

운동파 방정식 내 파속 산정을 통한 하도추적

○서경철* , 윤여진** , 김재한*** , 정관수****

1. 서론

하도추적은 상류의 유입량 또는 유입 수문곡선으로부터 하류의 어떤 지점에서의 유출량 또는 유출수문곡선을 결정하는 것이다. 하도추적의 방법론에는 水文學的 洪水追跡(hydrologic routing)과 水理學的 洪水追跡(hydraulic routing)이 있다. 수문학적 홍수추적은 연속방정식인 저류방정식을 일정 추적 구간에 적용하여 유출량을 적용하는 방법으로 구간 안에서의 구체적인 정보를 알 수 없는 단점이 있다. 수리학적 홍수추적은 질량과 운동량 보존의 원리에 근거한 연속방정식과 운동량방정식을 푸는 과정으로 수문계를 통하여 공간과 시간의 함수로 흐름을 계산한다. 운동파의 수치해 해석은 일반적으로 하도의 매개변수인 매닝의 조도계수, 유변, 하천의 마찰경사와 측방유입과 초기 경계조건에 대해서 하도의 거리와 시간의 변화에 따른 하천의 하단부의 유출수문곡선을 구하는 것이 일반적인 절차이다. 운동파 방정식은 파가 전파하는 과정에서 파고와 파형의 변화가 발생하는데 있어서 물리적인 의미가 아닌 수치기법에 의한 해석이다.

본 연구는 상·하류 지점의 계측 수문곡선을 통하여 운동파 방정식을 이용하여 파속을 산정하는데 그 목적이 있다. 운동파 방정식은 Saint-Venant 방정식을 유한차분법에 의해 유도하였으며, 운동파 파속(Kinematic wave celerity)의 산정을 위해 유역의 물리적인 인자와 상·하단의 수문곡선을 입력한다. 주어진 입력자료를 통해 구해진 파속을 통해 타 호우사상에 적용하여 구해진 값에 대한 검정을 한다. 적용 유역으로는 낙동강 수계의 위천유역의 상류부에 위치하고 있는 동곡과 고노지점을 그 대상으로 선정하였다. 본 연구를 통하여 수리학적 홍수추적을 수행하였으며, 강우시 유역내의 지표류 발생에 대한 물리적 해석이 가능하다.

2. 운동파방정식과 차별화

2.1 운동파 방정식의 기본가정 및 지배방정식

Saint-Venant 방정식은 연속방정식과 운동량방정식으로 구성되고 1차원 비정상변화류의 흐름을 기술한다. Saint-Venant 방정식의 기본가정으로는 (1) 흐름은 일방향(unidirectional flow)이고 유속은 흐름단면적에 걸쳐 균일(uniform velocity distribution)하다. (2) 수압은 정수압이다. (3) 바닥의 경사는 작다. (4) 전단에 의한 마찰손실의 계산에 Manning 공식이 사용된다. (5) 유체는 비압축성으로 일정한 밀도의 유체이다. (6) 하도 강수 또는 측방유입량 i 는 유속성분없이 유입된다.

* 정회원, 충남대학교 토목공학과 박사수료 (kcseo@cnu.ac.kr)

** 정회원, 건양대학교 기계건축토목공학부 전임강사 (yyj0806@konyang.ac.kr)

*** 정회원, 충남대학교 토목공학과 교수 (jhkim@cnu.ac.kr)

**** 정회원, 충남대학교 토목공학과 조교수 (ksjung@cnu.ac.kr)

위의 기본가정에 따라 연속방정식과 운동량방정식을 통하여 유도된 운동과 방정식은 다음과 같다.

$$\therefore \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{1}{C_k} \frac{\partial Q}{\partial t} = q \quad \dots\dots\dots (1)$$

여기서, C_k 는 운동과 파속(Kinematic wave celerity)이며 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$C_k = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\alpha \beta Q^{\beta-1}} = \frac{1}{\left(\frac{n P^{2/3}}{S_0^{1/2}}\right)^{3/5} \frac{3}{5} Q^{-2/5}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

n 은 Manning의 조도계수, R 은 동수반경, P 는 윤변, $\alpha = \left(\frac{n \cdot P^{2/3}}{S_f^{1/2}}\right)^{3/5} = \frac{n^{0.6} \cdot P^{0.4}}{S_f^{0.3}}$, $\beta = \frac{3}{5} = 0.6$ 이다.

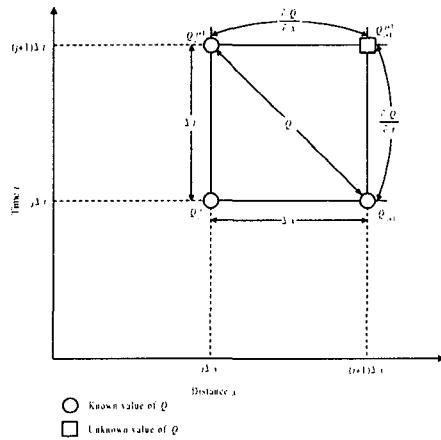
2.2 수치해의 방법 및 차분화

편미분 방정식을 수치해석으로 풀기 위해서는 차분 방정식으로 변환하여야 한다. 수치해석의 접근법은 차분 방정식의 구성에 따라 양해법(Explicit method)과 음해법(Implicit method)으로 나타낼 수 있다. 양해법은 현재 시간의 한 절점과 그 주변의 절점으로부터 미래의 각 절점에서의 값을 구하는 방법이며, 음해법은 각 절점에 연립방정식을 구성하여 전체 시스템의 식을 동시에 계산하는 방법이다.

양해법은 시스템을 구성하는 구조가 간단한 반면에 절점의 간격에 민감하여 그 간격을 적당하게 두어야만 결과가 수렴이 되고 계산의 단계에서 오차가 확대되지 않고 계산이 진행됨에 따라 오차가 줄어드는 안정성(stability)을 갖게 된다. 음해법은 각 절점별 연립방정식을 구성해야 한다는 점에서 시스템을 구성하는 구조가 복잡하다. 대신 전체 시스템을 동시에 계산을 하므로 결과가 발산하지 않는다는 장점이 있다.

본 연구에서는 시스템 구성의 복잡성, 즉 각 절점별 연립방정식 구성하는 과정을 피하기 위하여 양해법을 채택하였다. 유한차분 방정식의 구성을 위해 후방차분방법이 사용되었다. 시·공간상의 Q_{i+1}^{j+1} 의 차분형태로 정리를 하여 모형을 나타내었다. 식 (2)의 운동과 방정식의 차분화는 다음과 같이 정리된다.

먼저 차분화를 위하여 유한차분의 도식은 그림 1.과 같으며 방정식의 시간과 공간에 대해 차분을 위한 정의는 다음과 같다.



$$\frac{\partial Q}{\partial x} \approx \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1}}{\Delta x} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \approx \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_{i+1}^j}{\Delta t} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$Q \approx \frac{Q_i^{j+1} + Q_{i+1}^j}{2} \quad \dots\dots\dots (5)$$

측방유입량의 차분화 정의는

$$q \approx \frac{q_{i+1}^{j+1} + q_{i+1}^j}{2} \quad \dots\dots\dots (6)$$

그림 1. 운동과방정식의 유한차분화

위의 정의된 각 식을 운동과 방정식 (2)에 대입을 하면

$$\frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1}}{\Delta x} + \alpha\beta \left(\frac{Q_{i+1}^j + Q_i^{j+1}}{2} \right)^{\beta-1} \left(\frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^j}{\Delta t} \right) = \frac{q_{i+1}^{j+1} + q_i^j}{2} \dots\dots\dots (2.39)$$

이며, 이를 Q_{i+1}^{j+1} 에 대해 정리를 하면 다음과 같다.

$$Q_{i+1}^{j+1} = \frac{\left[\frac{\Delta t}{\Delta x} Q_i^{j+1} + \alpha\beta Q_{i+1}^j \left(\frac{Q_{i+1}^j + Q_i^{j+1}}{2} \right)^{\beta-1} + \Delta t \left(\frac{q_{i+1}^{j+1} + q_i^j}{2} \right) \right]}{\left[\frac{\Delta t}{\Delta x} + \alpha\beta \left(\frac{Q_{i+1}^j + Q_i^{j+1}}{2} \right)^{\beta-1} \right]} \dots\dots\dots (2.39)$$

본 연구에서는 주어진 식에 대해 차분화를 시행시 정리하면 다음과 같이 된다.

3. 적용사례

3.1 적용 대상지역의 현황

운동과 방정식을 적용하기 위하여 국제수문개발(IHP) 3차 개발의 제1 조사사업으로 수행된 대표유역인 낙동강 수계, 위천 유역의 동곡, 고노지점을 선정하였다. 위천대표유역은 경상북도 군위군에 위치하고 있으며, 유역면적은 472.53km², 최장 유로연장은 42.83km인 유역으로서 수위관측 지점에 따라 6개의 소유역으로 나누어져 있다. 본 연구에서 선정한 소유역인 동곡지점은 유역면적 33.788 km², 최원점 하천길이 8.29km인 유역이며, 고노지점은 유역면적이 114.198km², 최원점 하천길이가 19.140km이며 유역 현황을 표 1.과 그림 2.에 나타내었다.

표 1. 유역 개황

| 수 계 | 유 역 | 지 점 | 위 치 | 유역 면적 (km ²) | 최원점 하천길이 (km) |
|-----|-----|------------|------------|--------------------------------|---------------------|
| 낙동강 | 위 천 | 동 곡 | 경북 군위군 고노면 | 33.788 | 8.290 |
| | | | 양지동 동곡교 | | |
| | 고 노 | 경북 군위군 고노면 | 114.198 | 19.140 | |
| | | 화수동 고노교 | | | |

표 2. 적용된 사상

| 유역 | 수위표 | 사상 | 일 자 |
|-----|----------|-----|-----------------------------------|
| 위 천 | 동곡 고노 | I | 1986. 7. 21. 07:00 ~ 7. 23. 09:00 |
| | | II | 1987. 7. 14. 19:00 ~ 7. 18. 22:00 |
| | | III | 1989. 7. 11. 07:00 ~ 7. 14. 18:00 |

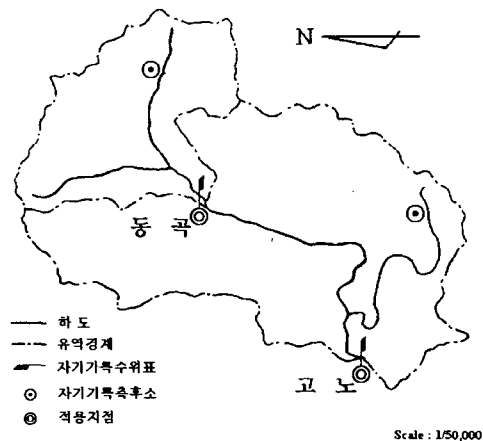


그림 2. 유역도

3.2 적용대상지역 자료

수문자료는 국제수문개발계획 1987~1989년도 보고서에 수록되어 있는 1시간 간격의 관측자료

를 이용하였다. 적용 수문곡선은 연도별 대표 홍수 사상이며 적용된 자료는 표 2와 같다.

본 유역의 평균수로경사(S_0)는 0.0149이다. 조도계수(n)는 국제수문개발계획(IHP)대표유역연구소 사보보고서(1988, 1989)에서 SW(Stanford Watershed) 모형을 적용키 위해 1988년에는 0.028과 1989년에 0.024를 제시한 바가 있으나 유역 전반에 대해 적용한 값이므로 본 연구에서는 연구대상유역이 상류부인 지류라는 점을 고려하여 0.030을 선택하여 사용하였다. 유로연장(L)은 10.85km이다. 또한, 입력자료로서 구간별 평균 하폭의 선정이 필요한데, 하폭에 대한 자료의 부재로 국제수문개발계획(IHP)대표유역연구소사보보고서(1988, 1989)의 유량측정성과에서 하도를 구형으로 가정 단면적과 수위사이의 거의 직선관계가 성립함을 보여 본 유역의 단면적은 수위만의 함수로 표현이 가능하고 하폭은 상수로 취급하여, 이를 통해 계산한 하폭은 동곡 4.770m, 고노 13.264m로 산정되었는데 모형의 적용을 위해 상류와 하류의 하도를 태형으로 적용하기 위하여 상류와 하류의 폭을 평균한 값인 9.017m를 사용하였다. 그림 3.과 그림 4.는 하폭 산정을 위한 수심과 단면적과의 관계를 나타내었다. 유역의 윤탁을 계산을 위해서는 하폭과 더불어 수심이 필요한데, 이는 IHP대표유역 연구조사 보고서에서 1983년도부터 1989년도까지의 수위-유량곡선이 수록되어있어 이를 참고로 적용하였다. 이를 정리하여 보면 표 3.과 같다.

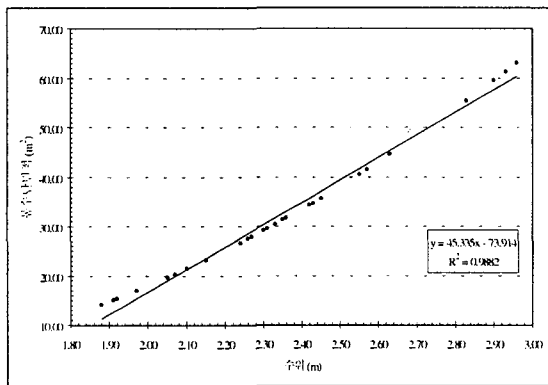


그림 3. 동곡지점의 수위와 통수단면적 관계

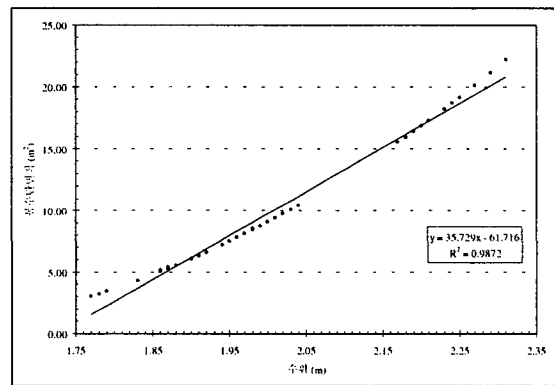


그림 4. 고노지점의 수위와 통수단면적 관계

표 3. 적용 대상 지역의 수문학적 인자

| 유역특성인자 | 값 |
|--------|----------|
| 평균수로경사 | 0.0149 |
| 조도계수 | 0.0300 |
| 유로연장 | 10.850km |
| 하 폭 | 9.017m |

3.3 적용결과 및 분석

표 2.의 3개의 사상에 대해 보면 다음 그림5.~7.과 같으며, 사상별 나타난 파속은 그림 8.~10.과 같다.

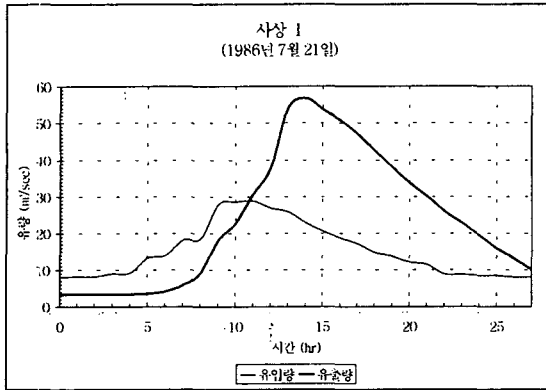


그림 5. 사상 I의 유출·입 수문곡선

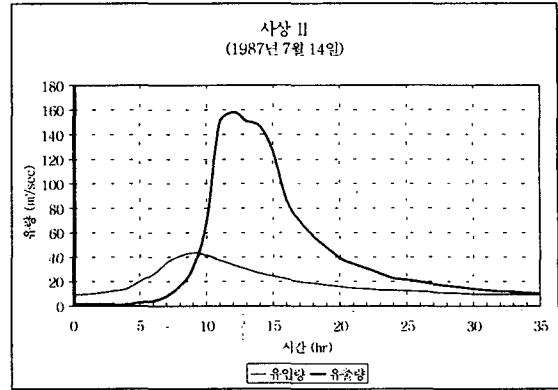


그림 6. 사상 II의 유출·입 수문곡선

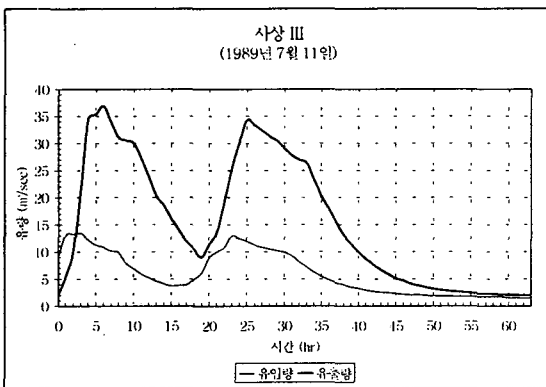


그림 7. 사상 III의 유출·입 수문곡선

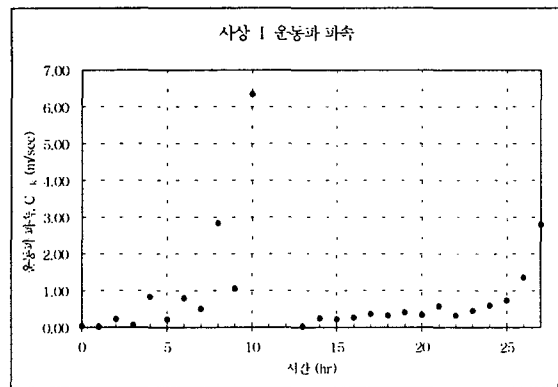


그림 8. 사상 I의 산정된 파속

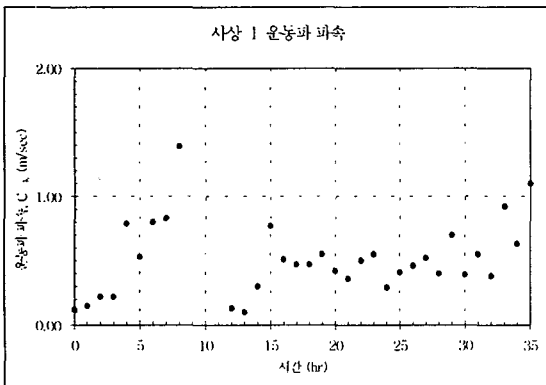


그림 9. 사상 II의 산정된 파속

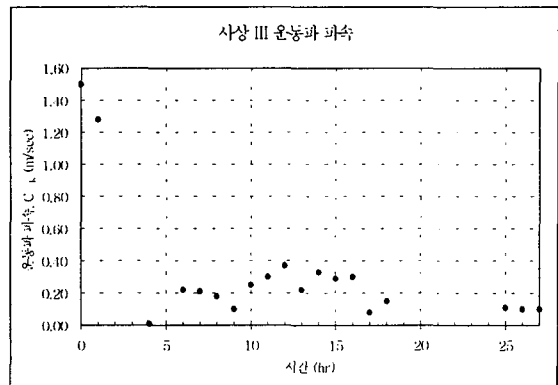


그림 10. 사상 III의 산정된 파속

산정된 파속은 시간별로 변화하기 때문에 그 대표치를 선정하기 위하여 산정된 파속(C_k)에 대하여 전체 파속, 상승부 파속, 하강부 파속의 평균값을 산정하였으며, 상승부와 하강부의 파속의 평균값의 조합과 상승부 파속과 하강부 파속의 산술평균값을 적용하여 사상별 대표적인 파속을 각 사상별 유출구의 유량을 산정, 실측치와 상관계수를 분석하여 파속을 선정하였다. 따라서, 선정된 파속은 사상별로 각각 0.305, 0.210, 0.198, 0.268, 0.342, 0.528의 값을 나타내고 있었으며, 선정된 파속을 다른 호우사상에 대입하여 그 값의 타당성에 대해 검토해 볼 수 있다.

계산된 수문곡선을 통하여 각 수문 사상별 파속은 Table 4.와 같다.

표 4. 사상별 운동과 파속, C_k

| 사상 | 구분 | C_k |
|-----|--------|-------|
| I | 전체 평균 | 0.704 |
| | 상승부 평균 | 0.608 |
| | 하강부 평균 | 0.862 |
| II | 전체 평균 | 0.470 |
| | 상승부 평균 | 0.561 |
| | 하강부 평균 | 0.474 |
| III | 전체 평균 | 0.262 |
| | 상승부 평균 | 0.255 |
| | 하강부 평균 | 0.293 |

4. 결론

위천유역에서 동곡, 고노 지점 사이의 사상별 파속은 시간에 대해 비선형으로 나타나며, 각각 0.608, 0.561, 0.255로 나타났으며, 이 값들의 평균은 0.475로 나타났다. 그리고, 산정된 파속에 대해 타 사상에 적용해 본 결과 높은 상관계수를 나타내었다. 사상별 파속을 통한 유출량을 산정한 결과 실제 계측된 유출량보다 작은 값을 나타내고 있다. 이는 전체 유출량 산정에 있어서 첨두유량 발생 전 초기나 첨두유량 발생 후 유량 하강부의 파속이 첨두유량 발생시의 파속보다 상대적으로 작은 값을 가지므로 그 영향으로 인해 전체적인 유량이 작아지는 경향을 나타냈다. 본 유역에서 산정된 파속은 전체적인 경향을 나타내는 파속을 표현하고 있으므로 유역의 하폭이 작고, 상류부에 위치하고 있는 영향과 상승부와 하강부의 파속이 적은 값을 나타내고 있어서 첨두시의 파속을 나타내고 있지는 않지만, 전체적인 유량의 변화 경향을 나타내고 있다. 본 연구에서 적용한 측방유입량은 시간별 하도 전체에 대해 일정한 값으로 가정하여 얻어진 값이나, 추후 측방유입량 수문곡선을 시공간적으로 변화된 양을 적용하여야 하리라 판단된다. 홍수추적을 위한 운동파방정식에서 파속은 주요한 인자이기 때문에 본 연구에서 얻어진 값들을 고려하였을 때 호우사상별 변화가 큰 파속을 가진다는 점에서, 앞으로 이의 값의 합리적인 추정치를 위하여 보다 많은 유역의 자료들을 적용하여 분석되어야 하리라 판단된다.

5. 참고문헌

- Lighthill, M. J. and Whitham, G. B., On kinematic floods, I: Flood Movements in long rivers. In Proc. Royal Society Lond. A229, 281-316, 1955.
- Harley, B. M., Linear Routing in Uniform Channels. Thesis, University College, Cork, Ireland, 1967.
- Linsley, R. K., Kohler, M. A., and Paulhus, J. L. H., Applied Hydrology, New York, McGraw Hill Book Co., pp 502-530, 1949.
- Miller, W. A., and Cunge, J. A., "Simplified equations of unsteady flow". In Mahood, K., and Yevjevich, V. (eds) Unsteady flow in Open Channels, Vol I. Fort Collins, Colorado: Water Resources Publications, Chapter 5, pp. 183-257. 1975.
- Stoker, J. J., Numerical Solution of Flood Prediction and River Regulation Problems: Derivation of Basic Theory and Formulation of Numerical Methods of Attack. Report I, New York University Institute of Mathematical Science, Report No. IMM-NYU-200, New York, 1953.
- 건설부, "국제수문개발계획(IHP) 대표시험유역연구조사보고서.", 1983 - 1991.