

구조물 손상의 방향성 규명 : 이론 및 실험

Identification of the Directivity of Structural Damages : Theory and Experiment

조경근*
Cho, Kyoungkeun

이우식**
Lee, Usik

ABSTRACT

In this paper a new damage identification theory is developed in order to identify the locations, severities, and orientations of local damages, all together at a time, by using the frequency response functions measured from damaged plate. Finally, the effects of damage orientation on the vibration responses of a plate are numerically investigated, and the numerically simulated damage identification tests are conducted to verify the present damage identification theory.

1. 서론

구조손상의 존재는 진동응답 또는 고유진동수, 모드형상, 모드감쇠와 같은 모드 매개변수들의 변화를 가져온다. 그러므로 구조물의 동특성 변화는 구조물의 손상을 추적하고 탐지하는데 사용된다. 문헌에 따르면 구조손상 탐지 방법에는 유한요소모델 개선법¹⁾과 실험적 데이터에 기초한 방법²⁾⁻⁸⁾을 포함하여 많은 방법들이 있다. 그러나 유한요소모델 개선법은 자유도를 감소시키거나 측정 모드 매개변수를 늘려야 하는 단점을 가지고 있다. 따라서 다양한 실험적 데이터에 기초한 구조손상 검출기법이 유한요소모델 개선법의 대안으로 여러 문헌에 제안되었다. 실험적 데이터에 기초한 구조손상 검출기법은 구조손상을 추적, 탐지에 사용하는 실험데이터 즉 모드 데이터,²⁾ 주파수 응답함수,³⁾⁻⁴⁾ 변형 에너지,⁵⁾ 전달함수 매개변수,⁶⁾ 연성행렬,⁷⁾ 잔존력⁸⁾ 등에 따라 몇몇 그룹으로 분류된다. 그러나 대부분의 실험적 데이터에 기초한 구조손상 검출기법은 유한요소모델에 기초한 고유치 문제로부터 유도되었고 또한 1 차원 부재 즉 Beam, Frame, Truss 구조물만 적용하였다. 한편 지금까지 진동하는 손상 평판에 대한 연구는 많이 있었으나, 손상규명에 대한 연구는 거의 없었다. 문헌에 의하면 Cawley 와 Adams⁹⁾가 처음으로 고유진동수만을 이용하여 직사각 평판의 결함에 대하여 연구하였으며, Araujo dos Santos¹⁰⁾는 고유 진동수와 모드형상을 이용하여 층상조각을 갖는 직사각평판의 손상을 검출하였다. Khadem 과 Rezaee¹¹⁾는 손상의 위치와 정도를 구하기 위하여 고유진동수 변화량의 이용함에 있어 해석적 접근법을 소개하였으며, Lee 등¹²⁾은 손상 평판의 주파수 응답함수를 이용하여 많은 국부 손상의 위치와 크기를 규명할 수 있는 구조손상 검출기법을 개발하였다.

국부손상의 방향은 구조물의 균열전파 방향을 결정한다. 따라서 구조물의 잔여 수명과 파괴양상을 정확하게 예측하기 위하여 국부손상을 엄밀하게 탐지하고 정량화 함뿐 아니라 국부손상의 방향을 규명할 수 있는 새로운 구조손상 검출기법의 개발이 필요하다. 그러나 문헌에 있는 대부분의 실험적 데이터에 기초한 구조손상 검출기법은 단지 구조손상의 위치와 크기만을 규명했을 뿐이다. 따라서 본 논문에서는 구조손상 검출기법을 발전시켜 구조손상의 위치와 크기뿐만 아니라 구조손상의 방향까지 규명하는 새로운 구조손상 검출기법을 개발하였다. 일반적으로 재료의 파괴 단면은 작은 국부 손상이 연속적으로 서로 연결되어 형성된 면으로 생각할 수 있다. 따라서 평판의 두께 방향으로 균일하게 관통하여 형성된 국부손상을 등가 선관통 균열(line-through crack)로 생각할 수 있으므로 Lee 등¹³⁾은 선관통형 손상을 갖는 미소 체적의 거동을 손상의 방향과 크기의 함수인 직교 이방성 재료의 거동으로 표현하였다. 따라서 재료의 특성이 초기의 등방성에서 직교 이방성으로 변화하는 경우 선관통형 손상이 발생했음을 나타내는 징후로 볼 수 있다. 이러한 관점에 근거하여, 본 연구에서는 선관통형 손상을 갖는 평판의 운동 방정식을 유도한 후 국부손상의 위치와 크기 그리고 방향까지 동시에 규명할 수 있는 새로운 구조손상 검출기법을 제시하였다.

2. 실질적 직교 이방성 손상의 표현

* 인하대학교 기계공학과 석사과정

** 정회원 . 인하대학교 기계공학과 교수

길이와 폭이 각각 L_x, L_y 이고 두께가 h 인 얇은 평판을 생각한다. 손상이 없는 상태에서 평판의 재료는 등방성이고 강성계수는 E 이며 푸아송비는 ν 이다. 그림 1과 같이 길이가 $2l$ 인 선관통형 손상이 평판의 중앙(x_0, y_0)에 있고 손상의 방향은 기준 좌표 x 와 θ 의 각도를 이루는 손상좌표(crack coordination) 1-축의 방향으로 한다. 1997년에 Lee 등¹³⁾은 선관통형 손상을 갖는 미소체적의 실질적인 강성 Q_{ij}^D 을 식(1)로 유도하였다.

$$Q_{ij}^D = Q_{ij}(1 - e_{ij}D), \quad (i, j = 1, 2, 6; \text{no sum}) \quad (1)$$

여기서 Q_{ij} 는 평면응력을 받는 손상이 없는 평판의 축소된 강성이고¹²⁾, e_{ij} 는 실질적인 재료의 방향성 매개변수로 식(2)와 같다.

$$e_{11} = \frac{2\nu^2}{1-\nu^2}, \quad e_{22} = e_{12} = e_{21} = \frac{2\nu}{1-\nu^2}, \quad e_{16} = e_{26} = e_{61} = e_{62} = 0, \quad e_{66} = \frac{2\nu}{1+\nu} \quad (2)$$

식(1)에서 D 는 손상변수로서 다음식으로 정의된다¹²⁾.

$$D = \frac{\pi l^2 h}{4\bar{x}\bar{y}h} \quad (3)$$

여기서 $4\bar{x}\bar{y}h$ 는 하나의 선관통형 손상을 갖은 미소체적의 부피이고 $\pi l^2 h$ 는 선관통형 손상의 크기로 결정되는 실질적 손상영역의 부피이다. 식(1)의 강성 Q_{ij}^D 가 손상좌표(1,2)를 기준으로 정의되었기 때문에, 기준좌표 x, y 에 대한 유효강성은 다음식으로 구할 수 있다.

$$\bar{Q} = T(\theta)^T Q^D T(\theta) \quad (4)$$

여기서 행렬 T 는 좌표변환 행렬이며 θ 는 선관통형 손상이 기준좌표 x -축과 이루는 각도이다. 따라서 선관통형 손상을 갖은 미소체적의 실질적인 강성 \bar{Q}_{ij} 는 손상이 없는 등방성 재료의 강성 Q_{ij} 와 재료의 방향 매개변수 e_{ij} , 기준 좌표에 대한 손상의 방향 θ , 그리고 손상 변수 D 에 의해 결정된다.

3. 직교 이방성 손상을 갖는 평판의 동력학

3.1. 운동방정식

진폭이 작은 미세 진동을 하는 평판의 운동방정식은 식(5)과 같다¹²⁾.

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + f(x, y, t) = \rho A \ddot{w} \quad (5)$$

여기서 $w(x, y, t)$ 는 굽힘 변위이고 $f(x, y, t)$ 는 평판에 수직으로 작용하는 외력이며, ρA 는 단위 면적당 질량, (\cdot) 는 시간 t 에 대한 편미분을 나타낸다. M_x, M_y , 그리고 M_{xy} 는 식(6)로 정의되는 모멘트이다.

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{D}_{11} & \bar{D}_{12} & \bar{D}_{16} \\ & \bar{D}_{22} & \bar{D}_{26} \\ \text{symm} & & \bar{D}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

여기서 κ_j 는 곡률이고 \bar{D}_{ij} 의 정의는 식(7)과 같다.

$$\bar{D}_{ij} = \frac{h^3}{12} \bar{Q}_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (7)$$

그림 1과 같은 손상을 갖은 평판의 강성은 손상이 없는 영역(즉, 등방성 재질영역)과 손상이 있는 영역(즉, 이방성 재질 영역)으로 이루어져 있기 때문에 \bar{D}_{ij} 는 손상분포함수 $d(x, y)$ 를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\bar{D}_{ij}(x, y) = D_{ij} - \Delta D_{ij} d(x, y) \quad (8)$$

여기서 굽힘강성의 섭동량 ΔD_{ij} 는 손상으로 인해 감소한 굽힘 강성으로 식(9)과 같다.

$$\Delta D_{ij} = D_{ij} - D_{ij}^D \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (9)$$

식(9)를 식(6)에 대입하고 그 결과를 식(5)에 넣어 정리하면 식(10)과 같은 선관통형 손상을 갖은 평판의 운동

방정식이 유도된다.

$$D\nabla^4 w - \left(\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial x \partial y} \right) + \rho A \ddot{w} = f(x, y, t) \quad (10)$$

여기서

$$\begin{aligned} \phi_1 &= d(x, y) \left[\Delta D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \Delta D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\Delta D_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right], & \phi_2 &= d(x, y) \left[\Delta D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \Delta D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\Delta D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \\ \phi_3 &= d(x, y) \left[2\Delta D_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2\Delta D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 4\Delta D_{66} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ 이고, ∇^4 는 biharmonic 연산자다. 손상이 없는 평판의 경우 식(10)의 좌변에서 두 번째 괄호 항은 사라진다.

3.2. 동적응답

정규모드의 중첩에 의해 얻어지는 선관통형 손상을 가진 평판의 진동응답은 식(12)와 같다

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^M W_m(x, y) q_m(t) \quad (12)$$

여기서 $q_m(t)$ 는 모드 좌표이고 $W_m(x, y)$ 는 고유치 문제 식(13)와 직교성 식(14)을 만족시키는 손상이 없는 평판의 정규 모드다.

$$D\nabla^4 W_m = \rho A \Omega_m^2 W_m \quad (\text{no sum on } m) \quad (13)$$

$$\iint \rho A W_m W_n dx dy = \delta_{mn}, \quad \iint D W_m \nabla^4 W_n dx dy = \Omega_m^2 \delta_{mn} \quad (\text{no sum on } m) \quad (14)$$

식(12)를 식(10)에 대입 하고 식(14)에 적용하면 식(15)과 같은 모드좌표 방정식을 유도할 수 있다.

$$\ddot{\mathbf{q}} + \text{diag}[\Omega^2] \mathbf{q} - \boldsymbol{\lambda} \mathbf{q} = \mathbf{f}(t) \quad (15)$$

여기서 q 는 일반화된 모드좌표 벡터이고 f 는 모드 힘 벡터이다. $\text{diag}[\eta]$ 는 벡터성분 $\eta_i, i = 1, 2, \dots, M$ 로 이루어진 대각행렬을 지칭한다. 행렬 $\boldsymbol{\lambda}$ 는 손상의 영향을 나타내고 손상영향 행렬이라 부르며 다음식으로 주어진다.

$$\lambda_{mn} = \int_{y_D - \bar{y}}^{y_D + \bar{y}} \int_{x_D - \bar{x}}^{x_D + \bar{x}} \Phi_{mn}(x, y) \Delta d(x, y) dx dy \quad (16)$$

여기서

$$\begin{aligned} \Phi_{mn}(x, y) &= \left[\frac{\partial^2 W_m}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W_n}{\partial x^2}, \left(\frac{\partial^2 W_m}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W_n}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_n}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W_m}{\partial y^2} \right), 2 \left(\frac{\partial^2 W_m}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W_n}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 W_n}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W_m}{\partial x \partial y} \right), \right. \\ &\quad \left. \frac{\partial^2 W_m}{\partial y^2} \frac{\partial^2 W_n}{\partial y^2}, 2 \left(\frac{\partial^2 W_m}{\partial y^2} \frac{\partial^2 W_n}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 W_n}{\partial y^2} \frac{\partial^2 W_m}{\partial x \partial y} \right), 4 \frac{\partial^2 W_m}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 W_n}{\partial x \partial y} \right] \\ \Delta &= \{ \Delta D_{11}, \Delta D_{12}, \Delta D_{16}, \Delta D_{22}, \Delta D_{26}, \Delta D_{66} \}^T \end{aligned} \quad (17)$$

식(4),(7), 그리고 식(12)를 사용하여 식(9)를 표현하면 식(18)과 같다.

$$\Delta D_{ij} = Z_{ij}(\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{\Phi} \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (18)$$

여기서

$$\mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{h^3}{12} \mathbf{T}(\boldsymbol{\theta})^T \mathbf{E} \mathbf{T}(\boldsymbol{\theta}) \quad (19)$$

$$\mathbf{E}_{ij} = Q_{ij} \mathbf{e}_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 6; \text{no sum}) \quad (20)$$

식(18)을 이용하여 식(17)을 다음식과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta = D(P + H_c + H_s)D \quad (21)$$

여기서

$$\begin{aligned} P &= \left\{ \frac{1+\nu^2}{1-\nu^2} \quad \frac{2\nu}{1-\nu^2} \quad 0 \quad \frac{1+\nu^2}{1-\nu^2} \quad 0 \quad \frac{1-\nu}{2(1+\nu)} \right\}^T \\ H_c &= \{-\cos 2\theta \quad 0 \quad 0 \quad \cos 2\theta \quad 0 \quad 0\}^T \\ H_s &= \{0 \quad 0 \quad -\sin 2\theta \quad 0 \quad -\sin 2\theta \quad 0\}^T \end{aligned} \quad (22)$$

식(17)과 (21)를 식(16)에 대입하면 손상영향행렬 λ 는 식(23)과 같이 표현된다.

$$\lambda = (\alpha + \beta \cos 2\theta + \gamma \sin 2\theta)D \quad (23)$$

식(23)는 손상영향행렬 λ 가 손상이 없는 평판의 정규모드 W_m 손상의 방향 θ , 그리고 미소체적의 손상의 정도를 나타내는 손상의 크기 D 에 의해 결정됨을 보여준다. 한편 다수의 국부 손상을 가진 평판도 식(24)로 쉽게 일반화할 수 있다.

$$\lambda = \sum_{j=1}^N (\alpha_j + \beta_j \cos 2\theta_j + \gamma_j \sin 2\theta_j)D_j \quad (24)$$

여기서 D_j 는 손상각도 θ_j 를 갖는 j 번째 미소체적의 손상 크기다. j 번째 손상을 갖는 미소체적은 중앙점이 (x_{Dj}, y_{Dj}) 이고 x 방향과 y 방향의 크기가 각각 $2x_j, 2y_j$ 이다. 크기가 F_0 인 조화 절점력이 평판상의 한 점 $\mathbf{x}_F = (x_F, y_F)$ 에 작용하고 있는 경우, 식(15)를 모드 좌표 $q_m(t)$ 에 대하여 풀고 그 결과를 식(12)에 대입하여 측정점 $\mathbf{x}_M = (x, y)$ 에서의 진동 응답을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$w(\mathbf{x}_M, t) \cong \left[\sum_{m=1}^M \frac{W_m(\mathbf{x}_M)W_m(\mathbf{x}_F)}{\Omega_m^2 - \omega^2} + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \lambda_{mn} \frac{W_m(\mathbf{x}_M)}{\Omega_m^2 - \omega^2} \frac{W_n(\mathbf{x}_F)}{\Omega_n^2 - \omega^2} \right] F_0 e^{i\omega t} \quad (25)$$

4. 손상규명이론

4.1 손상규명이론의 공식화

일반적으로 구조물의 진동응답을 측정하는데 가속도계를 사용하는 것이 보다 쉽고 경제적이다. 또한 주파수 응답함수는 가속도계를 이용한 진동 시그널로부터 쉽게 구할 수 있다. 한편 주파수응답함수(FRF)의 정의는 여러 가지가 있는데 본 논문에서는 외력에 대한 가속도의 비로 정의되는 이너턴스(Inertance) FRF를 사용하였다. 손상 평판으로부터 측정된 이너턴스 FRF는 식(25)으로부터 다음식과 같이 구할 수 있다.

$$\mathcal{A}^D(\mathbf{x}_M, \omega) = \mathcal{A}(\mathbf{x}_M, \omega) + \Delta \mathcal{A}(\mathbf{x}_M, \omega) \quad (26)$$

여기서

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}_M, \omega) = -\omega^2 \Psi_M^T \text{diag}[\Omega^2 - \omega^2] \Psi_F \quad (27)$$

$$\Psi_M = \left\{ \begin{array}{c} \vdots \\ \frac{W_m(\mathbf{x}_M)}{\Omega_m^2 - \omega^2} \\ \vdots \end{array} \right\}, \quad \Psi_F = \left\{ \begin{array}{c} \vdots \\ \frac{W_n(\mathbf{x}_F)}{\Omega_n^2 - \omega^2} \\ \vdots \end{array} \right\} \quad (28)$$

$$\Delta \mathcal{A}(\mathbf{x}_M, \omega) = \sum_{j=1}^N [a_j + b_j \cos 2\theta_j + c_j \sin 2\theta_j] D_j \quad (29)$$

$$\begin{aligned} a_j(\mathbf{x}_M, \omega) &= -\omega^2 \Psi_M^T(\mathbf{x}_M, \omega) \alpha_j \Psi_F(\omega), & b_j(\mathbf{x}_M, \omega) &= -\omega^2 \Psi_M^T(\mathbf{x}_M, \omega) \beta_j \Psi_F(\omega), \\ c_j(\mathbf{x}_M, \omega) &= -\omega^2 \Psi_M^T(\mathbf{x}_M, \omega) \gamma_j \Psi_F(\omega) \end{aligned} \quad (30)$$

식(29)은 손상정보(손상의 크기 D_j 와 손상의 방향 θ_j)와 손상유발 동적 응답 변화량(이너턴스 FRF 섭동량)간의 관계를 보여준다. 그러므로 손상이 있는 평판으로부터 실험적으로 측정된 $\Delta \mathcal{A}$ 는 식(29)을 이용하여 구조손상을 규명하는데 사용할 수 있다. 임의의 가진 주파수와 측정점의 조합 (\mathbf{x}_M, ω) 에 대하여 식(29)는 손상의 크기 D_j 와 손상의 방향 θ_j 에 대한 대수 방정식을 제공한다. 그러므로 서로 다른 적절한 가진 주파수와 측정점의

조합 (\mathbf{x}_M, ω) 이 요구되며, 식(30)에 의해 가진 주파수와 측정점의 조합 (\mathbf{x}_M, ω) 에 대한 대수방정식을 행렬식을 이용하여 다시 쓰면 식(31)과 같다.

$$\mathbf{X}(\Theta)\mathcal{D} = \Delta\mathcal{A} \quad (31)$$

여기서

$$\mathcal{D} = \{\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2, \dots, \mathcal{D}_N\}^T, \Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N\}^T, \Delta\mathcal{A} = \{\Delta\mathcal{A}_1, \Delta\mathcal{A}_2, \dots, \Delta\mathcal{A}_N\}^T \quad (32)$$

$$\mathbf{X}(\Theta) = \mathbf{A} + \mathbf{B} \text{diag}[\cos 2\theta] + \mathbf{C} \text{diag}[\sin 2\theta] \quad (33)$$

$$\mathbf{A} = [a_{ij}] = a_j(\mathbf{x}_M, \omega)_i, \mathbf{B} = [b_{ij}] = b_j(\mathbf{x}_M, \omega)_i, \mathbf{C} = [c_{ij}] = c_j(\mathbf{x}_M, \omega)_i \quad (i, j = 1, 2, \dots, N) \quad (34)$$

이때 하첨자 i 는 i 번째 가진 주파수와 측정점의 조합 (\mathbf{x}_M, ω) 이다. 한편 식(29)는 다수의 국부적인 선관통형 손상을 갖는 평판에서 손상의 위치와 크기, 방향성 규명을 위한 손상검출에 사용될 손상영향 행렬을 나타낸다.

4.2 수치연산 : 반복 수행법

손상의 크기 \mathcal{D} 와 손상의 방향 Θ 는 서로 연성되어 비선형식이다. 따라서 직교 이방성 손상을 규명하기 위해서 수치해석기법의 사용이 필요하다. $\Delta\mathcal{A}$ 는 \mathcal{D} 와 Θ 의 섭동량(또는 오차)으로 식(29)으로부터 식(35)과 같이 유도할 수 있다.

$$\Delta\mathcal{D} = [2\mathbf{X}^{-1}(\Theta)\mathbf{Y}(\Theta) \text{diag}[\mathcal{D}_j]]\Delta\Theta \equiv \mathbf{S}\Delta\Theta \quad (35)$$

여기서

$$\mathbf{Y}(\Theta) = \mathbf{B} \text{diag}[\sin 2\theta] - \mathbf{C} \text{diag}[\cos 2\theta] \quad (36)$$

$$\Delta\Theta = \{\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \dots, \Delta\theta_N\}^T \quad (37)$$

식(35)의 행렬 \mathbf{S} 는 Θ 의 오차에 대한 \mathcal{D} 의 민감도를 나타낸다. 수치예제를 통해 살펴보면 \mathcal{D} 는 Θ 의 오차에 그렇게 민감하지 않는다는 것을 확인할 수 있다. 그러므로 식(36)의 비선형 연립방정식을 풀기 위하여 반복법을 적용할 때 \mathcal{D} 의 섭동량(오차)을 직접 사용하여 Θ 를 구하는 방법은 바람직하지 않다. 이러한 관찰을 통해 본 연구에서는 그림 2에 보인 방법을 사용하였다.

5. 손상검증 수치해석 및 검토

먼저 선관통형 손상을 가진 평판의 진동응답에서 손상 방향의 영향을 연구하였다. 수치예제의 평판은 두께와 길이 및 너비가 각각 $h = 4 \text{ mm}$, $L_x = L_y = L = 0.5 \text{ m}$ 이고 강성계수 E 는 72 GPa , 푸아송비 ν 는 0.33 , 그리고 밀도가 2800 kg/m^3 인 단순 지지된 정사각형 평판이다. 선관통형 손상의 길이는 4 cm 이고 평판의 중앙에 있으며 조화 절첩력(가진 주파수 $\omega = 100 \text{ Hz}$) 평판의 중앙에 작용하고 있다. 표 1은 손상이 없는 평판의 고유진동수와 선관통형 손상을 가진 평판의 고유진동수를 손상 각도를 변화시켜가며 비교한 것이다. 표 1을 통해 보면 일반적으로 손상의 존재는 고유진동수의 감소를 유발하고 또한 손상각도에 따라 달라짐을 알 수 있다.

다음으로 본 논문의 구조손상검출기법을 입증하기 위해 두개의 예제를 수행하였다. (1) 하나의 선관통형 손상을 갖는 평판과 (2) 세개의 선관통형 손상을 갖는 평판을 예제로 하였다. 두 평판 모두 단순 지지되어 있고, 평판의 기하학적 형상과 물성치는 첫번째 예제와 같다. 두 수치예제에서의 직교 이방성 손상(선관통형 손상)의 구체적인 사양은 표 2와 같다. 그림 3에 보인 것과 같이 평판을 100개의 동일한 크기의 영역으로 나누고 모든 영역에 대하여 손상의 크기와 방향을 결정하는 손상규명 분석을 수행하였다. 이때 이너턴스 FRF는 식(28)에 의해 수치적으로 구하였다. 한편 검출한 손상 크기의 정확도를 측정하기 위한 한 방법으로 RMS 정의를 이용하여 손상검출오차 (DIE)를 표현하였으며 아래의 식과 같다.

$$\text{DIE} = \sqrt{\frac{1}{L_x L_y} \sum_{j=1}^{N_{\text{seg}}} 4\bar{x}_j \bar{y}_j (D_j^I - D_j^J)^2} \quad (38)$$

하첨자 I 와 J 는 각각 실제값과 검출값을 의미한다. N_{seg} 는 검출영역의 개수를 나타내며 하첨자 j 는 j 번째 손상검출영역을 나타낸다. 식(38)로 구한 DIE 값이 작을수록 검출된 손상의 크기는 실제 손상의 크기에 가깝다.

그림 4는 각각 FRF 측정오차를 고려하지 않은 하나의 선관통형 손상을 갖는 평판과 세 개의 선관통형 손상을 갖는 평판의 손상검출 결과다. 그림 4에서 본 논문의 손상검출기법을 이용하여 실제값에 손상검출 결과가

수렴해 가는 것을 볼 수 있다. 오차가 0.5%보다 작은 보다 정확한 손상검출 결과(손상크기와 손상각도)를 얻기 위해서는 하나의 선관통형 손상의 경우와 세 개의 선관통형 손상의 경우가 각각 20 번과 40 번의 반복이 본 연구의 구조손상 검출기법에서 필요하다.

그림 5는 하나의 선관통형 손상과 세 개의 선관통형 손상을 가진 평판에 대하여 FRF 측정 에러를 포함한 구조 손상 검출결과를 보여준다. 실제로 실험적으로 측정된 FRF는 실험오차를 가지고 있다. 일반적으로 훌륭하게 수행된 진동 실험은 대략 5%보다 작은 실험오차를 가진다¹⁶⁾. 본 논문에서는 구조 손상 검출기법에 FRF 오차를 나타내기 위하여 Thyagarajan의 접근법을 사용하여 e %의 랜덤 에러를 가진 FRF를 계산하였으며⁵⁾ 10번의 수치결과 평균값을 사용하였다. FRF의 랜덤 에러가 커질수록 손상이 없는 영역에서 손상검출에러(DIE) 값도 커진다. 그림 5는 본 논문에서 개발한 손상검출기법으로 검출한 손상의 위치와 크기가 하나의 선관통형 손상을 가진 평판의 경우 FRF 측정오차가 대략 10%일 때 5%이내의 손상검출오차를 나타내었고 세 개의 선관통형 손상을 갖춘 평판인 경우 FRF 측정오차가 대략 7%일 때 5%이내의 손상검출오차를 나타내었다. 또한 그림 5는 본 논문에서 개발한 구조 손상 검출기법의 독창적이고 중요한 특징인 손상 방향 규명이 매우 잘 되고 있음을 보여준다. 그림 5로부터 관찰할 수 있는 것은 손상의 위치와 크기, 방향이 FRF 측정오차에 민감하다는 것인데 손상방향의 예측 오차를 대략 5%이내로 하고자 한다면 하나의 선관통형 손상을 가진 평판의 경우 FRF 측정오차가 대략 7%보다 작아야 하고, 세 개의 선관통형 손상을 갖춘 평판인 경우는 FRF 측정오차가 대략 5%보다 작아야 한다. 그러므로 일반적으로 손상방향의 규명을 위한 FRF 측정 실험은 손상의 위치와 크기만을 규명할 때의 FRF 측정실험보다 더욱 낮은 FRF 측정오차를 요구한다.

6. 결 론

본 논문에서는 첫째로 국부적인 선관통형 손상을 가진 평판의 운동 방정식을 유도하였다. 또한 연속체 손상 공학을 기초로 하여 선관통형 국부손상을 등가적으로 직교 이방성 재료의 강성으로 표현하였다. 둘째로 손상된 평판의 강제 진동 응답으로부터 새로운 손상 검출이론을 유도하였다. 본 연구의 손상검출이론은 국부손상의 위치와 크기, 그리고 방향을 동시에 구할 수 있다. 수치예제에서는 손상의 각도에 따른 단순 지지된 정사각형 평판의 진동응답의 결과를 보여주었다. 본 손상검출이론을 입증하기 위해 수치예제는 FRF에 측정오차를 반영하여 수행하였다. 대략 7%의 FRF 실험오차에서도 본 논문의 손상검출이론은 훌륭히 수치예제에서의 국부손상의 위치와 크기, 방향을 검출하였다.

7. 참고문헌

- [1] Zimmermann, D. C. and Kaouk, M., "Structural Damage Detection Using a Minimum Rank Update Theory," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 116, pp. 222-231, 1994.
- [2] Adams, R. D., Cawley, P., Pye, C. J. and Stone, B. J., "A Vibration Technique for Non-Destructively Assessing the Integrity of Structures," *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 20, No. 2, pp. 93-100, 1978.
- [3] Thyagarajan, S. K., Schulz, M. J. and Pai, P. F., "Detecting Structural Damage Using Frequency Response Functions," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 210, No. 1, pp. 162-170, 1998.
- [4] Lee, U. and Shin, J., "An Frequency Response Function-Based Structural Damage Identification Method" *Computers & Structures*, Vol. 80, No. 2, 2002, pp. 117-132.
- [5] Cornwell, P., Doebling, S. W. and Farrar, C. R., "Application of the Strain Energy Damage Detection Method to Plate-like Structures," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 224, No. 2, pp. 359-374, 1999.
- [6] Lew, J. S., "Using Transfer Function Parameter Changes for Damage Detection of Structures," *AIAA Journal*, Vol. 33, No. 11, pp. 2189-2193, 1995.
- [7] Pandey, A. K. and Biswas, M., "Damage Diagnosis of Truss Structures by Estimation of Flexibility Change," *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 10, No. 2, pp.104-117, 1995.
- [8] Ricles, J. M. and Kosmatka, J. B., "Damage Detection in Elastic Structures Using Vibratory Residual Forces and Weighted Sensitivity," *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 9, pp. 2310-2316, 1992.
- [9] Cawley, P. and Adams, R. D., "The Location of Defects in Structures from Measurements of Natural Frequencies," *Journal of Strain Analysis*, Vol. 14, No. 2, pp. 49-57, 1979.
- [10] Araujo dos Santos, J. V., Mota Soares, C. M., Mota Soares, C. A. and Pina, H. L. G., "Damage Identification: A Numerical Model," *AIAA-99-1508: 2449-2452*.

[11] Khadem, S. E. and Rezaee, M., "An Analytical Approach for Obtaining the Location and Depth of an All-over Part-through Crack on Externally In-plane Loaded Rectangular Plate Using Vibration Analysis," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 230, No. 2, pp. 291–308, 2000.

[12] Lee, U., Kim, N., and Shin, J., "Identification of Damages within a Plate Structure," 42nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, AIAA 2001–1244, 2001.

[13] Lee, U., Lesieutre, G. A., and Fang, L., "Anisotropic Damage Mechanics Based on Strain Energy Equivalence and Equivalent Elliptical Microcracks," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 34, No. 33/34, 1997, pp. 4377–4397.

[14] Whitney, J. M., *Structural Analysis of Laminated Anisotropic Plates*, Technomic Publishing Co., Lancaster, 1996.

[15] Ewins, D. J., *Modal Testing: Theory and Practice*. Hertfordshire: Research Studies Press Ltd., 1984.

[16] Lee, U. and Shin, J., "A Frequency-Domain Method of Structural Damage Identification Formulated from the Dynamic Stiffness Equation of Motion," *Journal of Sound and Vibration* (submitted).

Table 1 The change in natural frequencies (Hz) of the plate

Modes	Intact	Isotropic Damage	Orthotropic Damage			
			$\theta = 0^\circ$	$\theta = 15^\circ$	$\theta = 30^\circ$	$\theta = 45^\circ$
1st (1, 1)	78.0	76.3	75.0	74.9	74.5	74.2
2nd (1, 2)	194.9	194.2	192.9	192.8	192.4	192.2
3rd (2, 1)	194.9	194.2	194.5	194.5	194.6	194.6
5th (1, 3)	389.7	377.3	365.0	365.5	366.5	367.0
10th (1, 4)	662.6	654.6	660.1	659.0	656.0	653.9
20th (4, 4)	1247.1	1241.8	1239.2	1232.9	1219.9	1213.0
30th (3, 6)	1753.8	1734.9	1742.7	1742.6	1742.4	1742.3

Table 2 Damage information pre-specified for damage identification tests

Example Problems	Effective Damage Magnitude	Damage Orientation (degrees)	Damage Location ($x_0 m, y_0 m$)	Dimensions of Finite Segment ($2\bar{x} m, 2\bar{y} m$)
One Damage	$\varphi = 0.5$	$\theta = 45^\circ$	(0.225, 0.225)	(0.05, 0.05)
Three Damages	$\varphi_1 = 0.3$	$\theta_1 = 0^\circ$	(0.125, 0.375)	(0.05, 0.05)
	$\varphi_2 = 0.7$	$\theta_2 = 45^\circ$	(0.275, 0.075)	(0.05, 0.05)
	$\varphi_3 = 0.5$	$\theta_3 = 30^\circ$	(0.275, 0.275)	(0.05, 0.05)

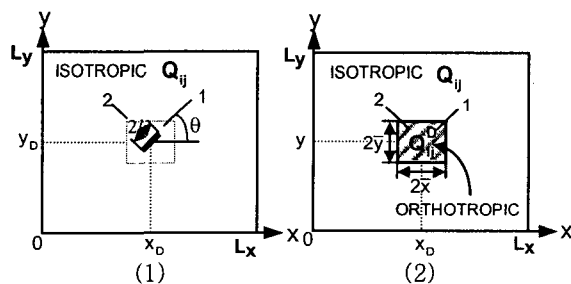


Fig. 1 (1) Initially isotropic rectangular plate with a line crack, and (2) its equivalent continuum damage representation in terms of effective orthotropic elastic stiffnesses.

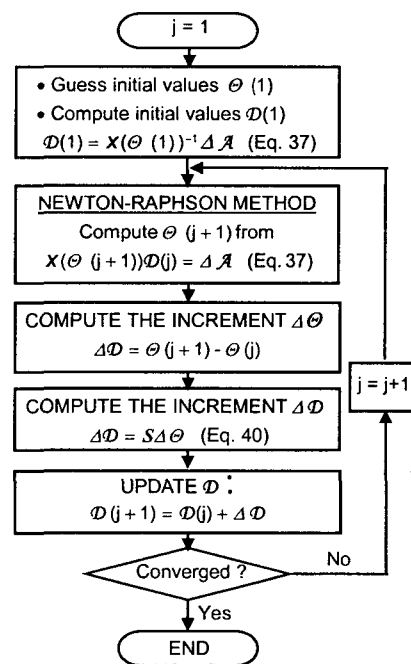


Fig. 2 Iterative solution method used in the present study.

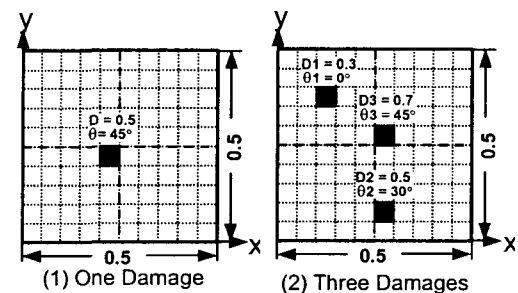


Fig. 3 Two example problems considered for numerically simulated damage identification tests.

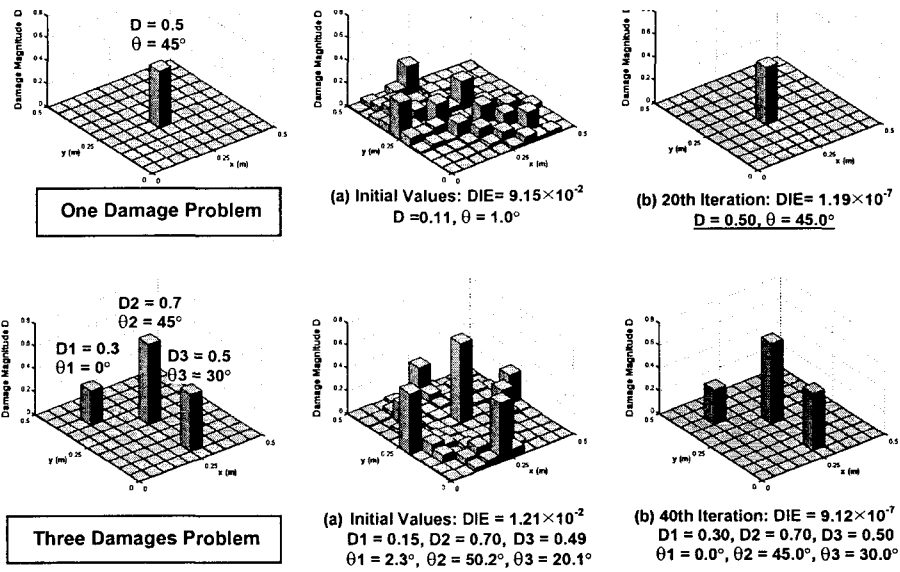


Fig. 4 Damage identification results for the one damage problem and the three damages problem, without considering the effects of measurement noise in FRF.

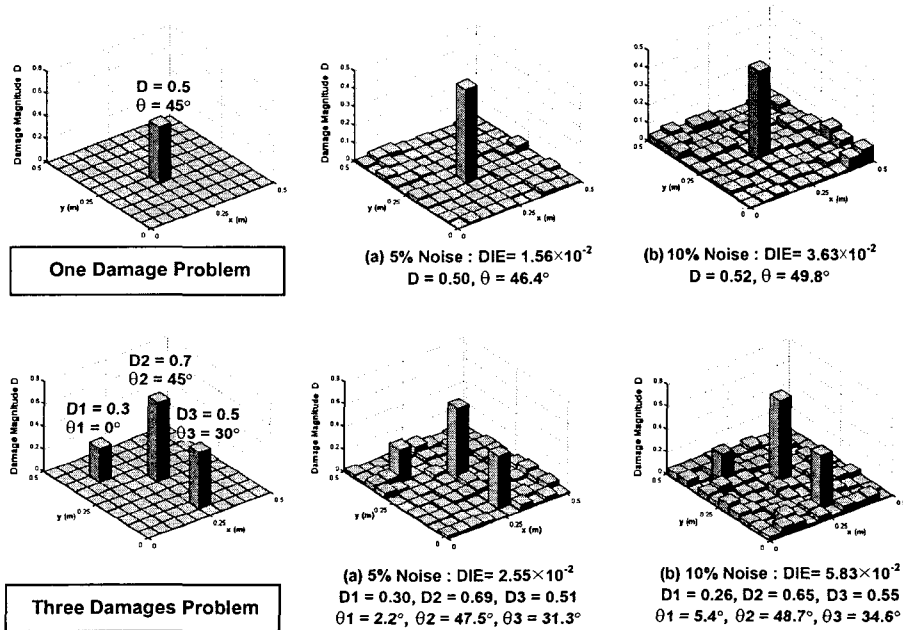


Fig. 5 The effect of measurement noise in FRF on the damage identification results for the one damage and the three damages problem.