

## 타이어에서 채취한 고무배합물의 기계적 물성 측정

김용우(순천대학교 기계·자동차공학부), 김종국\*(순천대학교 대학원 기계공학과)

### Measurement of Mechanical Material Properties of Rubber Compounds Sampled from a Pneumatic Tire

Kim Yong-woo, Kim Jong Guk

Key words : Tire(타이어), Rubber Compound(고무 배합물), Strain Energy Density Function(변형률 에너지 밀도 함수), Principal Stretch Ratio(주신장율), Uniaxial Tension Test(단축 인장 시험), Mooney-Rivlin Function(무니-리블린 함수)

#### Abstract

Pneumatic tires usually contain a variety of rubber compositions, each designed to contribute some particular factor to overall performance. Rubber compounds designed for a specific function will usually be similar but not identical in composition and properties.

Since 1970's finite element analysis of tire has been performed extensively, which requires some energy density functions of rubber components of a tire. The conventional Mooney-Rivlin material model is one of the description that is commonly used in the analysis of tire.

In this paper, we report the two material constants of Mooney-Rivlin material model for some rubber compounds of a real pneumatic tire, which are obtained through uniaxial tension test.

#### 1. 서론

1845년 R. W. Thomson이 처음으로 고안된 공기압 타이어는 1888년 J. B. Dunlop에 의해 발전되어 대중화되기에 이른다. 이는 고무가 초탄성물질(hyperelastic material)로서 낮은 응력상태

에서도 높은 변형률을 가지며 500% 이상의 변형이 가해져도 탄성 범위에 있고 점탄성(viscoelasticity)의 특성으로 인해 우수한 진동 감쇠 능력 및 에너지 흡수력과 낮은 소음 때문이었다. 이러한 고무의 특성을 기술하기 위해서는 변형률 에너지 밀도 함수(strain energy density function)를 사용한다. 고무에 대한 해석해를 구하는 것은 극히 제한되어있어 유한요소법을 이용한 해석이 많이 이용되고 있다<sup>(1)</sup>.

타이어에는 황과 산화 아연 등의 불순물을 첨가하는 가황처리 등을 통해 기계적 성질을 변화시킨 십여 가지의 다른 종류의 고무 배합물로 구성되어 있고 형상 또한 복잡하여 해석하기 어려운 제품 중의 하나이다. 타이어에 대한 유한요소 해석은 1970년대부터 시작되었으며 해석 범위 또한 넓어 정적, 동적 해석을 비롯하여 모드해석과 수막현상에 이르기까지 이르고 있다. 고무를 해석하기 위한 변형률 에너지 밀도 함수로는 neo-Hookean 함수와 Mooney-Rivlin 함수, Ogden 함수 등이 있는데 Mooney-Rivlin 함수와 Ogden 함수가 많이 사용된다<sup>(4)</sup>. 단축 시험(uniaxial test), 이축 시험(biaxial test), 평면 시험(planar test), 용적 시험(volumetric test) 등의 재료시험을 통해 물질 상수(material constants)를 얻어 변형률 에너지 밀도 함수를 결정짓는데 이때 2가지 이상의 재료시험을 하는 것이 바람직

한 것으로 알려져 있다<sup>(2)</sup>.

일반적으로 고무 배합물의 기계적 물성은 가류(curing) 공정의 온도와 시간에 따라 영향을 받아 변한다. 따라서 본 논문에서는 타이어의 유한 요소 해석에 필요한 타이어의 고무 배합물에 대한 기계적 물성을 얻기 위해 승용차용 타이어에서 직접 시편을 채취하여 실험하였다. 그렇지만 타이어 형상의 제약으로 인해 트레드(tread), 사이드월(sidewall), 이너라이너(inner-liner), 비드투우(bead-toe), 에이펙스(apex)의 고무 배합물에 대한 단축 시험 시편만을 얻을 수 있었다. 단축 인장 시험을 통하여 Mooney-Rivlin 함수의 두 물질상수  $C_1$ ,  $C_2$ 를 결정하였다.

## 2. Mooney-Rivlin 함수

고무는 비압축성의 등방성 물질로서 대변형 및 점탄성의 특성을 가진 초탄성 물질의 특성을 가지고 있어 고무의 응력-변형률 관계를 표현하기 위해 변형률 에너지 밀도 함수로 표현한다. 이 변형률 에너지 밀도 함수는 주신장률(principal stretch ratios,  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ )를 사용하여 다음과 같이 표현되는데, 이는 주방향에 대한 신장률들이 좌표나 변형률(strain measure)에 무관하기 때문이다.

$$W = \sum_{i,j,k=0}^{\infty} C_{ijk} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j (I_3 - 1)^k \quad (1)$$

with  $C_{000} = 0$

여기서  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \end{aligned}$$

또한 고무는 거의 비압축성으로  $I_3 = 1$ 이 되므로 식(1)은 다음과 같이 된다.

$$W = \sum_{i,j=0}^{\infty} C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (2)$$

with  $C_{00} = 0$

식(2)에서  $I_1$ 과  $I_2$ 에 대한 선형인 항만을 취하면, 두 개의 물질상수  $C_{10}$ ,  $C_{01}$ 을 갖는 다음과 같은 Mooney-Rivlin 식을 얻을 수 있다.

$$W = C_1 (I_1 - 3) + C_2 (I_2 - 3) \quad (3)$$

여기서  $C_1 = C_{10}$ 이고  $C_2 = C_{01}$ 이다.

식(3)을 단축 인장 시험(uniaxial tension test)의 경우에 적용하면  $I_1$ 과  $I_2$ 는 각각 다음과 같이 되므로

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_1} = \lambda_1^2 + \frac{2}{\lambda_1} \\ I_2 &= \lambda_1 + \frac{1}{\lambda_1^2} + \lambda_1 = 2\lambda_1 + \frac{1}{\lambda_1^2} \end{aligned} \quad (4)$$

식(3)은 다음과 같이 된다.

$$W = C_1 \left( \lambda_1^2 + \frac{2}{\lambda_1} - 3 \right) + C_2 \left( 2\lambda_1 + \frac{1}{\lambda_1^2} - 3 \right) \quad (5)$$

식(4)를  $\lambda_1$ 에 대해 편미분하여 초기 단면적에 대한 응력-신장을 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial \lambda_1} &= \sigma_1 = 2C_1 \left( \lambda_1 - \frac{1}{\lambda_1^2} \right) + 2C_2 \left( 1 - \frac{1}{\lambda_1^3} \right) \\ &= 2 \left( \lambda_1 - \frac{1}{\lambda_1^2} \right) \left( C_1 + \frac{C_2}{\lambda_1} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

식(6)의 양변을  $2(\lambda_1 - 1/\lambda_1^2)$ 으로 나누어 주면 다음과 같이  $1/\lambda_1$ 에 대한  $\sigma_1/2(\lambda_1 - 1/\lambda_1^2)$ 의 1차식으로 표현된다.

$$\frac{\sigma_1}{2(\lambda_1 - 1/\lambda_1^2)} = C_1 + C_2 \lambda_1^{-1} \quad (7)$$

$1/\lambda_1$ 을 가로축으로,  $\sigma_1/2(\lambda_1 - 1/\lambda_1^2)$ 을 세로축으로 하여 식(7)의 그래프를 그리면  $C_1$ 은 그래프의 세로축의 절편이 되고  $C_2$ 는 그래프의 기울기가 되므로 쉽게 두 상수를 구할 수 있다.

Mooney-Rivlin 함수는 일반적으로 100%의 변형률(strain)범위 내에서 유효하다<sup>(4)</sup>.

## 3. 실험

시편을 채취하기 위해 사용한 타이어는 승용차용 레이디얼 타이어(205/60R15)로서 Fig. 1의 해칭한 부분에서 시편을 채취하였다.

트레드를 제외한 다른 부품은 Fig. 1에서 보는 바와 같이 시편의 크기에 제약을 많이 받기 때문에 Table 1과 같은 크기의 시편을 만들었다. 시편을 보호하고 응력 집중을 막기 위해, Fig. 2와 같이 시편의 양 쪽에 두께 1mm의 알루미늄

탭(tap)을 붙였다. 이 탭은 시편을 고정구에 물려 고정시킬 때, 시편을 보호하는 역할을 한다. 시편을 압박하여 고정하면, 고무가 양쪽으로 밀려나므로 탭의 폭을 시편의 폭보다 더 크게 만들었으며(Table 2 참조), Fig. 2의 아래쪽 그림에서 보는 바와 같이 탭의 한 쪽을 부드러운 경사를 준 것은 이 부분에서 시편에 발생하는 응력집중을 완화시키기 위함이다. 또한, 하중을 가하는 과정

Table 1 Dimensions of specimens  
(length×width×thickness, unit: mm)

specimen	dimension	gage length
tread compound	200×15×3.5	40
sidewall compound	120×7.4×2.1	15
bead-toe compound	100×5.5×1.3	15
inner-liner compound	120×7.2×0.8	15
apex compound	100×10.3×2.3	15

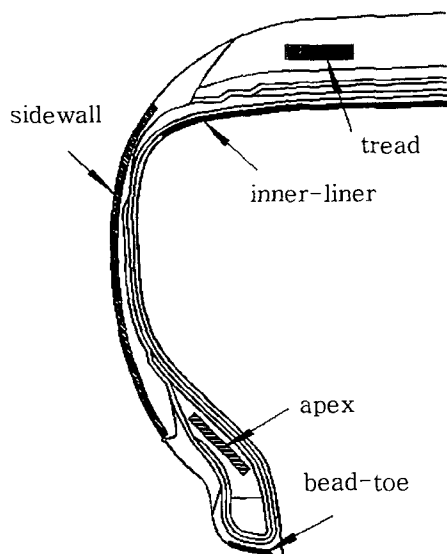


Fig. 1 Construction elements of the radial tire and the parts where the specimens are sampled

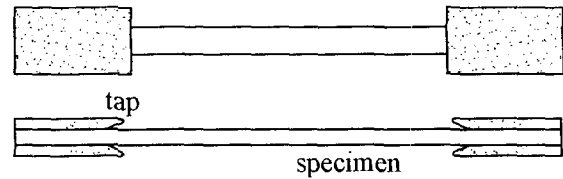


Fig. 2 Taps and specimen

Table 2 Dimensions of taps(mm)

taps for	length×width
tread rubber compound	40×25
sidewall rubber compound	25×20
bead-toe rubber compound	20×10
inner-liner rubber compound	20×10
apex rubber compound	20×10

에서 탭과 시편의 미끄러움을 막기 위해 고무와 접촉하는 면은 사포를 이용하여 거칠게 하였다

인장시험기(universal testing machine)과 레이저 변위계(laser extensometer, EXT-62-LOE)를 이용하여 하중과 변형률을 각각 측정하였다. 트레드 고무의 시편은 0.5mm/min로, 그리고 나머지 인장 시편들은 0.4mm/min로 인장하였다.

#### 4. 실험 결과

Fig. 4는 이너라이너의 단축인장 시험에서 얻은 데이터를 이용하여 가로축을  $1/\lambda_1$ 로 하고 세로축을  $\sigma_1/2(\lambda_1 - 1/\lambda_1^2)$ 로 하여 그린 것이다. Mooney-Rivlin 물질 상수를 결정하기 위하여 Fig. 4의 그래프를 1차 함수로 곡선 적합(curve fitting)시켜  $C_1$ (세로축의 절편값에 해당)과  $C_2$ (기울기에 해당)의 값을 결정하였다. 다른 시편에 대해서도 동일한 방법으로 Mooney-Rivlin 물질 상수를 구하여 Table 3에 정리하였다.

실험으로부터 얻은 응력-변형률 곡선과 Mooney-Rivlin 함수에  $C_1, C_2$ 를 대입하여 얻은 변형률-응력 곡선을 Fig. 5~Fig. 9에 함께 나타내어 비교하였다. 두 가지 응력-변형률 곡선은 80%~120%의 변형률 범위 내에서 비교적 일치

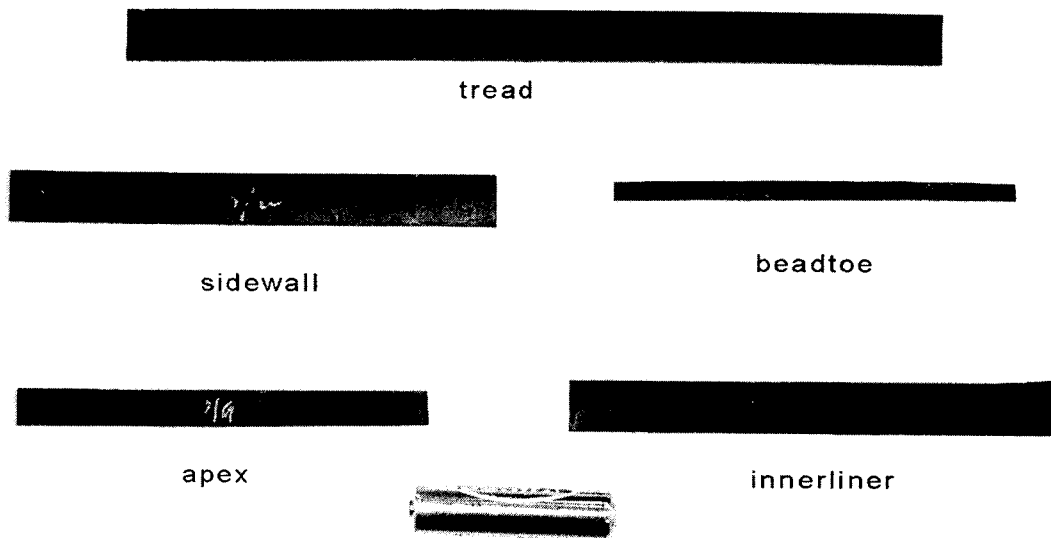


Fig. 3 Specimens of various rubber compounds  
(the length of the battery on the picture is 50mm)

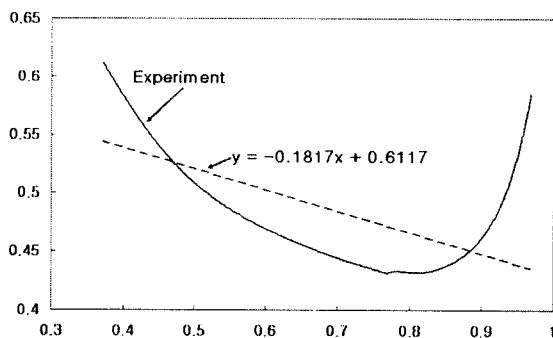


Fig. 4 Determination of the constants of inner-liner (the abscissa represents  $1/\lambda$  and the ordinate represents  $\sigma^2(\lambda - \lambda^2)$ )

Table 3 Mooney-Rivlin constants of rubber compounds

specimen	$C_1$	$C_2$
tread compound	0.1492	0.4289
sidewall compound	0.5205	-0.2161
bead-toe compound	1.6458	-0.1368
inner-liner compound	0.6117	-0.1817
apex compound	0.7303	0.2641

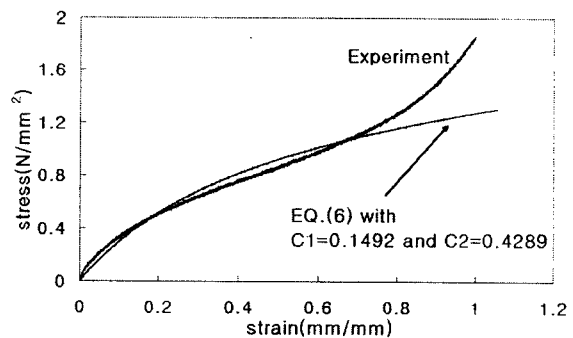


Fig. 5 Stress-strain of tread rubber

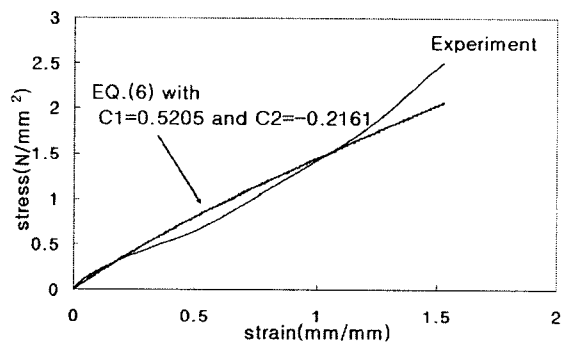


Fig. 6 Stress-strain curve of sidewall rubber

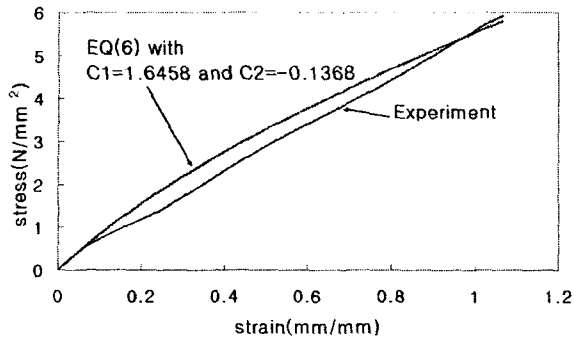


Fig. 7 Stress-strain curve of bead-toe rubber

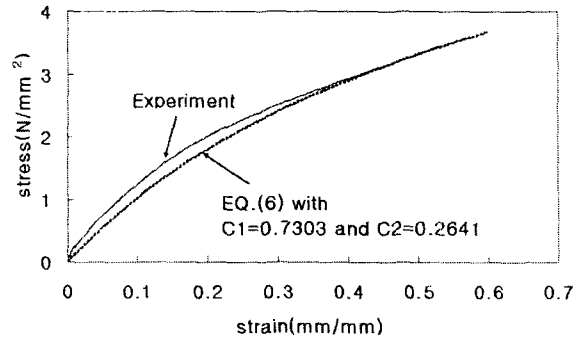


Fig. 9 Stress-strain curve of apex rubber

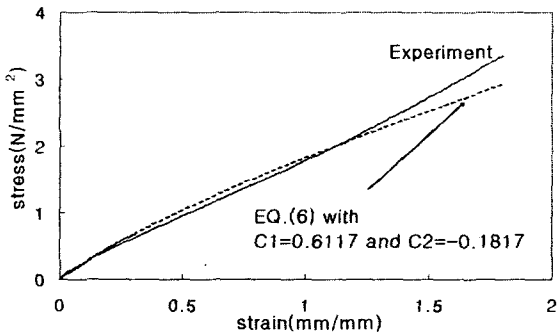


Fig. 8 Stress-strain curve of inner-liner rubber

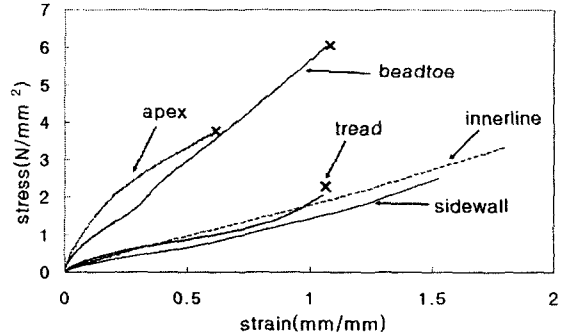


Fig. 10 Comparison of stress-strain curves of various rubber compounds in the tire

함을 확인할 수 있다.

Fig. 10은 다섯 가지 시편의 변형률-응력 그래프를 한 곳에 나타내어 비교하였다. 비드의 호트러짐을 최소화하고 비드가 받는 충격을 막기 위한 에이펙스와 휠(wheel)의 림(rim)과 직접 접촉하여 비드 강선과 함께 형상을 유지시키는 비드투우의 강성이 강하게 나타났으며 타이어 부품 중 가장 변형이 심한 사이드월의 강성이 가장 약하게 나타났다. 에이펙스는 58%, 비드투우는 107%, 그리고 트레드는 105%의 변형률에서 파단되었으나 이너라이너와 사이드월은 175%와 156%의 변형에도 파단되지 않았다.

### 5. 결론 및 고찰

본 연구에서는 승용차용 타이어로부터 직접 고무합성물의 인장시편을 채취하여 단축 인장 실험

을 실시하고, 인장시험 결과를 이용하여 타이어의 유한요소해석에 많이 사용하는 Mooney-Rivlin 함수의 두 물질 상수를 결정하였다. 이렇게 얻어진 Mooney-Rivlin 함수를 통해 얻은 변형률-응력 그래프는 실험 결과와 비교하였다.

비드(bead)의 손상을 방지하기 위한 비드투우와 에이펙스는 각각 림(rim)과 비드 강선(bead wire)에 접촉하기 때문에 기하학적인 안정성을 갖도록 다른 부분보다 높은 강도가 요구되므로 비교적 경질의 고무가 사용되고 있다.

트레드와 이너라이너의 강도는 큰 차이가 없으나 노면과 접촉하는 트레드는 내마모성과 내열성 그리고 충격에 강한 특성이 요구되는 반면 이너라이너는 타이어의 안쪽 면에 있으면서 공기의 투과를 방지하는 역할을 하기 때문에 신장량에 있어서 큰 차이를 보인다.

사이드월은 카카스(carcass)를 보호하면서 굴

신운동을 통해 승차감을 향상시키는 역할을 하므로 비교적 낮은 강도와 높은 연신률(150%이상)을 가지고 있다.

· 고무와 강선이 복합된 벨트, 그리고 고무와 합성 섬유가 복합한 카카스와 캡 플라이(cap ply)는 타이어의 강성을 결정하는 중요한 구성품으로 유한요소해석을 하기 위해서는 이들에 대한 추가적인 실험이 필요하다.

후기: 본 연구는 2002년도 순천대학교 BK21지역대학육성사업지단의 지원에 의한 것임.

#### 참 고 문 헌

1. 권영두, 노권택, 이창섭, 홍상표, 1999, "수치 미분을 이용한 고무의 유한요소 해석시 수렴성 연구", 한국자동차공학회논문집 제7권 제5호, pp. 141~153.
2. 김현영, 김중재, 이낙규, 1999, "자동차 엔진 마운트용 고무에 대한 변형 특성 해석과 형상 최적 설계", 한국자동차공학회논문집 제7권 제4호, pp. 347~360.
3. S. D. Gehman, 1981, "Rubber Structure and Properties (Chapter1)" in "Mechanics of Pneumatic Tires" edited by S. M. Clark, U.S. Department of Transportation National Highway Traffic Safety Administration.
4. M. A. Crisfield, 1997, "Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures, Volume 2: Advanced Topics", John Willey & Sons.