

3차원 거동특성이 고려된 SMA 액츄에이터가 결합된 3차원 복합구조물의 형상 변형 해석

The Shape Deformations of Composite Shell Structures Integrated with SMA Actuators whose 3-D Behaviors are Considered

김 철* 이 성 환**
Kim, Cheol Lee, Sung-Hwan

ABSTRACT

The shape memory alloys (SMAs) are often used in smart materials and structures as the active components. Their ability to provide a high recovery force and a large displacement has been used in many applications. In this paper the radial displacement of an externally pressurized elliptic composite cylinder where SMA liner or strips actuators are bonded on its inner or outer surface is investigated numerically. The elliptic composite cylinders consisting of an inlet duct system with SMAs are designed and analyzed to determine the feasibility of such a system for the removal of stiffeners from an externally pressurized duct of an aircraft inlet. The deformations caused by prestrained SMAs placed on either surface of an elliptic composite cylinder are studied when activated. The externally pressurized elliptic composite cylinders with the SMA actuators were analyzed using the 3-D finite element method incorporated with 3-D SMA behaviors. The results show that the role of stiffeners may be switched by the activated light SMA actuators.

1. 서 론

최근 형상기억합금(Shape Memory Alloy, SMA), 압전재료 등 지능 재료를 이용하여 액츄에이터로 활용하려는 연구가 증가하고 있다. 형상기억합금은 상변태 온도 이상의 열을 가하면 최대 10%의 변형과 200MPa 이상의 큰 복원력이 발생된다. 일반 재료와는 달리 형상기억효과(shape memory effect)와 초탄성 효과(superelasticity effect)가 있다.⁽¹⁾ 형상기억효과란 형상기억합금을 A^{os} (austenite start temperature)이하의 온도에서 하중을 가한 후 제거하면 잔류 변형률(residual strain)이 발생되며, 온도를 증가시킴으로써 원래의 형상으로 회복된다. 초탄성 효과는 A^{of} (austenite finish temperature)이상의 온도에서 하중을 가한 후 제거하면 히스테리시스 곡선을 그리면서 잔류변형률이 모두 회복되는 특이한 현상이다. 최근에는 항공기 날개의 비틀림 튜브 액츄에이터, 우주용 안테나, 복합재의 형상제어 및 좌굴제어, 로터 블레이드 진동제어 등 복잡한 3차원 구조물에 적용하기 위한 연구가 진행되고 있다. 형상기억합금/복합재(graphite/epoxy)에서는 일축하중이 작용하더라도 실제로는 3차원 거동을 하게 되므로 3차원 구조물에 적용하기 위해 3차원 구성방정식을 수치기

* 정회원 · 경북대학교 기계공학부 조교수

** 경북대학교 기계공학과 석사과정

법으로 풀어야 한다. 1차원 실험에 근거하여 3차원으로 확장된 모델이 개발되면서 형상기억합금 구성방정식의 3차원 수치해석에 대한 연구들은 Lagoudas에 의해 수행되었다.⁽²⁾ Lagoudas는 Boyd와 Lagoudas⁽³⁾의 연구에 근거하여 통합된 3차원 열역학적 지배모델을 제시하였고, 유한요소법을 사용하여 형상기억합금/복합재 거동을 해석하였다. 그 후, Lagoudas는 동시 적분(same time-integration) 알고리즘에 근거한 유한요소법을 사용하여 형상기억합금 띠(strip)가 삽입된 스마트 복합재의 열기계적인 거동을 해석하였다.⁽⁴⁾ 최근에 Bo와 Lagoudas가 1999년에 미시역학에 근거하여 확장된 열기계적인 모델을 제안했다.⁽⁵⁾

본 연구에서는 통합된 열기계적인 모델을 사용하고, 형상기억합금 띠(strip)또는 층(layer)을 압축하여 타원형 실린더의 내·외부에 붙인 두가지 경우에 대하여 3차원 거동특성을 고려한 형상기억합금 프로그램이 결합된 UMAT과 상용 유한요소 프로그램인 ABAQUS를 사용하였다.

2. 3차원 형상기억합금 구성방정식

열탄성 응답(Thermoelastic response)이 선형이고, 변태-경화 거동(Transformation-hardening behavior)이 비선형이라고 가정하면 형상기억합금의 전체 깁스 자유에너지(Total Gibbs free energy)는 다음과 같다.

$$G(\sigma_{ij}, T, \xi, \varepsilon_{ij}^t) = -\frac{1}{2} \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} S_{ijkl} \sigma_{kl} - \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} [\alpha_{ij} (T - T_0) + \varepsilon_{ij}] + c [(T - T_0) - T \ln(\frac{T}{T_0})] - s_0 T + u_0 + f(\xi) \quad (1)$$

여기서 σ_{ij} , ε_{ij} , ξ , T 와 T_0 는 각각 코시 응력 텐서(Cauchy stress tensor), 변태 변형률 텐서(Transformation strain tensor), 마르텐사이트 부피비(Martensite volume fraction), 온도와 초기온도이다. 재료상수 S_{ijkl} , α_{ij} , ρ , c , s_0 와 u_0 는 각각 초기상태에서의 유효 컴플라이언스 텐서, 유효 열팽창 계수 텐서, 밀도, 유효 비열, 유효 비 엔트로피와 유효 비 내부 에너지이고, 경화함수(Hardening function)를 나타낸다. $f(\xi)$ 는 형상기억합금의 변태에서 유도되는 변형률의 경화(Transformation-induced strain hardening)를 나타낸다. 형상기억합금의 상변태를 해석하기 위해 상(phase)의 변화는 단지 마르텐사이트 부피비의 변화로만 가능하다고 가정한다.

$$\varepsilon_{ij}^t = \Lambda_{ij} \xi \quad (2)$$

여기서 Λ_{ij} 는 변태 변형률의 방향(Transformation strain direction)을 정의하는 변태 텐서로 다음과 같은 형태라고 가정한다.

$$\Lambda_{ij} = \begin{cases} \frac{3}{2} H \frac{\sigma_{ij}'}{\bar{\sigma}}, & \xi > 0 \\ H \frac{\varepsilon_{ij}^t}{\bar{\varepsilon}^t}, & \xi < 0 \end{cases}, \quad \bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma_{ij}' \sigma_{ij}'}, \quad \sigma_{ij}' = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}, \quad \bar{\varepsilon}^t = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^t \varepsilon_{ij}^t} \quad (3)$$

여기서, σ 는 유효응력(effective stress), σ_{ij}' 은 편차응력(deviatoric stress), ϵ' 는 유효변형률(effective strain), H 는 인장과 압축의 비대칭을 나타내는데 사용되는 재료 매개변수이다. 식 (3)에서 전체 소산율(total dissipation rate)은 다음과 같다.

$$(\sigma_{ij} \Lambda_{ij} - \rho \frac{\partial G}{\partial \xi}) \dot{\xi} = \pi \dot{\xi} \geq 0 \quad (4)$$

여기서 π 는 ξ 에 대한 열역학적 힘(thermodynamic force)으로 식 (1)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \pi = & \sigma_{ij} \Lambda_{ij} + \frac{1}{2} \sigma_{ij} \Delta S_{ijkl} \sigma_{kl} + \Delta \alpha_{ij} \sigma_{ij} \Delta T + \rho \Delta c [\Delta T - T \ln(\frac{T}{T_0})] \\ & + \rho \Delta s_0 T - \frac{\partial f}{\partial \xi} - \rho \Delta u_0 \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)에서 Δ 항들은 마르텐사이트와 오스테나이트상 사이의 차로 정의되며 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta S_{ijkl} = & S_{ijkl}^M - S_{ijkl}^A, & \Delta C_{ijkl} = & C_{ijkl}^M - C_{ijkl}^A \\ \Delta \alpha_{ij} = & \alpha_{ij}^M - \alpha_{ij}^A, & \Delta c = & c^M - c^A \\ \Delta s_0 = & s_0^M - s_0^A, & \Delta u_0 = & u_0^M - u_0^A \end{aligned} \quad (6)$$

변태 함수(transformation function)는 열역학적 힘, π 의 항으로 정의되며 다음과 같다.

$$\Phi = \begin{cases} \pi - Y^*, & \dot{\xi} > 0 \\ -\pi - Y^*, & \dot{\xi} < 0 \end{cases} \quad (7)$$

여기서 Y^* 는 상변태에 의한 내부 소산(internal dissipation)을 측정된 값이다.

최대 소성 소산 법칙(maximum plastic dissipation principle)과 유사한 최대 변태 소산 법칙(maximum transformation dissipation principle)으로부터 유도된 마르텐사이트 채적비에 대한 구속은 Kuhn-Tucker 부등식의 항으로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{\xi} \geq 0, & \quad \Phi(\sigma_{ij}, T, \xi) \leq 0, & \quad \Phi \dot{\xi} = 0 \\ \dot{\xi} \leq 0, & \quad \Phi(\sigma_{ij}, T, \xi) \leq 0, & \quad \Phi \dot{\xi} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $\Phi(\sigma_{ij}, T, \xi)$ 는 탄성 영역을 정의하는 변태 함수를 의미한다. $\Phi(\sigma_{ij}, T, \xi)$ 에 대한 구속조건을 변태 조건(transformation condition)이라 부른다. 식 (8)에서 $\Phi < 0$ 이고, $\dot{\xi} = 0$ 이면 탄성응답(elastic response)이고, $\Phi = 0$ 이고 $\dot{\xi} > 0$ 이면 오스테나이트에서 마르텐사이트로의 변태이며, $\Phi = 0$ 이고 $\dot{\xi} < 0$ 이

면 마르텐사이트에서 오스테나이트로의 변태를 말한다.

3. 형상기억합금/복합재 타원형 실린더의 해석 모델

항공기의 공기 흡입 덕트를 실물과 유사한 타원형 실린더 형태로 모형화하고, 형상기억합금 띠를 외부에 붙인 경우와 형상기억합금 층을 내부에 붙인 경우 두가지 모델을 선택하였다. 각 모델의 형상은 Figs. 1, 2와 같고, 타원형 실린더의 장축(major axis)을 중심으로 아래쪽 반을 고정하였다. 외압을 0.45MPa, 각 모델을 125℃까지 상승시키면 형상기억합금이 작동(activated)하여 인장되고, 복원력이 발생하게 된다. 형상기억합금의 인장과 압축에 있어서 서로 비대칭이나 해석 모델에서는 인장과 압축이 서로 대칭이라 가정하고, 형상기억합금의 복원력을 최대로 하기위해 5%의 압축을 준 상태에서 복합재 타원형 실린더에 붙이도록 한다. 타원형 복합재는 총 6층으로 이루어져 있으며, 적층순서가 $[45/90/-45]_s$, $[90/\pm 45]_s$, $[\pm 45/90]_s$ 경우에 대해 각각 비교해석하였다. 형상기억합금은 3차원 비적합 8절점 요소(C3D8I)를 사용하였고, 타원형 복합재 실린더는 4절점 쉘요소(S4R)를 사용하였다. 총 요소수는 형상기억합금 띠와 층이 부착된 모델 각각 2,560개, 4,800개이다. 해석 모델의 치수는 아래와 같고, 형상기억합금 띠와 타원형 복합재(graphite/epoxy) 실린더의 재료상수는 Table 1, 2에 있다.

Cylinder length (L) = 318 mm, Cylinder thickness (H) = 0.75 mm,
SMA strip thickness (t) = 10 mm, SMA strip width (w) = 20 mm,
Length of Major radius = 127 mm, Length of minor radius = 88.7 mm,
Strip interval (λ) = 94 mm, 154 mm, 174 mm

4. 수치 해석 결과

4.1 실린더 외부에 형상기억합금 띠를 붙인 경우

Figs. 3, 4, 5는 타원형 복합재 실린더의 외부에 형상기억합금 띠가 부착되어 있고, 형상기억합금 띠의 간격(λ)은 94mm로 일정하며, 복합재 실린더의 적층순서에 따른 형상기억합금 띠의 작동 전과 후의 반경 방향 변위(radial displacements)를 나타내고 있다. 해석된 모델의 반경 방향의 변위는 형상기억합금 띠(Fig. 1에서 점a-점b)와 복합재 실린더 중간 지점(점c-점d)에서 $\theta=0\sim\pi/2$ 까지 타원형 실린더의 1/4에 대한 결과 값이다. Table 3에 형상기억합금 작동 시 적층 순서에 따른 Tsai-Wu 값과 Von-Mises 값이 정리되어 있다. 적층 순서가 $[90/\pm 45]_s$ 인 경우 파손이 일어났고, 적층 순서가 $[\pm 45/90]_s$ 인 경우가 다른 경우 보다 Tsai-Wu 값이 낮다. 즉, $[\pm 45/90]_s$ 인 경우가 파손 위험이 적고, 반경 방향의 변위 회복에 좋은 결과를 보였다.

Figs. 6, 7은 형상기억합금 띠의 간격이 174mm이고, 적층각이 $[\pm 45/90]_s$ 인 경우에 형상기억합금 띠와 띠 사이의 복합재 실린더 중앙부에서 반경 방향의 변위를 나타내고 있다. Figs. 8, 9은 λ 를 변화시키면서 해석한 결과 중 파손이 발생하지 않고 반경 방향의 변위 회복에 가장 좋은 성능을 보인 $\lambda=154$ mm일 때의 결과 값이다.

4.2 실린더 내부에 형상기억합금 층을 붙인 경우

형상기억합금 띠를 복합재 실린더의 외부에 붙이는 경우보다 실린더 내부에 형상기억합금 층을 붙일 경우

형상기억합금이 작동되었을 때 복합재의 내부 표면에 굴곡이 발생하지 않으므로 공기 흡입 덕트 내의 공기 유동흐름이 안정되고, 부착된 형상기억합금이 떨어져 분리될 염려가 없다. Fig. 10는 복합재 실린더는 총 4층, 적층각은 $[45/90]_s$ 이며, $\theta = \pi/2$ 에서 형상기억합금 층의 두께 변화에 따른 반경방향의 변위를 나타내고 있다. 형상기억합금의 두께가 4mm일 때 외압에 의해 변형된 형상이 100%회복되었다. Figs. 11, 12는 형상기억합금 층의 두께가 3.8mm와 4.0mm인 형상기억합금/복합재 실린더의 중앙부에서 $\theta = \pi/2$ 인 위치(Fig. 2에서 점f)의 반경 방향의 변위를 나타내고 있고, Figs 13, 14는 4.0mm인 형상기억합금 층의 작동 전·후의 복합재의 Tsai-Wu 값의 분포이다. 형상기억합금 띠를 사용하는 것보다 층을 사용하는 것이 다른 경우에 비해 형상 회복 성능이 더 좋은 결과를 나타낸다.

5. 결론

본 논문에서는 형상기억합금/복합재의 3차원 거동특성을 고려한 3차원 형상기억합금 프로그램이 결합된 UMAT과 상용 유한요소 프로그램인 ABAQUS를 사용하여 해석을 수행하였다. 높은 외압(0.45MPa)을 받고 있는 타원형 복합재 실린더 내·외부에 형상기억합금 띠 또는 층의 붙여 온도를 증가시킴으로써 반경방향의 수축과 후프응력을 감소시켰다. 적층순서, 적층각, 형상기억합금 띠의 간격, 형상기억합금 층의 두께를 변화시키면서 해석한 결과 적층각이 $[\pm 45/90]_s$, 형상기억합금 층의 두께가 4mm일 때 반경방향의 변위를 100%회복하는 좋은 성능을 보였다. 형상기억합금 띠를 외부에 부착하는 것보다 형상기억합금 층을 내부에 붙이는 경우가 더 좋은 성능을 보였다. 또한 형상기억합금 층을 내부에 붙이는 경우에는 복합재가 4개의 층만으로도 파손이 일어나지 않았다.

이 결과로부터 형상기억합금 액츄에이터를 이용하여 기존의 항공기 보강재를 대체 할 수 있을 것이다. 이렇게 하면 기존의 보강재 공간을 활용할 수 있고, 보강재를 대체함으로써 무게 절감 효과를 얻을 수 있다. 적층각이나 형상기억합금의 두께가 최적화된다면 보다 더 좋은 결과값을 얻을 수 있을 것이다.

참고 문헌

1. S. Miyazaki, "Effect of cyclic deformation on the pseudoelasticity characteristics of Ti-Ni alloys," *Metallurgical Transactions*, Vol.42, 1997, pp.115~120
2. D. C. Lagoudas, J. G. Boyd and Z. Bo, "Micromechanics of active composites with sma fibers," *ASME Journal of Material Science and Technology*, Vol.116, 1994, pp.337~347
3. J. G. Boyd and D. C. Lagoudas, "A thermodynamic constitutive model for the shape memory materials, Part I: the monolithic shape memory alloys," *International Journal of Plasticity*, Vol.12, 1996, pp.805~842
4. D. C. Lagoudas, "Modelling of the thermomechanical response of active laminates with sma strips using the layerwise finite element method," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol.8, 1997, pp.476~488
5. Z. Bo and D. C. Lagoudas, "Thermomechanical modelling of polycrystalline smas under cyclic loading, Part I : theoretical derivations," *International Journal of Engineering Science*, Vol.37, 1999, pp.1809-1140

Table 1. Material properties of graphite/epoxy

Constants		Values
E_1	(GPa)	155.0
E_2	(GPa)	12.10
ν_{12}		0.248
$G_{12} = G_{13}$	(GPa)	4.40
G_{23}	(GPa)	3.20
α_1	(/°C)	-1.8×10^{-7}
$\alpha_2 = \alpha_3$	(/°C)	2.43×10^{-5}

Table 3. Strength of composites and SMA

Tsai-Wu, Von-Mises (MPa)	Inactivated		Activated	
	Top	In	Top	In
$[\pm 45/90]_s$	0.590	0.488	0.498	0.603
$[45/90/-45]_s$	0.629	0.506	0.550	0.646
$[90/\pm 45]_s$	1.180	0.820	1.080	0.676
SMA	125		284	

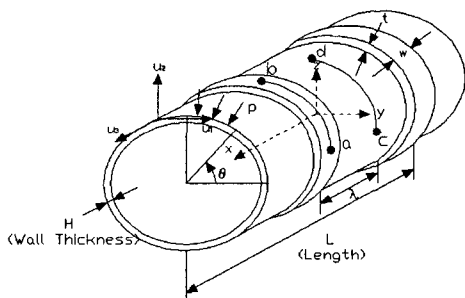


Fig. 1. Geometry of a composite cylinder with SMA strips

Table 2. SMA material properties

Constants		Values
E^A	(Pa)	70.0×10^9
E^M	(Pa)	30.0×10^9
$\nu^A = \nu^M$		0.33
$\alpha^A = \alpha^M$	(/°C)	22.0×10^{-6}
ρ	(kg/m ³)	6,450
H^t		0.05
$\rho \Delta c$	(J/(m ³ K))	0.0
M^{of}	(°C)	-2
M^{os}	(°C)	18
A^{os}	(°C)	22
A^{of}	(°C)	42

- * E^A : Young's modulus for austenite
- E^M : Young's modulus for martensite
- $\nu^A = \nu^M$: Poisson's ratio assumed to be same for both phases
- α^A, α^M : Thermal expansion coefficient for austenite and martensite
- ρ : Density
- H^t : Maximum transformation strain
- $\rho \Delta c$: Heat capacity
- M^{of} : Martensitic finish temperature
- M^{os} : Martensitic start temperature
- A^{os} : Austenitic finish temperature
- A^{of} : Austenitic start temperature

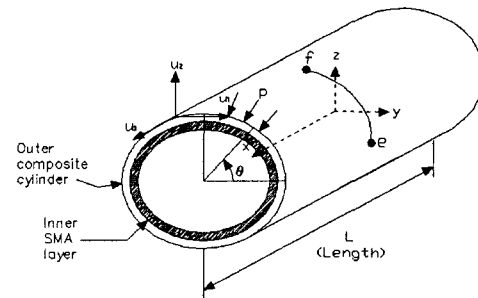


Fig. 2. Geometry of the composite cylinder with an internal SMA liner

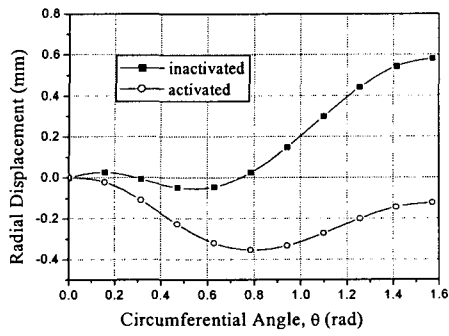


Fig. 3. Deformations of a composite cylinder before and after activation with $[\pm 45/90]_s$ and $\lambda = 94$ mm

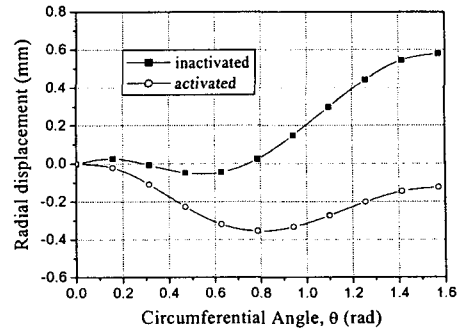


Fig. 4. Deformations of a composite cylinder before and after activation with $[45/90/45]_s$ and $\lambda = 94$ mm

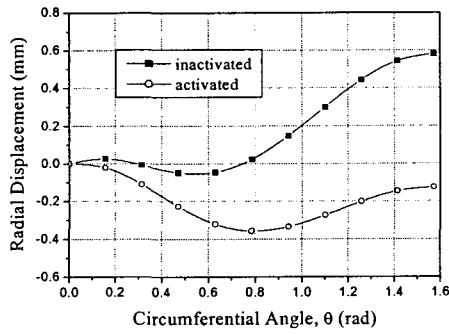


Fig. 5. Deformations of a composite cylinder before and after activation with $[90/\pm 45]_s$ and $\lambda = 94$ mm

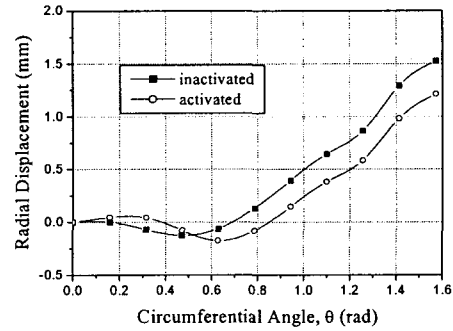


Fig. 6. Deformations between two strips on a composite cylinder before and after activation with $[\pm 45/90]_s$ and $\lambda = 174$ mm

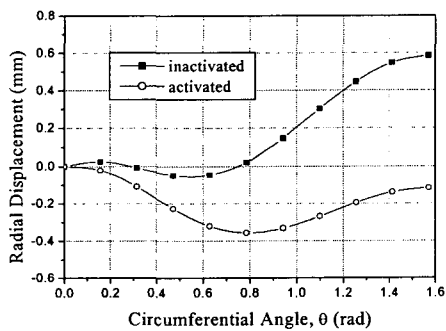


Fig. 7. Deformations on a composite cylinder under a strip upon heating with $[\pm 45/90]_s$ and $\lambda = 174$ mm

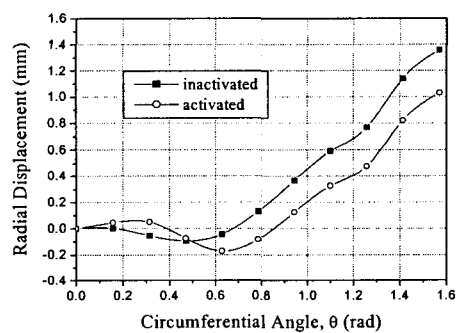


Fig. 8. Deformations between two strips on the composite cylinder before and after activation with $[\pm 45/90]_s$ and $\lambda = 154$ mm

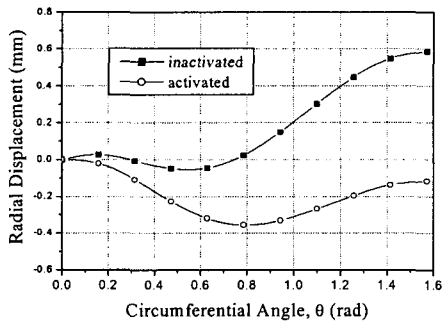


Fig. 9. Deformations on the composite cylinder under a strip before and after activation with $[\pm 45/90]_s$ and $\lambda = 154$ mm

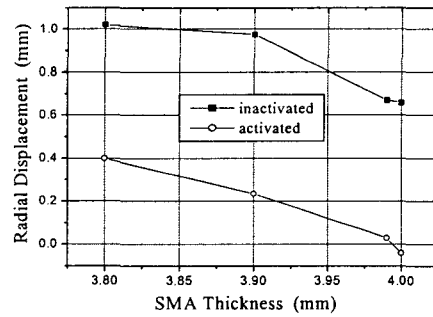


Fig. 10. Radial displacements at $\theta = \pi / 2$ of the SMA liner/composite elliptic cylinder with $[45/90]_s$ and various SMA thicknesses

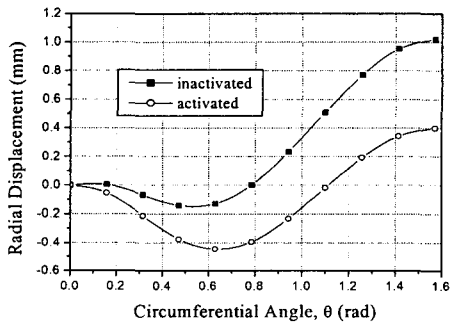


Fig. 11. Radial displacements along the circumference of the SMA liner/composite cylinder with $[45/90]_s$ and SMA thickness $\lambda = 3.8$ mm

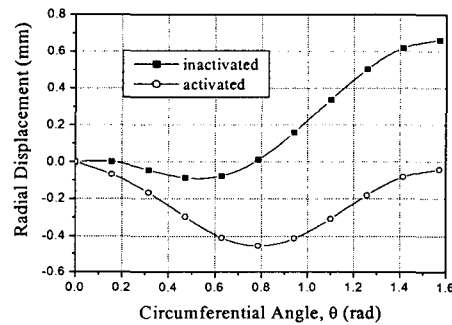


Fig. 12. Radial displacements along the circumference of the SMA liner/composite cylinder with $[45/90]_s$ and SMA thickness $\lambda = 4.0$ mm

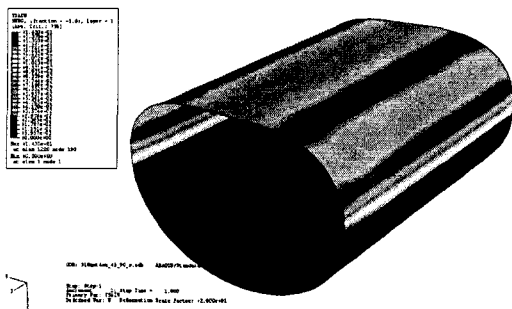


Fig. 13. The distribution of Tsai-Wu numbers on the composite cylinder with $[45/90]_s$ and SMA thickness = 4.0 mm before activation

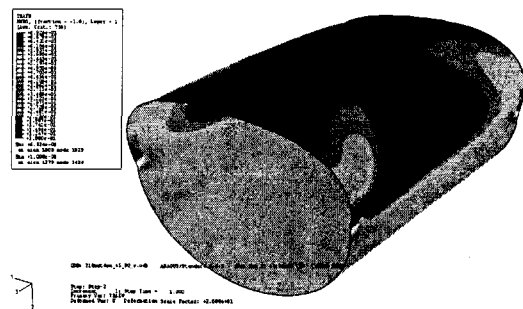


Fig. 14. The distribution of Tsai-Wu numbers on the composite cylinder with $[45/90]_s$ and SMA thickness = 4.0 mm after activation