

탱크모형 유출응답의 지체를 위한 모형수정

A Modification of Tank Model for Response Delay

○강신욱¹⁾, 이상호²⁾, 이길성³⁾

1. 연구내용 및 목적

유역유출 모형을 학문적으로 분류하면 보통 연속유출 모형과 홍수사상 모형으로 나뉜다. 그리고 사용목적과 유역의 규모에 따라 여러 가지 시간간격으로 모의될 수 있다. 우리나라에서는 보통 시간 단위나 日 단위로 수문관측이 수행되고 있는데, 일 단위의 연속유출 모형을 간단히 일 유출 모형으로 부르고 있다. 현재 우리나라에서 많이 사용하고 있는 일 유출 모의 모형 중의 하나는 탱크모형이다.

본 연구에 사용한 모형은 3단 탱크를 골격으로 한 탱크모형에 이산 맥동 응답함수(discrete pulse response function)를 조합하였다. 탱크모형의 매개변수 추정은 전역최적화의 일종인 캠플렉스 혼합진화(Shuffled Complex Evolution; SCE) 기법(Duan, 1991)을 사용하였다. 아울러 지역 최적화 방법인 Rosenbrock 알고리즘과 complex 알고리즘으로 매개변수를 추정하여 SCE 기법에 의한 결과와 비교하였다. 그리고 미계측 지점의 일 유출량을 산정하기 위해 댐 및 자연유출 지점 15 지점의 추정 매개변수들과 유역특성인자(유역면적, 주하천연장, 형상계수와 논, 밭, 산림면적비)를 다항회귀하여 매개변수 일반화식을 만들었다.

2. 직렬 3단 탱크모형의 수정

탱크모형에 의한 장기 유출모의는 표준 4단 탱크를 보통 사용한다. 그러나 본 연구에서는 매개변수 일반화를 목표로 하므로 매개변수의 수를 가급적 줄이는 것이 좋다. 김현영과 박승우 (1986)는 4단 탱크에 의한 매개변수 일반화 연구에서 출발하여 3단 탱크에 의한 매개변수 일반화 연구(김현영과 박승우, 1988)를 수행하였다. 그리고 최종적으로 3단 탱크에 의한 일 유출 모형을 농업기반공사의 실무에 활용하고 있다. 허유만(1992)의 연구에서도 3단 탱크모형을 장기 유출모의에 사용하고 있다. 이러한 배경 아래서 일 유출 모형의 골격을 3단 탱크로 정하였다.

수정 3단 탱크모형은 1단 탱크의 유출에 지체효과를 주기 위해 이산 맥동 응답함수(discrete pulse response function)를 거치도록 하였다(그림 1). 맥동 응답함수는 마치 단위유량도의 종거값들과 같으며 종거값의 합은 '1'이다. 이와 같은 개념은 미국 국립 기상국의 NWSRFS(National Weather Service River Forecasting System)의 Sacramento 유역 유출모형에서도 사용하고 있는 개념이다(Burnash, 1995). Sacramento 모형에서는 직접유출, 지표면유출, 중간유출을 맥동 응답함수와 같은 시간분포함수를 거치도록 하고 있고 모형을 모의하는 과정에서 결정하도록 하고 있다. 그리고 이와 같은 개념은 일별 배분이라는 용어로써 노재경(1991)의 연구에서도 사용하였다. 노재경의 연구에서는 유역면적 5,000 km² 이내의 유역에 대하여 3개 즉 3일간의 맥동응답 함수 종거

1) 한국건설기술연구원 수자원환경연구부 위촉연구원

2) 부경대학교 건설공학부 부교수

3) 서울대학교 지구환경시스템공학부 교수

값을 구하였는데 본 연구의 최대 유역이 7,126 km²로서 조금 크더라도 종거값을 3개로 제한하였다.

3. 매개변수 추정을 위한 최적화 방법 비교

3.1 지역 최적화 방법

제약 Rosenbrock 알고리즘은 도함수 계산이 필요 없는 직접탐색법(direct search)에 근간을 둔 지역최적화 방법이며, 해가 존재하는 공간에서 수렴하거나 제약식 근방의 경계영역(boundary zone)에 들어 갈 때까지 무제약 Rosenbrock 알고리즘(Rosenbrock, 1960)을 수행한다. 무제약 Rosenbrock 알고리즘에 대한 자세한 설명은 Rosenbrock(1960)의 연구를 참고할 수 있고 계산수행에 필요한 초기값은 모든 제약식을 만족해야하며, 경계영역에 존재하지 않아야 한다. 계산수행 과정은 Kuester 등의 문헌(1973)을 참고할 수 있다.

complex 알고리즘(Box, 1965)은 직접탐색법의 일종으로 무제약 simplex 알고리즘을 개선하여 제약 최적화 문제를 풀 수 있도록 한 방법이다. simplex 방법에서는 n 차원 공간에서 $n+1$ 개의 점으로 생성되는 기하학적인 형태를 기본으로 하며, 반면 complex 방법에서는 $n+1$ 개 이상의 점으로 생성되는 기하학적 형태로 제약 최적해를 구한다. 이 방법의 기본가정은 제약식의 범위가 불록영역(convex region)에 한정된다는 것이다. 불록성(convexity)이란 해가 존재하는 영역(feasible region)에서 임의의 두 점이 이루는 선분 위의 점들 역시 해가 존재하는 영역에 있음을 말한다. 그러므로 초기값 역시 해가 존재하는 영역 위의 점들로 선택하여야 한다.

3.2 전역 최적화 방법

SCE 알고리즘(Duan, 1991)은 미국 국립 기상국의 NWSRFS(National Weather Service River Forecasting System)의 보정모듈 중 하나이며, 최적해를 탐색하기 위해 4가지 중요한 개념을 포함하고 있다(Duan et al., 1994); 1) 확정론적 및 확률론적 접근의 결합, 2) 컴플렉스의 구조적 진화, 3) 경쟁 진화(competitive evolution), 4) 컴플렉스 혼합(complex shuffling). SCE 알고리즘은 초기에 해가 존재하는 전체 매개변수 공간에서 표본을 생성하고 컴플렉스들로 분할한다. 각 컴플렉스는 downhill simplex 알고리즘(Nelder와 Mead, 1965)을 사용하여 독립적으로 진화된다. 진화를 거친 컴플렉스들은 다시 혼합되고, 새로운 컴플렉스들이 생성된다. 진화와 혼합의 과정은 수렴조건이 만족될 때까지 반복된다. 자세한 과정은 Duan(1991)의 연구를 참고할 수 있다.

3.3 최적화 방법에 따른 비교

최적화 방법에 의한 매개변수의 수렴성을 비교하기 위해 수정 탱크모형에 매개변수 보정모듈을 구성하였고 보정모듈은 앞서 언급한 SCE 방법, Rosenbrock 방법, complex 방법이다. 작성한 각 모듈을 사용하여 매개변수를 추정하였다. 모형의 초기값으로 1단과 2단 탱크의 초기 저류고는 0으로 고정하였고, 3단 탱크의 초기 저류고는 1000으로 고정하였다. 모형보정에 사용한 목적함수는 관측유량과 모의유량의 오차제곱합을 최소화하는 함수를 사용하였다.

각 보정 모듈에 대해 각각 독립적으로 100회씩 대청댐 상류 유역인 용담지점에 대해 매개변수를 추정하였다. 추정된 매개변수들 중 1단 탱크의 하단 유출공송수 A11이 단계별로 수렴하는 것을 그림 2~4에 나타내었다. Rosenbrock 방법은 매개변수 A11이 빠르게 수렴하였으나, 초기값에 따라 수렴값이 다름을 볼 수 있고(그림 2), complex 방법은 Rosenbrock 방법보다 많은 영역을 탐색하기는 하나 역시 초기값에 따라 수렴값이 다르다(그림 3). 이와 같이 Rosenbrock, complex 방법과 같은 지역최적화 방법이 고유한 매개변수를 찾지 못하는 것은 일반적으로 비선형 강우-유출 모형의 매개변수 보정문제의 반응표면(response surface)이 여러 개의 극값(multi-modal)을 가지기 때문이다(Sorooshian과 Gupta, 1995). 즉, 매개변수 공간에서 수많은 지역최소값을 가지기 때-

문에 초기값에 의존하는 값으로 수렴한다. 하지만 SCE 방법은 앞서 두 가지 방법보다 확연한 차 이를 보인다. 초기값이 어떤 값이라도 수렴값이 0.12 근방에서 수렴하는 것을 볼 수 있다.

4. 일유출 모형의 보정 및 매개변수 일반화

4.1 일유출 자료의 수집 및 유역 증발산량의 산정

탱크모형의 적용에 사용한 자료는 모두 17 지점 자료이다. 이 중에서 댐 지점 자료는 12 지점이고 나머지는 자연하천 유역이다. 자연하천 유역 5 개 중에서 1 개는 설마천 시험유역 자료이며 4 개는 일반하천 유역이다. 도척 지점의 강수량과 유출량은 문현자료(노재경, 1991)로부터 수집하였고 설마천 시험유역 자료는 한국건설기술연구원으로부터 제공받았다. 표 1에는 모형보정 및 검증에 사용한 지점들을 제시하였다.

유역 유출모형의 장기적인 연속모의는 잠재증발산량 또는 실제 증발산량이 주요 입력자료이다. 본 연구에서는 소형 증발계 증발량으로부터 잠재증발산량을 환산하는 방법(허유만, 1992)을 사용하였다. 이에 필요한 증발계 증발량 자료는 기상청으로부터 수집하였다.

허유만의 연구(1992)에서는 소형 증발계 증발량과 FAO 수정 Penman 방법에 의한 잠재증발산량의 관계를 선형 회귀식으로 작성하였으며 이로부터 실제 증발산량으로 환산하였다. 토양 수분 상태에 따라 달라지는 계수대신 증발산량 보정계수를 사용한 관계식은 아래 식과 같다.

$$ET_a = K \cdot K_c \cdot ET_p, \quad ET_p = aET_{pan} + b \quad (1)$$

여기서, ET_a 는 실제 증발산량, K 는 증발산량 보정계수, K_c 는 토지이용에 따른 증발산계수, ET_{pan} 은 소형증발계 증발량, ET_p 는 잠재증발산량, a, b 는 건조일과 강수일로 구분된 회귀계수이다.

4.2 모형의 보정

수집된 수문기상 자료를 이용하여 15 지점에 대한 수정 3단 탱크모형의 매개변수를 추정하였다. 또한 수정된 모형과 비교를 위해 단순 3단 탱크모형의 매개변수도 추정하였다. 모형 보정에 사용된 측적화 기법은 3 절에서 설명한 바와 같은 커플렉스 혼합진화 기법이고 사용한 자료기간은 대부분 6~8년이고 도척과 임하댐, 용담지점만이 각각 2년, 3년, 4년이다. 모형의 평가를 위해 일 평균제곱오차의 평방근(DRMS, daily root mean square), 평균편차의 비율(PBIAS, percent bias), Nash-Sutcliffs 통계량(NSE, Nash Sutcliffs efficiency), 지속성 통계량(PME, persistence model efficiency)을 사용하였다(Gupta et al, 1999).

$$DRMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (q_t^{sim} - q_t^{obs})^2} \quad (2)$$

$$PBIAS = \frac{\sum_{t=1}^N (q_t^{obs} - q_t^{sim})}{\sum_{t=1}^N q_t^{obs}} \times 100 \quad (3)$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{t=1}^N (q_t^{sim} - q_t^{obs})^2}{\sum_{t=1}^N (q_t^{obs} - q^{mean})^2} \quad (4)$$

$$PME = 1 - \frac{\sum_{t=1}^N (q_t^{sim} - q_t^{obs})^2}{\sum_{t=1}^N (q_t^{obs} - q_{t-1}^{obs})^2} \quad (5)$$

표 1. 모형의 보정 및 검증 지점

권역	유역	모형보정	모형검증
한강	소양강댐	○	○
	충주댐	○	
	화천댐	○	
	괴산댐	○	
낙동강	안동댐	○	
	임하댐	○	
	합천댐	○	
	남강댐	○	
	영천댐	○	
금강	대청댐	○	
	공주	○	
	용담	○	
섬진강	섬진강댐	○	
	보성강댐	○	
영산강	나주	○	
기타	도척	○	
시험유역	설마천	○	

여기서, N 은 자료의 수, q_i^{obs} 는 관측유량, q_i^{sim} 은 모의유량, q^{mean} 은 관측유량의 평균값이다. 네 가지 통계량의 최적값은 DRMS와 PBIAS는 '0', NSE와 PME는 '1'이다.

수정 3단 탱크모형과 단순 3단 탱크모형의 모의유량으로 네 가지 통계량을 구하였다(표 2). DRMS는 수정 3단 탱크모형이 모든 유역에서 단순 3단 탱크모형보다 적었으며, PBIAS는 수정 3단 탱크모형이 15개 유역 중 7개 유역이 우위에 있었다. NSE는 수정 모형이 모든 유역에서 나온 값을 나타내었지만, 유량자료가 불량한 영천댐과 임하댐의 경우는 차이가 없었다. PME는 도착을 제외한 유역에서 수정 모형이 우위에 있었고, 역시 유량자료가 불량한 영천댐과 임하댐의 경우는 차이가 없었다. 네 가지 지표를 사용하여 비교한 결과 수정 3단 탱크모형이 단순 3단 탱크모형보다 강우에 의한 유출응답이 보다 적절하였다.

4.3 유역특성인자를 이용한 매개변수 일반화

미계측 유역에 사용하고자 매개변수를 일반화하려는 시도는 여러 연구에서 계속되어 왔다. 김현영과 박승우의 연구(1986; 1988)는 유역면적, 논 면적비, 밭 면적비, 숲 면적비의 네 가지 유역인자로써 매개변수를 일반화하였다. 또한 허유만(1992)의 연구에서도 하천연장과 형상계수를 추가하여 일반화를 시도하였다. 이 연구들은 최하단 탱크에 일반적이라고 할 수 없는 침투공을 둔 탱크구조의 문제가 있고, 매개변수 추정에 지역최적화 기법을 사용한 단점이 있었다.

본 연구에서는 위와 같은 연구 사례를 배경으로 여섯 가지 유역인자에 의하여 매개변수를 일반화하였다. 유역 특성인자의 항목은 유역면적, 주하천 연장, 형상계수, 논 면적비, 밭 면적비, 산림 면적비이다. 주하천 연장은 수자원단위지도로부터 추출하였다. 산림과 밭, 논의 면적비는 전국통계연감(한국도시행정연구소, 2000)에서 구하였다.

위와 같이 선택된 유역인자로부터 매개변수의 일반화 회귀식을 작성하였다(표 3). 맥동 응답 함수의 종거 U2는 $(1.0 - U1 - U3)$ 로 계산한다. 매개변수 회귀식의 상관계수는 $0.641 \sim 0.779$ 의 범위에 있었으며, 결정계수는 $0.412 \sim 0.606$ 의 범위에 있었다.

5. 모형의 검증

추정된 매개변수가 해당 유역에 대하여 적합한지를 알아보고자 대청댐, 용담 유역에 대하여 보정기간에 연속하여 단순 모의를 수행하였다. 각각 3년 동안 모의를 계속한 결과는 그림 5와 그림 6에 나타내었다. 두 경우 모두 보정기간과 비슷한 거동을 보였다.

작성된 다중 회귀식을 사용하여 탱크모형을 검증하였다. 대상 유역은 유역면적 $6,648 \text{ km}^2$ 의 충주댐 유역과 8.5 km^2 의 설마천 유역이다. 유역특성인자와 다중 회귀식으로부터 매개변수를 추정한 후 충주댐의 유출을 모의한 결과는 그림 7에 나타내었다. 4월 ~ 10월의 유출모의 결과는 관측값과 적은 차이를 보였으나 적설 및 융설 모의를 수행하지 않으므로 12월 ~ 3월 유출은 관측값과 크게 차이 나고 있다(그림 7). 7년 전체의 모의 유출부피는 관측 유출부피의 92 %이었다. 설마천 시험유역에 대한 검증은 결측 등 자료의 제약으로 99년만 수행하였다(그림 8). 설마천의 경우는 충주댐보다 전체적인 모의 결과가 나빴다. 그렇지만 모의 시작부분의 갈수량은 잘 모사하고 있다. 1월 25일과 17일에 3.8 mm , 2.2 mm 의 강수량이 기록되었는데 이로 인한 관측유출은 25일간 지속되고 있다. 모의유출은 9일간 나타났다. 이러한 불일치가 강수량 관측의 오류에서 비롯된 것인지 하천수위 기록의 오류에서 비롯된 것인지는 명확하지 않다. 전체 모의기간을 놓고 볼 때 저수 유량과 홍수 유량은 매우 근사하게 모사 되었다. 그렇지만 그 사이 크기의 유량은 큰 차이를 보이고 있다. 또한 홍수의 하강부가 너무 늦게 줄어들고 있다. 모의된 유출부피는 관측값의 107 %이었다.

6. 결론

본 연구에서 3단 탱크와 맥동 응답함수를 조합한 일 유출 모형을 개발하였다. 수정 3단 탱크 모형과 단순 3단 탱크모형을 여러 가지 지표로 평가한 결과 수정 3단 탱크모형이 보다 좋은 결과를 보였으며 유출응답을 자체시킬 필요가 있음을 확인하였다. 탱크모형 매개변수 추정에 Rosenbrock, complex 알고리즘과 같은 지역최적화 방법보다 전역최적화 방법인 콤플렉스 혼합진화 기법을 이용하는 것이 더 적절함을 알 수 있었다. 그리고 여섯 개의 유역특성인자를 사용한 매개변수의 일반화 회귀식을 작성하였다. 모형은 적설 및 용설모의를 수행하지 않으므로 동절기부터 4월까지의 모의결과가 관측값과 크게 차이나는 경우가 많다. 그렇지만 충주댐의 검증 사례에서 보듯이 다년간의 장기모의의 경우에 유출부피는 모의 값이 관측 값과 연 평균 약 1% 차이나는 좋은 결과를 보이고 있다. 적절한 유출 자료가 제한된 상황에서 15지점 자료로부터 매개변수를 일반화시킨 점은, 이로부터 추정된 매개변수의 신뢰성을 제약하고 있다. 일반화 회귀식에 의한 검증 모의도 두 지점에 대하여 수행하였으므로 추후 적절한 유출자료가 축적되는 지점에 대하여 추가 할 필요가 있다.

7. 참고문헌

- 김현영, 박승우 (1986). “유역특성에 따른 탱크모형 매개변수의 변화.” *한국농공학회지*, 제 28권, 제 2호, pp. 42-52.
- 김현영, 박승우 (1988). “관개용 저수지의 일별 유입량과 방류량의 모의발생(I).” *한국농공학회지*, 제30권, 제1호, pp. 50-62.
- 노재경 (1991). 토양수분 저류에 의한 일 유출량 유역 모형. 박사학위논문, 서울대학교.
- 한국도시행정연구소 (2000). 전국통계연감.
- 허유만 (1992). 중소유역의 일별 용수수급을 위한 하천망 모형의 개발. 박사학위논문, 서울대학교.
- Box, M.J. (1965). “A new Method of Constrained Optimization and a Comparison with Other Methods.” *Computer Journal*, Vol. 8, pp. 42-52.
- Burnash, R.J.C. (1995). The NWS River Forecasting System - Catchment Modeling. In: Singh, V.P. (Ed.). *Computer models of Watershed Hydrology*. Water Resources Pub., Colorado, p. 359.
- Duan, Q. (1991). *A Global Optimization Strategy for Efficient and Effective Calibration of Hydrologic Models*, Ph.D. dissertation, Dept. of Hydrol. and Water Resour., Univ. of Arizona, Tucson.
- Duan, Q., Sorooshian, S. and Gupta, V.K. (1994). “Optimal use of the SCE-UA global optimization method for calibrating watershed model.” *Journal of Hydrology*, Vol. 158, pp. 265-284.
- Gupta, V.K., Sorooshian, S. and Yapo, P.O. (1997). “Status of automatic calibration for hydrologic models: comparison with multilevel expert calibration.” *Journal of Hydrologic Engineering*, ASCE, Vol. 4, No. 2, pp. 135-143.
- Kuester J.L. and Mize, J.H. (1973). *Optimization Techniques with Fortran*. McGraw-Hill Inc.
- Nelder, J.A. and Mead, R. (1965). “A simplex method for function minimization.” *Computer Journal*, Vol. 7, pp. 308-313.
- Rosenbrock, H.H. (1960). “An Automatic Method for Finding the Greatest or Least Value of a function.” *Computer Journal*, Vol. 3, pp. 175-184.
- Sorooshian, S. and Gupta, V.K. (1995). Model Calibration. In: Singh, V.P. (Ed.). *Computer models of Watershed Hydrology*. Water Resources Pub., Colorado, p. 23-68.

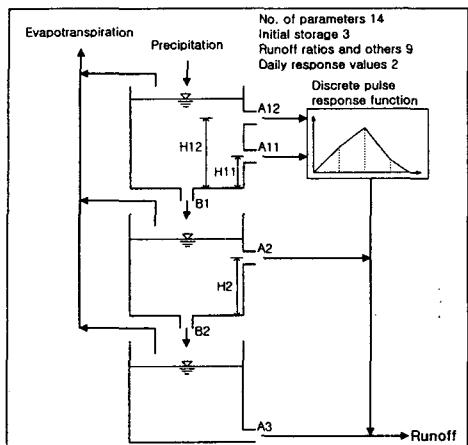


그림 1. 수정 3단 탱크모형의 구조

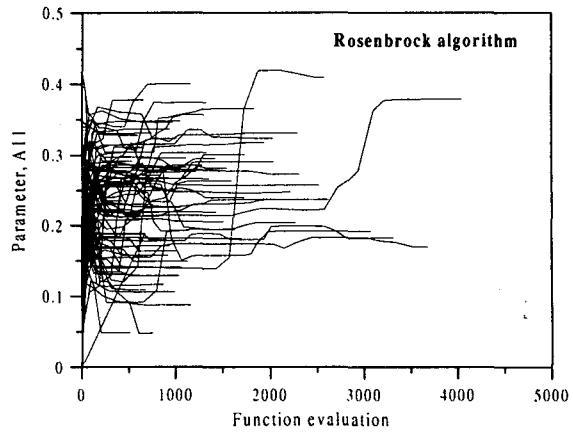


그림 2. Rosenbrock 방법에 의한 매개변수 A11의 수렴과정

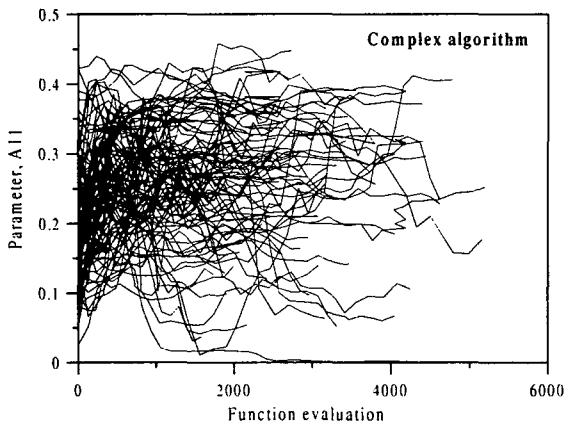


그림 3. Complex 방법에 의한 매개변수 A11의 수렴과정

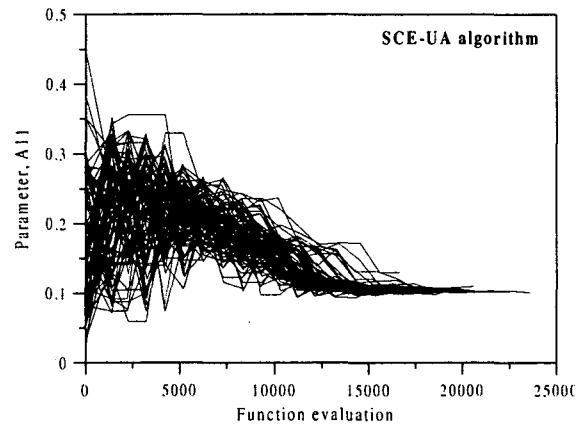


그림 4. SCE 방법에 의한 매개변수 A11의 수렴과정

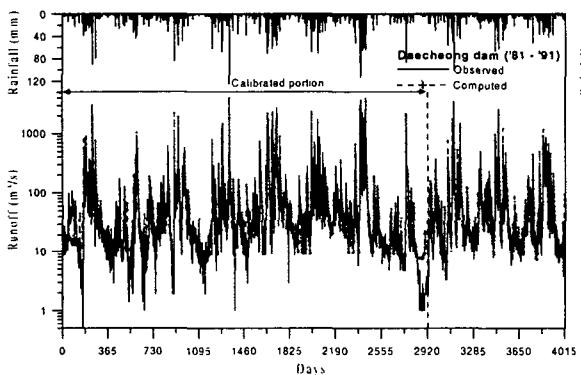


그림 5. 대청댐유역의 연속모의 유량수문곡선

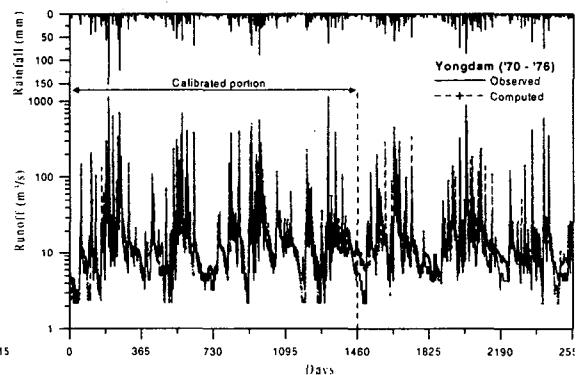


그림 6. 용담댐유역의 연속모의 유량수문곡선

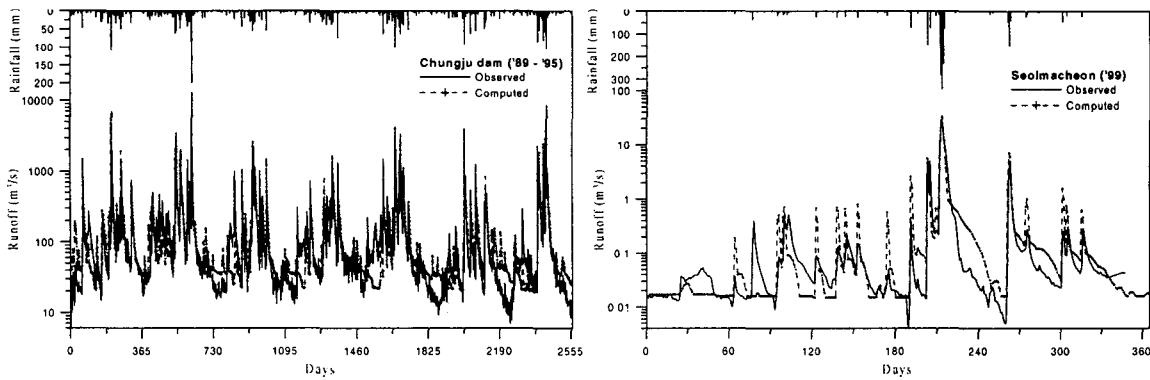


그림 7. 일반화 매개변수를 사용한 충주댐 유역의 검증 결과

그림 8. 일반화 매개변수를 사용한 설마천 유역의 검증 결과

표 2. 수정 3단 탱크모형과 단순 3단 탱크모형의 비교

권역	유역	수정 3단 탱크모형				단순 3단 탱크모형			
		DRMS	PBIAS	NSE	PME	DRMS	PBIAS	NSE	PME
한강	소양강댐	85.1	5.57	0.840	0.827	98.1	0.700	0.786	0.770
	화천댐	118	3.62	0.781	0.546	127	5.72	0.747	0.476
	괴산댐	23.2	-6.99	0.744	0.682	25.7	-9.08	0.685	0.608
낙동강	안동댐	30.2	2.36	0.890	0.861	53.3	-0.0987	0.656	0.567
	임하댐	36.8	-10.4	0.742	0.753	37.3	-18.6	0.735	0.747
	합천댐	16.6	-9.35	0.783	0.701	18.7	-4.48	0.726	0.623
	남강댐	88.1	-3.57	0.799	0.806	109	-3.47	0.691	0.702
	영천댐	8.08	-7.46	0.676	0.601	8.15	-7.12	0.670	0.594
금강	대청댐	81.0	-1.89	0.896	0.858	135	-5.10	0.709	0.601
	공주	214	-6.22	0.787	0.647	288	-8.57	0.613	0.359
	용담	37.6	-1.32	0.683	0.720	47.8	-0.515	0.489	0.548
섬진강	섬진강댐	25.0	-2.75	0.841	0.830	39.6	-8.33	0.601	0.575
	보성강댐	17.4	-5.88	0.804	0.811	18.8	-6.28	0.771	0.780
영산강	나주	55.7	-4.07	0.837	0.756	70.6	-6.75	0.737	0.608
기타	도척	0.143	4.92	0.888	0.866	0.153	4.09	0.872	0.959

표 3. 유역특성인자에 의한 매개변수 일반화 식

매개변수	다중회귀식	상관계수	결정계수
A11	$A11 = 0.213 - 1.70 \times 10^{-2} \times \text{Upland}(\%)$	0.757	0.573
A12	$A12 = 0.140 - 5.687 \times 10^{-2} \times \text{Upland}(\%) + 9.360 \times 10^{-2} \times \ln(\text{Area}(km^2)) / (\text{Length}(km))^2$	0.765	0.585
A2	$A2 = 7.224 \times 10^{-2} - 7.466 \times 10^{-3} \times \text{Upland}(\%)$	0.687	0.472
A3	$A3 = 1.151 \times 10^{-4} + 1.357 \times 10^{-5} \times \ln(\text{Area}(km^2)) - 2.068 \times 10^{-5} \times \ln(\text{Area}(km^2)) / (\text{Length}(km))^2$	0.766	0.586
B1	$B1 = 0.344 - 4.010 \times 10^{-2} \times \text{Upland}(\%)$	0.779	0.606
B2	$B2 = 8.227 \times 10^{-2} - 6.485 \times 10^{-3} \times \ln(\text{Paddy}(\%)) - 3.636 \times 10^{-3} \times \text{Upland}(\%) - 4.048 \times 10^{-4} \times \text{Forest}(\%)$	0.726	0.527
H12	$H12 = -78.327 + 72.291 \times \ln(\text{Upland}(\%))$	0.778	0.605
U1	$U1 = 0.943 - 5.031 \times 10^{-2} \times \ln(\text{Area}(km^2)) + 0.124 \times \ln(\text{Area}(km^2)) / (\text{Length}(km))^2$	0.676	0.457
U3	$U3 = -7.227 \times 10^{-3} - 1.297 \times 10^{-5} \times \ln(\text{Area}(km^2)) + 3.063 \times 10^{-4} \times \text{Length}(km)$	0.641	0.412