. 이러한 잠김 현상을 해결하기 위해 가정된 변형률 방법이 사용되어왔다. 본 연구에서는 계산상의 효율을 높이기 위해 Hellinger-Reissner 변분법을 전체 변형률에 적용하지 않고 잠김 현상을 일으키는 멤브레인 부분과 전단 변형 부분에 적용한다. 또한 거품 함수를 도입하여 격자 뒤틀림에 민감하지 않게끔 한다. 일반적으로 거품 함수는 요소의 경계와 절점에서는 값을 갖지 않는다. 따라서 절점의 수를 증가하지 않으면서도 향상된 성능을 얻을 수 있다. 4절점 요소에 대해서는 거품함수가 9 절점 요소의 요소 중앙 절점의 형상 함수와 같다. 9절점 요소에 대해서는 가능한 거품함수가 3개 존재한다.

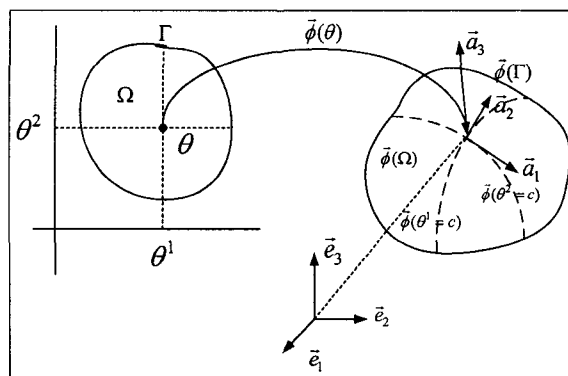


그림 2 쉘 중앙면의 정의

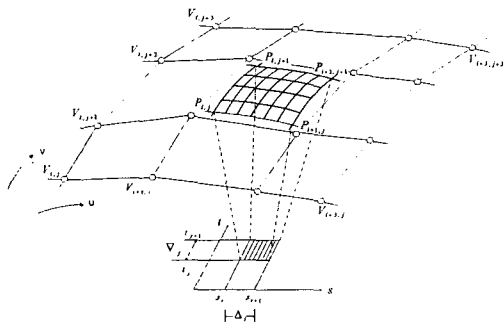


그림 3 쌍 3차 비균일 B-Spline 곡면의 기하학적 형상

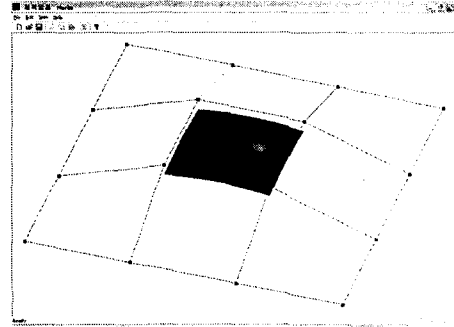


그림 4 쌍 3차 비균일 B-Spline 곡면의 구현

그중 좌표계의 불변성을 제공하는 대칭 거품함수만을 사용한다. 기하학적인 정확성과 거품함수의 도입으로 안정적이고 성능이 우수한 쉘 요소를 구성할 수 있었다. 본 연구에서 사용된 쉘 이론과 유한요소는 참고 문헌<sup>(6)</sup>에 상세히 기술되어 있다.

## 2.2. 기하학적 모델링

앞 절에서 기술된 쉘 유한요소와 CAD에서의 기하학적 곡면 모델링의 연동을 위해서는 NURBS 곡면 형상을 구성해야 한다. 본 절에서는 그 방법에 대해 간략히 설명한다. 자세한 내용은 참고 문헌에서 찾을 수 있다.<sup>(7),(8)</sup> B-spline 곡면은 B-spline 곡선의 확장된 개념으로 생각하면 쉽게 얻을 수 있다. 즉 B-spline 곡면은 B-spline 곡선의 텐서 곱으로 정의할 수 있다. 그림 3은 4개의 입력 자료 점으로부터 곡면을 만들기 위해 사용된 쌍 3차 비 균일 B-spline 형상 단위 patch를 보여준다. 그림에서 보듯이 knot 벡터는 주어지는 입력 자료 점들로부터 얻을 수 있다. 그림 4는 가시화 프로그램을 이용하여 나타낸 것으로 비주기적 B-spline 단위 patch 이다. 앞 절에서 언급한 쉘 유한요소는 2개의 매개변수로 나타내어지며, 또한 각각의 기저 벡터의 공변 미분을 필요로 한다. 따라서 이러한 요구 때문에 등매개변수를 보간해서 곡면을 나타내는 방법은 사용할 수 없다. 하지만 CAD 시스템에서 사용하는 NURBS 방법은 곡면의 모든 점에서 각 매개변수의 방향으로 접선 벡터를 구할 수 있을 뿐만 아니라 수직 벡터도 구할 수 있다. 따라서 CAD 시스템의 곡면 모델링을 이용하면 쉘 유한요소에서 필요로 하는 곡면 위의 접선 벡터, 수직 벡터, 공변 미분 값들은 자동

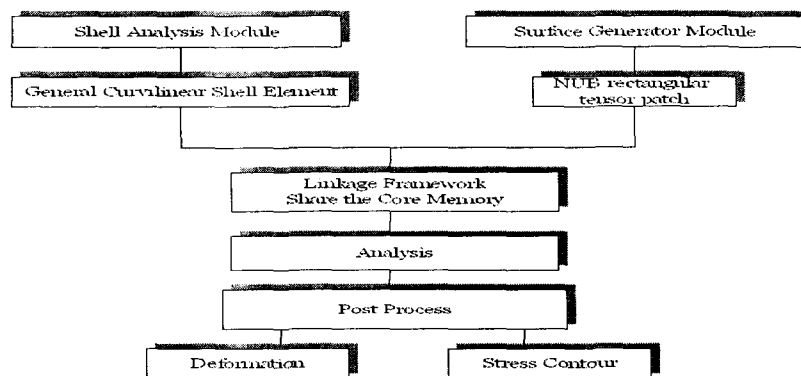


그림 5. B-Spline 곡면 생성기와 구조해석 연동 체계

으로 정확히 알 수 있다. 결국 쉘 유한 요소와 NURBS는 2개의 매개변수를 공유하면서 코어 메모리를 공유하여 쉘 유한 요소에 필요한 정보를 자동으로 입력자료의 변환 없이 서로 전달 할 수 있다. B-spline 곡면 생성기와 연동 해석 과정의 추진 체계를 그림으로 나타내면 그림 5와 같다.

### 3. 가시화 방법과 해석 결과

본 연구에서 개발한 가시화 프로그램에 대해 살펴보겠다. 먼저, 구조물의 해석을 원하는 사용자는 메뉴로부터 일정한 형식을 따르는 CAD 모델 데이터나 또는 실제 모델의 스캔 데이터를 입력 받는다. 이 데이터로부터 프로그램 내부에서 B-spline 곡면 함수를 이용하여 조정점(control points)을 계산하며, 또한 유한요소해석에 필요한 mesh를 생성한다. 그림 6과 7은 간단한 구조물의 경우에 대해 스캔 데이터로부터 본 프로그램을 이용해서 구한 조정점들을 렌더링된 모델과 와이어 프레임 모델의 곡면 위에 점들로 나타낸 그림들이다.

사용자는 조정점을 임의로 선택할 수 있으며, 선택한 조정점을 임의의 방향과 임의의 크기만큼 마우스로 또는 다른 입력 장치를 이용하여 이동시킬 수 있다. 조정점의 이동에 따라 조정점의 영향을 받는 구간만큼 모델의 곡면이 변형되는데, 이는 사용자가 초기 모델로부터 국지적으로 또는 전체적으로 임의 부분의 형상 변경을 수행한 후 변경된 모델의 해석 결과를 얻고자 할 때 매우 유용하게 사용될 수 있다. 그림 8과 9는 각각 사용자가 초기 모델을 임의로 일부분을 변형시킨 모델의 예이다.

이러한 기능은 매개변수를 이용한 형상 최적 설계나 형상 변화에 따른 파라미터 연구에 유용할 것이다. 이와 같이 사용자가 초기 모델을 부분적으로 변형하여 구조해석을 수행하고자 할 때 다시 별도의 전처리 과정 없이 곧바로 유한요소 해석을 수행할 수 있는 장점이 있다. 그림 10과 11은 국부적으로 변형된 형상에 집중 하중이 가해 질 때의 변형 후의 형상을 나타낸다. 그림 중앙에 있는 다이얼로그 상자는 힘이 가해질 때의 최대 변위를 나타낸다.

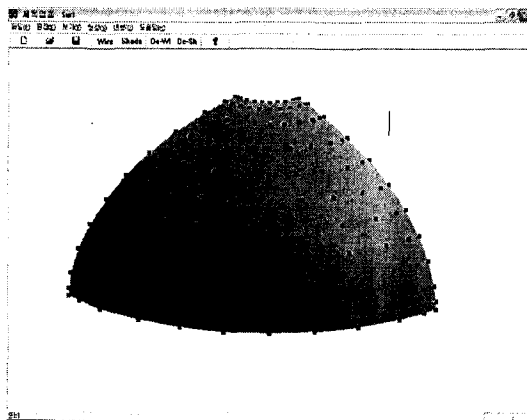


그림 6. 렌더링 된 초기모델

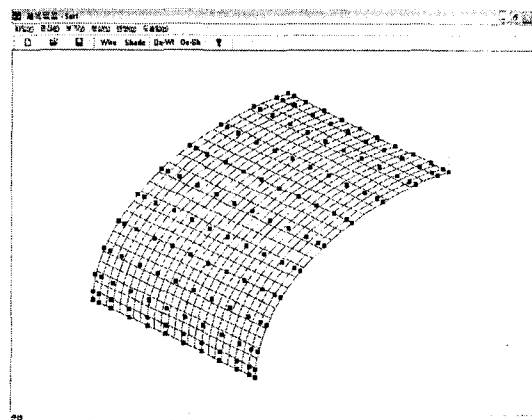


그림 7. 와이어 프레임 모델

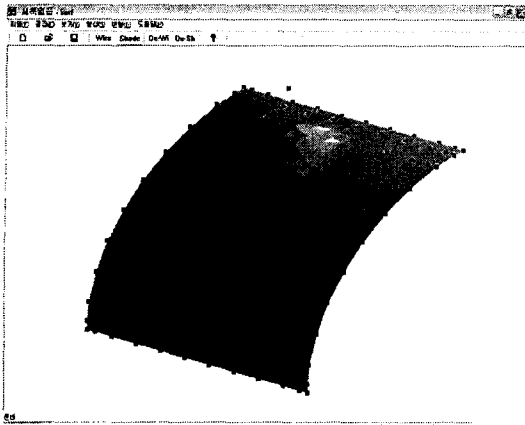


그림 8. 조정점 이동으로 변형된 초기모델

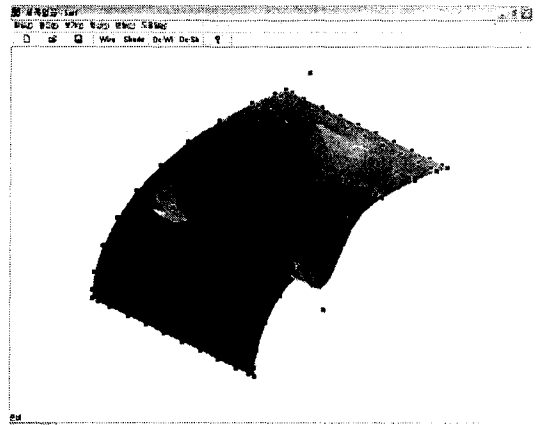


그림 9. 조정점 이동으로 변형된 초기 모델

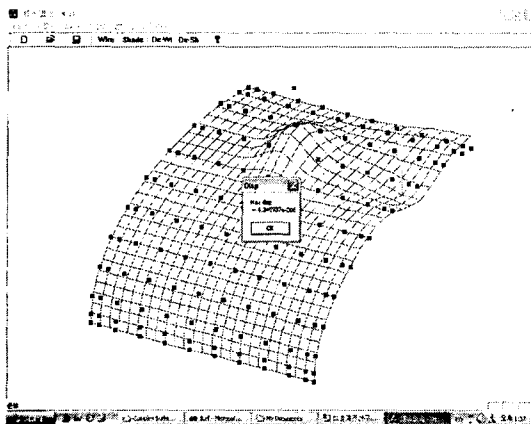


그림 10. 그림 8의 모델을 해석한 결과

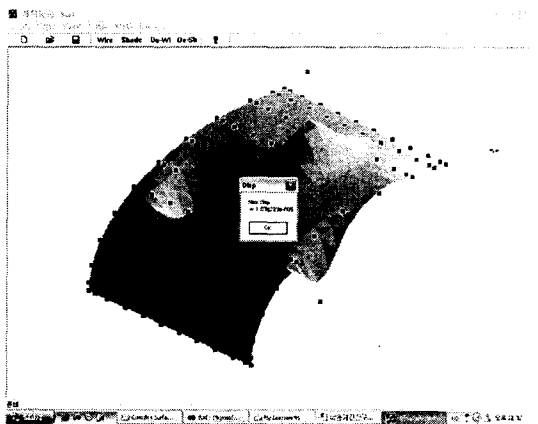


그림 11. 그림 9의 모델을 해석한 결과

#### 4. 결 론

본 연구에서는 쉘의 기하학적 모델링과 쉘의 유한요소 해석을 연동할 수 있는 프레임워크에 대해 기술하였고 간단한 자유곡면 모델에 대해 기하 모델링과 유한요소 해석의 연동을 가시화 하였다. CAE에서는 일반 곡선 좌표계에 기초한 쉘 이론에 근거한 1차 전단 변형 쉘 유한요소를 개발하였다. 개발된 쉘 유한요소는 2개의 매개변수로 일반 곡면을 표시하기 때문에 CAD에서 주어지는 곡면 표현식과 동일하여 직접 연동이 가능하여 곡면을 묘사하기 위해 동일한 표현식을 CAD와 CAE(Computer-Aided Engineering)에서 사용하게 된다. 그러므로 쉘의 구조 해석을 위해 곡면을 다시 근사하는 번거로움과 곡면의 재 근사에서 나타나는 기하 오차(geometric error)는 발생하지 않는다. 곡면 모델링에서는 B-spline에 기초한 곡면 생성 프로그램을 구성하였고 곡면 표현식을 이용하여 쉘의 구조 해석에 필요한 기하학적 정보를 추출하였다. 따라서 초기 모델을 변경한 후 쉘의 구조 해석을 수행할 때 기하학적 모델링을 다시 수행할 필요가 없다. 본 연구에서 제시하는

셸 해석 기법과 곡면 모델링의 연동법은 곡면 구조물의 통합 설계에 매우 효과적으로 적용될 수 있을 것으로 판단된다. 본 연구에서 제시하는 연동법을 적용한 셸 곡면의 형상과 위상 최적 설계에 관한 연구가 현재 진행중이다.

## 참고 문헌

1. Ahmad,S.,Iron,B.,and Zienkiewicz,O.,"Analysis of Thick and Thin Shell Structures by Curved Elements," *Int. J. for Numerical Method in Engineering*, Vol.2, 1970, pp.419-451
2. Simo,J.C.and Fox,D.D.,"On a Stress Resultant Geometrically Exact Shell Model. Part I: Formulation and Optimal Parameterization," *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.72, 1989, pp.267-304
3. Simo,J.C.,Fox,D.D.,and Rifai,S.,"On a Stress Resultant Geometrically Exact Shell Model. Part II: The Linear Theory ; Computational Aspects," *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.73, 1989, pp.53-92
4. Buidiansky.B,and Sanders,J.L. Jr. "On the best First-Order Linear Shell Theory", *Prog. Appl. Mech.* Vol 20, 1963, pp.129-140
5. Kemp,B.L.,Cho,C.M.,and Lee,S.M.,"A four-node solid shell element formulation with assumed strain,"*Int. J. for Numerical Method in Engineering*, Vol.43, 1998, pp.909-924
6. Cho,M.and Roh,H.Y.,"Development of Geometrically Exact New Shell Elements Based on General Curvilinear Coordinates," *Int. J. for Numerical Method in Engineering*, 2002, Accepted
7. Farin,G. *Curves and surfaces for computer aided geometric design: a practical guide*. New York: Academic Press, 1993.
8. DeBoor,C."On calculating with B-Splines," *Journal of Approximation Theory*, Vol.6, No.1, 1972,pp.50-62