

## 실시간 NURBS 보간 알고리즘에 관한 연구 A study on the real-time NURBS interpolation algorithm

최인휴\* (한국과학기술원 기계공학과 대학원), 양민양(한국과학기술원 기계공학과)  
In Hugh Choi \*(Mech. Eng. Dept., KAIST), and Min Yang Yang(Mech. Eng. Dept., KAIST)

### ABSTRACT

This paper presents an algorithm for general 2D and 3D NURBS interpolation and deals with command generation for 3 axes milling machining, including the feedrate control in order to meet two limitations, a geometrical accuracy and a dynamic restriction. Both of the maximum chordal error and the maximum acceleration specified by machine parameter lead to limit the allowable feedrate on the curvature of NURBS tool path. So, motion commands at every sampling time are continuously generated by those two limitations and programmed feedrate. Simulation results of interpolating several NURBS curves show that proposed NURBS algorithm is favorable in the machining free-form curve.

### 1. 서론

최근 들어 고정도와 복잡한 형상을 가진 부품을 우수한 다듬질 면으로 빠른 시간에 가공하기 위하여 CAD/CAM 및 CNC 시스템의 통합이 요구되고 있다. 이러한 통합작업의 일환으로 일부 CAM 소프트웨어 회사, CNC 제작사, 그리고 공작기계 제작사들이 공동연구를 통하여 NURBS 보간기능을 가공 현장에서 사용하도록 힘을 모으고 있다. 이것은 NURBS 곡면으로 설계된 CAD 데이터로부터 NURBS 형식의 G-code 를 CAM 에서 생성하여 CNC 에 직접 전달한 후, CNC 스스로 곡선을 보간하여 고속 고정밀 가공하려는 것이다.

NURBS 는 컴퓨터 그래픽분야에서 3 차원 곡면(곡선)을 가진 제품형상의 모델링에 널리 사용되어 왔으며, 컴퓨터의 연산속도가 향상됨에 따라 CNC 에서 NURBS 곡선을 직접 처리하는 것이 가능해졌다. Fig.1 은 생산 공정에서 NURBS 보간이 차지하는 역할을 보여준다.

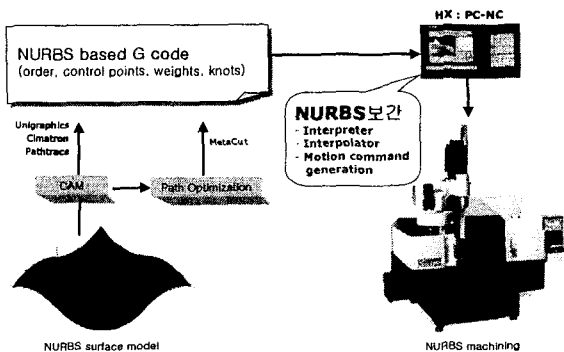


Fig.1 NURBS interpolator in the manufacturing process

NURBS 형식으로 표현된 공구 경로를 사용한다는 것은 몇 개의 파라미터로 수학적으로 완전히 정의된 곡선을 CNC 로 전달한다는 것을 의미하고, 직선으로 분할하여 전달하던 기존 NC 에서와는 달리 CAM 에서 CNC 로 전달될 때 경로 정보의 손실이 없으며, 복잡한 형상의 경로일수록 상대적으로 적은 데이터량을 가진다. 그리하여 고속가공에서 CNC 로의 데이터 전송 문제가 해결되고, 가공후의 제품의 형상 정밀도는 CNC 에서의 보간 정밀도에 의하여 결정된다. 그리하여, NURBS 보간의 경우에 CNC 제어기의 해석기는 고속 프로세싱이 요구되지 않아 단순해지지만, 공구경로를 추종하기 위하여 각각의 축에 대하여 정확한 위치(속도) 지령을 실시간으로 생성해야 하는 보간기는 상대적으로 복잡해진다. 실시간 NURBS 보간기에서 처리해야 할 기능은 기본적으로 보간오차 검사(tolerance check)와 기계 구동부의 동역학적인 제한(machine dynamics limitation)을 포함하여야 한다. 또한, 고속가공에서 공작기계의 성능을 최대한으로 활용하려면 이송경로의 특성과 가공 상황에 따라서 이송속도를 부드럽게 변동하여야 한다.

NURBS 보간기는 궁극적으로 자유곡선(곡면)을 가공하기 위하여 CAD/CAM 시스템과 CNC 시스템 사이의 새로운 인터페이스를 제공하는 것이다. 따라서, CAD/CAM 시스템에서 자유곡선을 허용오차 이하의 미소 직선으로 분할하는 기능을 CNC 내부로 끌어내려서 보간 오차 이하로 운동 명령을 생성함으로써 가공 정밀도를 향상시키고 고속 가공에 대응할 수 있도록 하는 것이 NURBS 제어의 목적이다.

본 연구에서 실시간 NURBS 보간기를 PC-NC 에서 구현하기 위하여 매개변수 형 곡선 보간 이론을 정립하고 NURBS 곡선의 기하학적인 특성과 이송속도에 관계한 운동학적인 특성을 보간기 관점에

서 규명하고 실시간 NURBS 보간 알고리즘을 설계하고 검증한다.

## 2. 실시간 NURBS 보간 이론

### 2.1 매개변수형 곡선 보간 이론

NURBS 곡선은 매개변수 곡선(Parametric curve)의 가장 일반적인 형태이며, CAD 시스템에서 계산의 편리성 때문에 선호되는 표현 법이다. 매개변수 곡선 표시법은 매개변수만으로 각축의 운동을 독립적으로 유도할 수 있어 다축 공작기거나 로봇트 제어에 매우 편리하다. 매개변수 곡선 표시법에 기초한 매개변수 보간기는 부드러운 곡선 경로를 보간하기 위하여 제안되고 개발되었다. 일반적인 3 차원 매개변수 곡선  $P(u)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P(u) = [x(u) \quad y(u) \quad z(u)] \quad u \in [0, 1] \quad (1)$$

여기서  $u$ 는  $[0,1]$ 의 범위를 가지는 임의의 변수이다.

실시간 매개변수 곡선 보간을 수식화하는 데 있어서 가장 중요한 점은 주어진 이송속도  $V$ 와 샘플링시간  $T$ 에 따라서 매 샘플링 시간  $t_k$  마다의  $u_k$ 를 지정하는 방법과 매개변수 영역에서가 아니라 시간 영역에서 보간 위치( $x_k, y_k, z_k$ )를 등 간격으로 지정할 수 있는가 하는 것이다.

속도  $V(u)$ 는 이 곡선을 따르는 속도이며 식(1)을 미분하여 구할 수 있다.

$$V(u) = \frac{dP(u)}{dt} = \frac{dP(u)}{du} \frac{du}{dt} = \left( \frac{dx}{du} i + \frac{dy}{du} j + \frac{dz}{du} k \right) \frac{du}{dt} \quad (2)$$

여기서,  $du/dt$ 는 CAD 모델의 정적인 정보와 CNC 제어에 필요한 동적인 정보사이의 관계를 나타내는 함수로 곡선을 시간에 따른 명령을 생성하는데 필요한 정보를 담고 있다. 식(2)의 크기를 취하여  $du/dt$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\dot{u} = \frac{du}{dt} = \frac{|V(u)|}{\left| \frac{dP(u)}{du} \right|} = \frac{V}{\sqrt{\left( \frac{dx}{du} \right)^2 + \left( \frac{dy}{du} \right)^2 + \left( \frac{dz}{du} \right)^2}} \quad (3)$$

식(3)의 1 차 미분 방정식의 해는 이송속도  $V$ (일정속도 또는 시간에 따라 변하는 속도)가 주어지면  $u(t)$ 를 구할 수 있으나, 일반적으로 구하기 어려우므로 ( $i$ 는 이산 샘플링 주기)에서 Talyor 시리즈 확장으로 근사하여 수치 해석적으로 구한다. 실제 서보 제어 시스템의 제어를 위하여 이산시스템으로 근사화한다.

$$u_{i+1} = u_i + T\dot{u}_i + \frac{T^2}{2}\ddot{u}_i + O\left(\frac{T^n}{n!}u_i^{(n)}\right) \quad n > 2, i = 0, 1, \dots \quad (4)$$

여기서  $\dot{u}$ 는  $du/dt$ 를 나타내고  $\ddot{u}$ 는  $du^2/dt^2$ 를 나타낸다. 식(4)의 마지막 항은 근사오차를 의미한다. 일반적으로 샘플링 시간은 수 msec 로 아주 작고, 곡선의 곡률 반경이 아주 작지 않다면, 1차 근사 또는 2차 근사만으로 만족할 수 있다. 간단히 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_{i+1} = u_i + T\dot{u}_i \quad (5)$$

식(3)을 식(5)에 대입하면 3 차원 매개변수 곡선 보간식이 얻어진다.

$$u_{i+1} = u_i + \frac{V(u_i)T}{\sqrt{\left( \frac{dx}{du} \right)^2 + \left( \frac{dy}{du} \right)^2 + \left( \frac{dz}{du} \right)^2}} \quad (6)$$

식(6)으로부터 현재의  $u$ 와 위치  $[x(u), y(u), z(u)]$ 의 매개변수  $u$ 에 대한 미분값을 알면  $u_{i+1}$ 을 구할 수 있다. 새로운  $u$ 의 값,  $u_{i+1}$ 을 구해서 이를 식(1)에 대입하면  $[x(u_{i+1}), y(u_{i+1}), z(u_{i+1})]$ 을 구할 수 있다. 이를 반복하면 NURBS 곡선의 매개변수  $u$ 에 따라서 매 샘플링 시간 간격으로 위치를 지정할 수 있다.

이처럼 CAD 곡선을 실제 가공 공정으로 변환하려면 가공 인자인 이송속도를 이용하여 공구경로를 시간에 따라 지정하여야 한다. 이 연속된 공구의 위치가 서보 제어계의 입력, 즉 기준 명령이 된다. 이러한 명령을 생성하는 과정이 보간기에서 이루어지며 매개변수형 보간기는 서보 시스템의 매 샘플링 시간  $T$ 마다 곡선으로부터 공구경로를 직접 지정하여 필요한 모든 운동 명령을 생성하여야 한다.

### 2.2 NURBS 곡선 표현식

NURBS 곡선은 매개변수를 이용하여 정의되며, 일반적인  $p$ 차 NURBS 곡선의 정의는 식(7)과 같다.

$$P(u) = \frac{\sum_{i=0}^n w_i N_{i,p}(u) B_i}{\sum_{i=0}^n w_i N_{i,p}(u)} \quad (7)$$

여기서  $B_i$ 를 제어점(Control points),  $N_{i,p}(u)$ 를  $p$ 차 기저함수( $p$ th-degree basis function)라 하고, 기저함수  $N_{i,p}(u)$ 은 절점 벡터의 간격으로 부터 정의된다.

$$U = [u_0 \quad u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_{n+p-1} \quad u_{n+p} \quad u_{n+p+1}] \quad (8)$$

그리고,  $w_i$ 는 해당 제어점으로 잡아당기는 정도를 나타내는 가중치이다. 이 가중치를 이용하면 곡선의 모양을 더 제어하기 쉽게 해 줄 뿐만 아니라 일반 스플라인 곡선으로 표현할 수 없는 원뿔 단면(Conical sections)인 원, 타원, 포물선, 쌍곡선 등을 정확히 표현할 수 있다. 이처럼, 각 제어점에 가중치를 주어 정의된 곡선을 유리곡선(Rational curve)라고 한다.

이것을 실시간 보간기에서 처리할 수 있도록 하기 위하여 절점 벡터의 각 중복되지 않는 인접 절점을 양끝점으로 하는 곡선 세그먼트를 구한다.  $j$  번째 곡선 세그먼트를 구하는 식은 식(9)와 같이  $i=j$ 에서  $i=(j-p)$ 번째의 기저함수가 사용되며, 이 기저함수는 절점 벡터  $u_{j+p+1}$ 에서  $u_{j-p}$ 사이에서 계산된다.

$$P(u) = \frac{\sum_{i=j}^{i=j-p} w_i N_{i,p}(u) B_i}{\sum_{i=j}^{i=j-p} w_i N_{i,p}(u)} \quad (9)$$

NURBS 곡선은 Fig.4에서 처럼 제어점  $P_i$ 들의 위치에 의해 전체 모양이 결정되고 이중 하나를 이

동시키면 그 곡선의 오더 만큼의 절점 구간을 가진 국부 곡선만 변화하고, 그 이외의 곡선은 변하지 않는다. 이렇게 제어점을 움직였을 때 곡선의 모든 부분이 변하지 않고, 그 제어점 주위만 곡선의 모양이 변하는 것은 NURBS 곡선의 중요한 특징이며, 설계시 국부조정(Local support) 및 수정을 가능하게 한다.

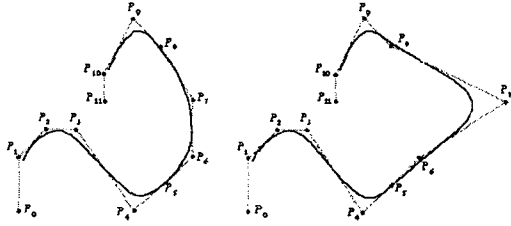


Fig. 4 Local supporting feature of NURBS curve

NURBS 곡선은 매개변수(u)가 증가함에 따라 각각의 제어점이 곡선 위의 점에 주는 영향력이 변하면서 그려지는 곡선으로 3 차(Cubic)일때 주위의 4 개의 제어점만이 곡선 위 점의 위치를 결정하는데 사용된다. 매개변수가 u 일 때 제어점  $P_i$  가 얼마나 곡선에 영향을 주느냐를 결정하는 것이  $N_{i,p}(u)$  이고 이것을 그 제어점에 대한 기저함수라고 한다. 각 제어점 마다 해당 기저함수를 가진다.

P 차의 기저함수(Basis function)의 정의는 다음과 같다.

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & \text{if } u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (10)$$

여기서 i 는 절점 벡터(Knot vector)에서 i 번째 절점을 나타내며, p 차의 기저함수  $N_{i,p}$  는 두개의 p-1 차 기저함수  $N_{i,p-1}(u)$  와  $N_{i+1,p-1}(u)$  의 선형조합이 되므로 회귀적으로 구할 수 있다. p 가 기저함수의 최대 차수이면 결과적으로 NURBS 곡선의 차수 역시 p 차이며, 곡선의 오더는 p+1 이 된다. i 번째 절점 구간  $[u_i, u_{i+1})$  에서 0 이 아닌 기저함수는 삼각 전개법으로 구할 수 있다.

절점 벡터상의 어느 구간에서 0 이 아닌 기저함수는 항상 p+1 개를 가지며 나머지는 모두 0 이 된다. 이 때문에 제어점이 국소적인 부분에만 영향을 준다. 그러므로 NURBS 곡선을 구하기 위해서는 먼저 절점벡터에서  $u_i \leq u < u_{i+1}$  가 되는 절점 구간(Span)의 인덱스(i)를 찾고, 0 이 아닌 p+1 개의 기저함수  $N_{i,p,p}(u), \dots, N_{i,p}(u)$  을 계산한다. 그리고 가중치가 모두 1 인 경우에는 0 이 아닌 기저함수 값과 제어 점을 곱해서 모두 더하면 그 점의 좌표를 구할 수 있고, 만약 가중치가 각 제어점 마다 다른 값을 가진다면 0 이 아닌 기저함수 값과 제어점, 그리고 가중치를 곱하고 각 값을 더한 뒤 다시 기저함수 값과 제어점의 곱들의 합으로 나눠줌으로써 NURBS 곡선을 이루는 점군을 구할 수 있다.

CNC 제어기에서 사용 가능한 형태는 절점 벡터의 시작과 끝에서 절점 중복도를 p+1 로 하여 제어점의 시작점과 끝점이 곡선의 시작점과 끝점과 일치하도록 한다.

NURBS 곡선의 미분은 식(6)에서 곡선을 따라 다음 u 의 위치를 구하기 위하여 계산이 요구된다. NURBS 곡선의 1 차 미분은 식(11)에서 보여지듯이 기저함수의 미분으로 귀결된다.

$$\dot{P}(u) = \frac{1}{\left(\sum_{i=0}^n w_i N_{i,p}(u)\right)^2} \left( \sum_{i=0}^n w_i N_{i,p}(u) \sum_{i=0}^n w_i \dot{N}_{i,p}(u) B_i - \sum_{i=0}^n w_i \dot{N}_{i,p}(u) \sum_{i=0}^n w_i N_{i,p}(u) B_i \right) \quad (11)$$

이 미분식을 3 축 운동으로 분해하면 각축의 미분 값을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{P}(u) &= F(B) & B &= \{B_i\} \quad (i=0,1,2,\dots,n) \\ \dot{x}(u) &= F(X) & \dot{y}(u) &= F(Y) & \dot{z}(u) &= F(Z) \end{aligned} \quad (12)$$

이 값을 식(6)에 대입하면 등속 운동시의 다음 단계의 u 를 구하고 위치  $[x(u_{i+1}), y(u_{i+1}), z(u_{i+1})]$  를 구할 수 있다.

### 2.3 실시간 보간알고리즘

매개변수 곡선의 실시간 보간기는 다음 2 가지 단계를 주어진 시간(각 샘플링 시간)안에 주어진 이송 속도에 따라 수행하여야 한다.

**STEP 1:** 매 샘플링 시간 T 마다  $u_i$  를 계산.

**STEP 2:** 각축의 추적 위치  $[x_i, y_i, z_i]$  를 계산.

먼저 1 단계에서는 다음의 회귀방정식의 의하여 계산된다. 일정 속도 구간과 가속도 구간으로 나누어 계산한다.

(a) 일정 속도 구간 ( $V(u) = \text{일정} = V_d$ )

$$u_{i+1} = u_i + \Delta u_a$$

$$\text{where, } \Delta u_a = \frac{V_d T}{\left| \frac{dP(u_i)}{du} \right|} \quad (13)$$

(b) 일정 가속도 구간 ( $A(u) = \text{일정} = A_a$ )

$$u_{i+1} = u_i + \Delta u_a$$

$$\text{where, } \Delta u_a = \frac{V(u_{i-1})T + A_a T^2}{\left| \frac{dP(u_i)}{du} \right|} \quad (14)$$

여기서,  $V_d$  와  $A_a$  는 상수이며 미리 정해지는 값이다. 따라서  $u_i$  는 위 식(13),(14)에 의하여 계산된다. 2 단계는 일정속도 구간과 일정 가속도 구간에서 각각 축에 대한 기준 위치를 계산할 수 있다. 계산된 위치를 정해진 속도나 가속도로 움직일 때 곡률이 정해진 값을 초과한다면 지령된 속도로 움직일 수 없는 경우가 발생한다. 이때 NURBS 보간의 경우에 곡률을 계산하여 최대 속도를 제한 할 수 있다.

### 2.4 곡률에 따른 이송속도 제한

NURBS 보간기는 곡선 자체를 CNC 에서 처리하므로 곡선의 미분, 속력, 곡률 같은 기하학적인 특성을 계산하여 이를 참조한 공구경로 운동 명령을 생성 할 수 있다. 먼저 기하학적인 측면에서 보간오차

(정밀도)를 만족하는 최대 속도를 곡선의 각지점에서의 곡률 반경으로부터 구한다.

매개 변수형 곡선의 곡률은 그 지점에서의 매개변수  $u$  에 대한 1차, 2차 미분으로부터 구할 수 있으며 그 식은 다음과 같다.

$$k(u_i) = \frac{|\dot{P}(u_i) \times \ddot{P}(u_i)|}{|\dot{P}(u_i)|^3} \quad (15)$$

여기서,  $|\dot{P}(u)| = \sqrt{\left(\frac{dx}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy}{du}\right)^2 + \left(\frac{dz}{du}\right)^2}$  이다.

매개변수 곡선의 어느 한 지점을 원호라 가정하면 보간 오차(Chordal error)는 다음과 같이 근사적으로 구할 수 있다[Fig. 5].

$$\delta = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{\Delta s}{2}\right)^2} \quad (16)$$

여기서,  $r = \frac{1}{k}$  이다.

곡률을 기하학적인 정의로부터 계산하고 식(16)에 대입하면 호의 길이를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Delta s = \sqrt{\frac{8\delta}{k} - 4\delta^2} \quad (17)$$

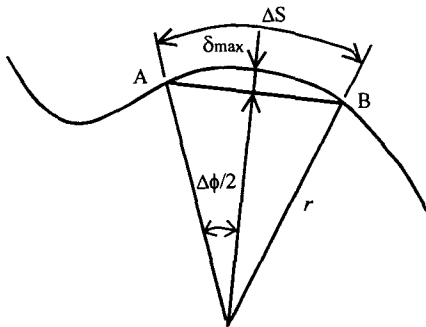


Fig. 5 Relationship between arc length and chordal error

호의 길이는 호의 끝점을 잇는 직선으로 근사할 수 있고 이 거리를 서보계는 샘플링 시간, 즉 보간 주기  $T$  동안 움직이게 되므로 이송속도가  $V$  이면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta s \approx \overline{AB} = V \times \Delta T \quad (18)$$

따라서 허용 보간 오차가 정해지면 이를 만족하면서 움직일 수 있는 최대 이송속도가 곡률에 따라서 정해진다. 즉,

$$(V_{\max})_{\text{accuracy}} = \frac{1}{T} \sqrt{\frac{8\delta_{\max}}{k} - 4\delta_{\max}^2} \quad (19)$$

Fig.6 은 샘플링 시간  $T$  가 4msec 이고 보간오차  $\delta_{\max}$  가 1mm 일때 곡률의 크기에 따른 허용최대 속도를 나타내었다. 곡률이 0.5 [1/mm]이면 2000[mm/min] 가 허용최고 속도이며 이 보다 더 큰 이송지령이 들어오면 이속도로 제한한다.

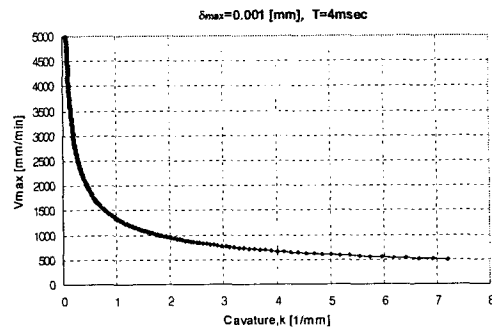


Fig. 6 Maximum allowable feedrate on a curvature

### 3. NURBS 보간 시뮬레이션

NURBS 보간 알고리즘의 정확성을 확인하기 위하여 2 가지 NURBS 곡선을 선정하여 화면상에서 시뮬레이션하였다. Table 4 은 보간기의 고정 인자를 나타내었다. 제어기를 장착할 공작기계 서보계의 사양인 볼 스크류의 피치, 엔코더 분해능, 그리고 허용최대 가속도와 제어기 내부의 설정 인자인 샘플링 시간, 계산시 허용 오차, 환형 버퍼 크기, 그리고 곡선 보간 오차에 대한 값을 미리 설정 하여야한다.

Fig. 8 은 L 모양의 NURBS 곡선이며, 이 곡선의 NURBS 보간 시뮬레이션을 통하여 코너에서의 곡률과 그에 따른 최대 이송속도를 보이고 한다. 절점 벡터는 [0 0 0 0 1 2 3 4 5 6 6 6 6] 으로 절점의 간격을 처음과 끝을 제외하고는 일정하게 하였다.

Fig.9 와 Fig.10 은 곡선의 곡률과 그 곡률에서 가능한 최대속도(또는 최대 속도 지령)를 보여준다.

Table 4 Parameters for NURBS interpolating

Specifications	Parameters	Values	
Servo system	Ball screw pitch (speed reducer 5:1)	1mm/rev	1BLU ≈0.1 μm
	Encoder resolution (quadratic decoding)	10000 pulse/rev	
	Max. acceleration, $A_{\max}$	0.2g ~ 0.5g	
Control system	Sampling time	1 ~ 4 msec	
	Tolerance of calculation	1 BLU	
	Segment buffer size	30 ~ 100	
	Code buffer size	100 ~ 500	
	Interpolating error, $\delta_{\max}$	0.5μm ~ 4μm	

<Ex. I> L자 모양 NURBS 곡선(FANUC 형식)

```

N00 G06.2 K0.0 X1.0 Y1.0 Z0.0 F2000
N01 K0.0 X10.0 Y1.429
N02 K0.0 X15.0 Y1.8575
N03 K0.0 X20.0 Y2.727
N04 K1.0 X25.0 Y5.0
N05 K2.0 X28.0 Y10.0
N06 K3.0 X29.0 Y15.0
N07 K4.0 X29.0 Y15.0
N08 K5.0 X30.0 Y30.0
N09 K6.0
N10 K6.0
N11 K6.0
N12 K6.0
    
```

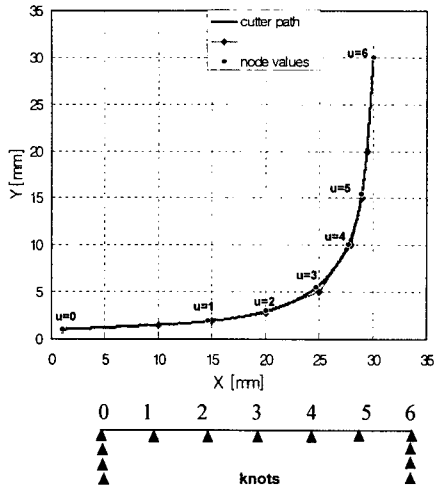


Fig. 8 L-shape NURBS curve and its knot vector

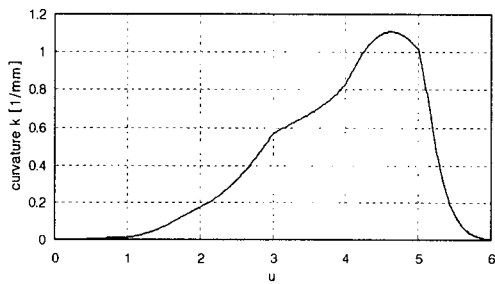


Fig. 9 Curvature of NURBS curve <Ex. I>

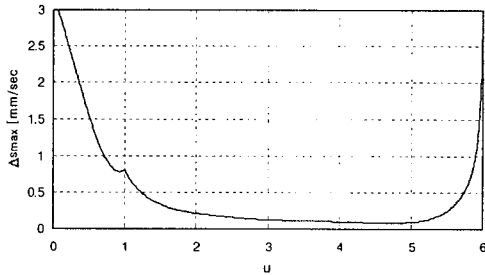


Fig. 10 Max. allowable feedrate on its curvature <Ex. I>

Fig. 11 은 M 자 모양의 NURBS 곡선이며, 변곡점을 가지고 절점의 간격을 불균일 하게하여 곡선 세그먼트의 길이에 변동을 주었다. 절점 벡터는 [0 0 0 0 1 2 3 4.2 5 5.4 7 7 7 7] 이며, 10 개의 제어점을 가진다.

Fig. 12 와 Fig. 13 는 곡선의 곡률과 그 곡률에서 가능한 최대속도(또는 최대 속도 지령)를 보여준다. M 자 모양의 산과 골짜기 부분의 곡률의 피크가 있으므로 그 부분의 최대속도는 낮아진다.

<예제 II> M 자 모양 NURBS 곡선(FANUC 형식)

```

N00 G6.2 K0.0 X0.0 Y0.0 F2000
N01 K0.0 X4.0 Y15.0
N02 K0.0 X16.0 Y27.0
N03 K0.0 X22.0 Y23.0
N041 K1.0 X25.0 Y9.0

```

```

N05 K2.0 X30.0 Y13.0
N06 K3.0 X40.0 Y28.0
N07 K4.2 X48.0 Y30.0
N08 K5.0 X57.0 Y20.0
N09 K5.4 X60.0 Y0.0
N10 K7.0
N11 K7.0
N12 K7.0
N13 K7.0

```

NURBS 보간 알고리즘을 확인하기 위한 시뮬레이션 결과는 실시간 처리에 대하여 상세히 고려하지 않고 위치정밀도와 매개변수 영역에서의 곡선의 경로 생성방법에 대하여 다루었으며, 유도한 수식의 유효함을 확인하였다.

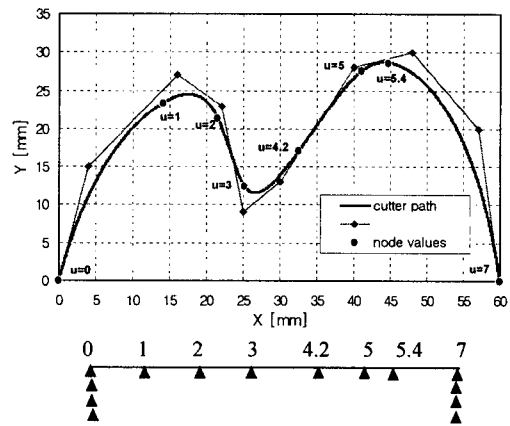


Fig. 11 M-shape NURBS curve and its knot vector

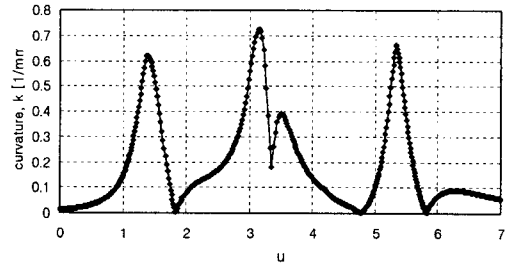


Fig. 12 Curvature of NURBS curve <Ex. II>

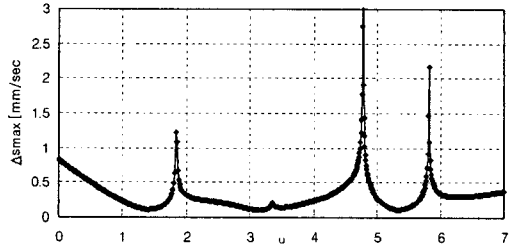


Fig. 13 Max. allowable feedrate on its curvature <Ex. II>

시뮬레이션으로부터 얻은 결과를 요약하면 다음과 같다.

- NURBS 형식으로 표현되는 자유곡선의 NURBS G code 를 받아 본 연구에서 유도한 보간 알고리즘으로 허용 보간오차 이내로 보간 경로를 생성할 수 있었다.

- 기하적인 정밀도 유지하면서 곡률에 따른 최대 허용 접선속도와 서보계의 동특성(구심가속도와 접선방향가속도)을 고려한 최대 이송속도를 제한하는 알고리즘을 완성하였다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 CNC 내부에서 NURBS 곡선을 보간하여 이송지령을 생성하는 NURBS 보간 알고리즘을 수식화하고,  $C^2$  연속인 3 차의 NURBS 곡선에 대하여 시뮬레이션을 실시하였다. 다음과 같은 결과를 얻었다.

- 곡률반경에 따라서 이송명령을 생성하는 NURBS 보간 알고리즘을 개발하였다.

- 기하학적인 정밀도를 유지하기 위하여 곡률에 따른 이송속도를 제한하는 방법을 제한하고 구현하였다.

- 2 가지의 NURBS 곡선을 예로 들어 수행하여 제한한 NURBS 보간알고리즘의 유효성을 검증하였다.

#### 5. 참고문헌

1. J.J. Chou and D.C. H. Yang, "Command generation for three axis CNC machining," *J. of Eng. for Industry*, Vol.113, pp. 305-310, 1991.
2. J.J. Chou and D.C. H. Yang, "On the generation of coordinated motion of five-axis CNC/CMM machine," *J. of Eng. for Industry*, Vol.114, pp. 15-22, 1992.
3. J.T. Huang and Daniel C.H. Yang, "A generalized interpolator for command generation of parametric curves in computer-controlled machines," *Japan/ USA Symposium on Flexible Automation*, Vol.1, ASME, pp. 393-399, 1992.
4. M. Shpitalni, Y. Koren and C.C. Lo, "Realtime curve interpolators," *Computer-Aided Design*, Vol. 26, No.11, pp.832-838, 1994.
5. Daniel C.H. Yang and Tom Kong, "Parametric interpolator versus linear interpolator for precision CNC machining," *Computer-Aided Design*, Vol. 26, No.3, pp.225-234, 1994.
6. Dimitris Kiritsis, "High precision interpolation algorithm for 3D parametric curve generation," *Computer-Aided Design*, Vol 26, No.11, pp.850-856, 1994.
7. Chih-Ching Lo, "A new approach to CNC tool path generation," *Computer-Aided Design*, Vol. 30, No.8, pp.649-655, 1998.
8. Q.G. Zhang and R.B. Greenway, "Development and implementation of a NURBS curve motion interpolator," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol.14, pp.27-36, 1998.
9. Rpbert G. Hillaire, Louis A. Marchetti and Paul K. Wright, "Geometry for precision manufacturing on an open architecture machine tool (MOSAIC-PC)," *Prec. Of the ASME Manuf. Sci. and Eng. Division, MED-Vol.8*, pp.605-610, 1998.
10. S.S. Yeh and P.L. Hsu, "The speed-controlled interpolator for machining parametric curves," *Computer-Aided Design*, Vol 31, pp.349-357, 1999.
11. Fu-Chung Wang and P.K. Wright, "Open Architecture controllers for machine tools, part2: A real time quintic spline interpolator," *J. of Manufacturing Science and Engineering, Trans. of the ASME*, Vol.120, pp.425-424, 1998.
12. F.C. Wang, P.K. Wright, S.A. Barsky, and D.C.H. Yang, "Approximately arc-length parameterized  $C^3$  quintic interpolatory splines," *J. of Mechanical Design, Trans. of the ASME*, Vol .121, pp.430-439, 1999.
13. Volker Kreidler, "5-axis high speed NURBS-machining on a new parallel kinematic-machine," *Int. Conf. on Sculptured Surface Machining*, 1998
14. 김선호, "개방형 CNC 의 연구동향 및 가공 시스템에의 적용," 14th CNC controller workshop, pp.119-149, 1999.
15. Byoung k. Choi and Robert B. Jerard, "Sculptured surface machining-Theory and applications," Kluwer Academic Publishers, pp.19-52, 1997.