

효율적인 절점 배치를 이용한 박막층을 갖는 해석모델의 자동요소분할

박 호 근*, 김 형 석*, 정 태 경**, 최 경***

soonchunhyang 대학교 정보기술공학부*, 중앙대학교 전자전기공학부**, 강원대학교 전자공학과***

An Automatic Mesh Generator for Abrupt Region Modeling Using Efficient Node Placements

Hyo-Geun Park*, Hyeong-Seok Kim*, Tae-Koung Jung**, Kyung Choi***

Soonchunhyang University*, Chungang University**, Kangwon University***

Abstract - An efficient automatic mesh generator suitable for the harsh model, which contains abrupt regions and thin layers, is implemented. It adopts two kinds of node placement scheme. In the beginning, the initial nodes on the boundary are generated automatically by an efficient boundary node generation scheme. And then the inner nodes are placed using nodal spacing value technique repeatedly from the initial mesh to final mesh. The effectiveness of the proposed technique is verified by a thin film micro-strip line modeling, where the final mesh contains no sliver elements.

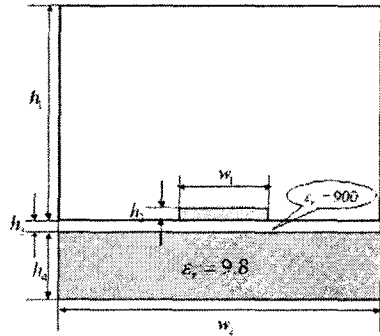


그림 1. 박막층을 갖는 해석모델

1. 서 론

초고주파대역의 소자를 해석하고 설계하는데 있어서 소자들의 임피던스 값을 계산하는 것이 중요하다. 이동통신이 발달하면서 RF소자에서도 소자의 크기를 소형화 시키고 동시에 집적화 시키기 위한 방법으로 MMIC, RFIC와 같은 형태로 발전되어 가고 있다.

본 논문에서는 박막층을 갖는 초고주파 대역의 소자를 설계하기 위해서 설계 파라미터를 추출하기 위해 2차원 유한 요소법 [1]을 활용하였다. 물론 AnSoft사의 HFSS와 같은 3차원 전자계 해석 소프트웨어를 사용하여 설계시 필요한 설계 파라미터를 구할 수 있지만 3차원 해석 프로그램이기 때문에 구하고자 하는 설계 파라미터의 임피던스 값을 구하는 적용방법이 다소 불편하고 요소의 절도 좋지 않고 요소의 양도 많아진다. 본 논문에서는 2차원 유한요소법을 이용하여 박막층을 갖는 해석모델의 설계 파라미터를 구하기 위해서 효율적인 유한요소를 생성할 수 있는 자동요소 분할방법을 제시하고자 한다.

2. 본 론

2.1 박막층을 갖는 해석모델의 유한요소생성

유한 요소해석에서 쓰이는 삼각형 요소수의 증가는 시스템 방정식 계산 시간을 증가시킨다. 그러나 최근 컴퓨터 성능의 향상으로 삼각형 요소 생성시에 걸리는 시간은 유한요소해석을 계산하는 시간에 비하여 그 비율이 상대적으로 무시할 만 하다. 그러나 초기에 생성되는 삼각형 요소의 형상과 분포는 해의 정확도에 영향을 미친다 [2]. 따라서 해석 모델을 등변에 가까운 요소를 생성하는 것이 요소분할 속도를 개선하는 것 만큼 중요하게 되었다.

본 논문에서도 그림 1. 모델 ($w_1 = 341 \mu m, w_2 = 2341 \mu m, h_1 = 1499.2 \mu m, h_2 = 2 \mu m, h_3 = 0.8 \mu m, h_4 = 500 \mu m$)처럼 강유전체를 가진 박막층이 있는 마이크로스트립 선로를 유한요소법을 이용하여 효율적으로 해석하기 위해서 본 논문에서는 개선된 요소망 생성방법을 제안한다.

2.2. 기본요소생성

2.2.1. 효율적인 절점배치

2차원 평면에서의 Delaunay 분할 이론을 적용하여 해석영역을 경계의 점으로 표현한다. 이 절점에 의해서 발생하는 삼각형 요소가 질이 좋은 삼각형 요소로 분할하기 위해서는 절점의 위치를 효율적으로 배치 [3]하여야 한다. 본 논문에서처럼 박막층을 가진 해석모델의 경우 절점의 배치를 효과적으로 선택하지 못한다면 요소의 질이 매우 안좋은 요소가 발생할 것이다. 따라서 절점의 효율적인 배치를 위해서 그림 2.의 흐름도를 적용하였다.

그림 2.의 흐름도는 3단계로 되어 있다. 1단계는 점선 부분으로 세그먼트 선의 개수를 결정하는 거리 (d)를 구한다. 해석모델의 선들 (DLi)중 가장 긴선 ($Max-length$)을 저장하기 위해서 해석모델의 선의개수 (DLN)만큼 검색하여서 거리 (d)를 구한다.

$$d = \frac{Max-length}{ND} \quad (2.1)$$

식 (2.1)에서 ND 는 임의로 선택할 수 있는 변수로서 본 해석모델에서는 30개로 설정하였다.

2단계는 일점채선 부분으로 해석모델의 선 (DLi)을 (DLN)만큼 검색하면서 각 (DLi)선들로부터 세그먼트선들 (SLi)을 세그먼트 선의개수 (SL)의 개수로 등간격만큼 생성하였다.

3단계는 이점채선 부분으로 세그먼트선 (SLi)들중 이웃한 세그먼트선들의 최소 길이 ($Min-length$)을 구해서 세그먼트선과 최소길이의 비가 2배이상이면 세그먼트선 중점에 절점을 발생시켜 세그먼트선을 2개로 나누었다. 3단계에서는 (SLN)만큼 반복하면서 세그먼트선의 길이

와 ($Min-length$)의 비가 2배이상이 될 때까지 세그먼트선 (SL_i)을 생성하였다.

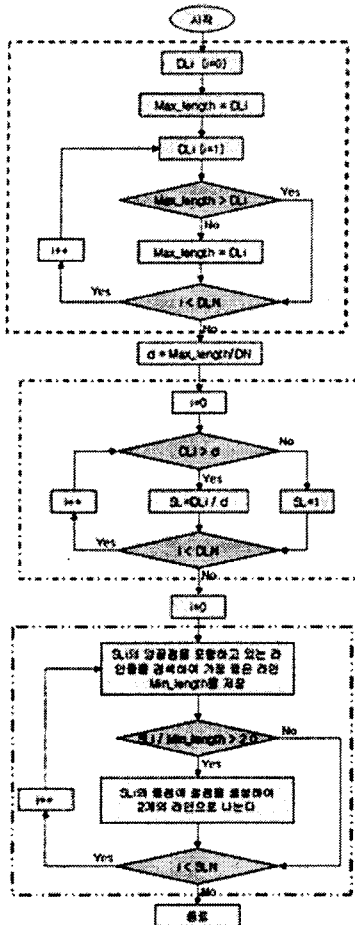


그림 2. 효율적인 절점배치의 흐름도

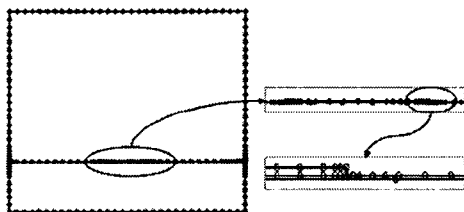


그림 3. 효율적인 절점배치를 적용한 해석모델

그림 3은 그림 2의 흐름도를 적용시킨 해석모델의 절점 배치 모양이다.

2.2.2 기본요소생성

Delaunay 삼각화 분할이론을 적용하는 방법에는 3가지가 있다. 첫 번째로 절점 발생시 요소안에 발생하는 경우, 두 번째로 절점 발생시 요소의 밖이면서 요소의 외심 원안에 발생하는 경우, 세 번째로 절점 발생시 요소의 밖이면서 요소의 외심 원 안에 포함되어 있지 않은 경우이다. 본 논문에서는 절점 발생시 속도개선을 위해서 절점

이 요소의 밖에 생기는 부분을 고려하지 않는 방법을 적용하기 위해 모델설계시 데이터의 한계치를 계산하여 미리 2개의 요소를 생성해 놓고 그안에 모델 설계시 발생하는 경계절점을 이용하여 요소를 분할하였다. 분할된 요소망에서 해석모델의 외부에 생긴 요소들은 검색하여 외부에 발생된 요소를 삭제하는 방식을 이용하여 내부점 발생을 위한 기본요소망을 생성하였다.

2.3. 자동요소생성

2.3.1 자동요소생성을 위한 내부점 생성

한 쪽각이 작은 뾰족한 모양을 가진 삼각형 요소가 있을 때 각이 작은 쪽 가까이 점을 발생하면 점점 더 요소의 질이 떨어지고 짧은 선쪽 가까이에 짧은 선과 비슷한 길이의 위치에 점을 발생하면 요소의 모양을 개선할 수 있다. 즉 요소를 형성하는 선의 길이와 요소의 질은 관계가 있으므로 내부 점 발생의 근거로 삼을 수 있다.

기본요소망에서의 각각의 요소는 세개의 경계절점 (x_i, x_j, x_k)으로 표현할 수 있고 효율적인 내부점을 생성하기 위해서 각각의 요소에 내부점 생성여부를 확인해야 한다. 내부점 생성여부를 확인하기 위해서 내부점 발생의 근거자료를 저장하기 위한 변수값 $P(x)$ 을 경계절점에 선언하였다. 각각의 절점에 선언된 변수 $P(x)$ 는 각각의 절점마다 절점을 공유하고 있는 선들을 모두 찾아서 찾은 선이 해석모델을 형성하는 선이면 그 선의 길이를 모두 더한 다음에 그 경계절점을 공유한 선의 개수로 나눈 값을 절점변수 $P(x)$ 에 저장한다. 기본 요소망에서 형성된 삼각형 요소를 $K = x_i, x_j, x_k$ 로 정의 하고, 요소의 내부점 판단 여부를 결정하기 위해서 요소를 이루고 있는 세 점의 (x_i, x_j, x_k)의 $P(x_i), P(x_j), P(x_k)$ 값을 기하평균을 이용하여 구하였다. 요소에 저장되는 $P(x)$ 의 기하평균의 값은 식(2.2)로 표현된다.

$$VS(K) = [P(x_i)P(x_j)P(x_k)]^{1/3} \quad (2.2)$$

요소 (K)를 이루는 세 점 (x_i, x_j, x_k)의 좌표값을 (α_1, β_1), (α_2, β_2), (α_3, β_3)이라면

$$|det(K)| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \end{vmatrix} \quad (2.3)$$

$$\text{삼각형 요소의 면적} = \frac{|det(K)|}{2!} \quad (2.4)$$

$$(\text{요소의 면적}) > [VS(K)]^2 \quad (2.5)$$

내부점 발생조건은 식 (2.5)의 조건이 만족하지 않을 때까지 내부점을 발생하도록 하였으며 식(2.5)보다 크게 되는 요소가 발생된다면 그 요소에 내부점을 생성하도록 하여 요소를 분할하도록 하였다.

내부점의 생성 위치 $Y(\alpha_4, \beta_4)$ 는

$$\alpha_4 = \frac{\alpha_1 * (P(x_j) + P(x_k)) + \alpha_2 * (P(x_i) + P(x_k)) + \alpha_3 * (P(x_i) + P(x_j))}{2 * ((P(x_i) + P(x_j) + P(x_k)))}$$

$$\beta_4 = \frac{\beta_1 * (P(x_j) + P(x_k)) + \beta_2 * (P(x_i) + P(x_k)) + \beta_3 * (P(x_i) + P(x_j))}{2 * ((P(x_i) + P(x_j) + P(x_k)))} \quad (2.6)$$

식(2.6)에 의해서 내부점 발생 위치를 결정할 수 있고 발생된 점 Y 에는 내부점 발생의 자료가 되는 $P(x)$ 값에 $VS(K)$ 을 저장하였다.

2.3.2 요소형상을 이용한 효율적인 내부점 생성

위에서 제시한 내부점 발생 방법으로 형성된 요소망으로부터 보다 효율적인 요소를 생성하고자 그림 4.의 흐름도를 적용하였다. 그림 4.의 흐름도는 요소의 형상을 이용한 방법으로 요소의 외접원과 내접원의 반지름의 비율 이용하여 요소의 질을 판단하여 내부점을 생성하였다.

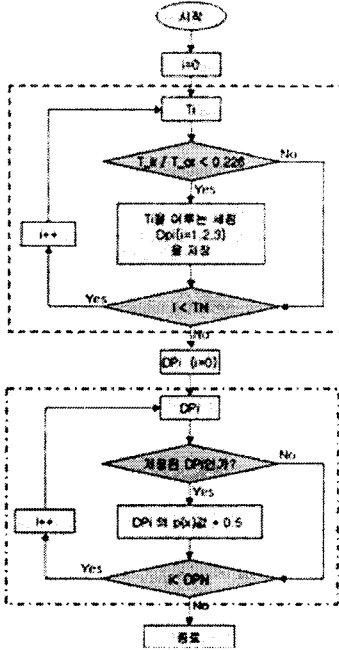


그림 4. 요소형상을 이용한 효율적인 내부점 발생의 흐름도

그림 4.의 흐름도에서는 삼각형 요소형 형상의 질을 판단하는 부분과 내부점을 다시 발생시키도록 하기 위해 절점의 (P_x)값에 스케일비를 곱하도록 되어 있다. 삼각형 요소 (T_i)에 외접원과 내접원의 반지름의 비 (T_i/O_i)가 0.226보다 작은 삼각형, 즉 삼각형을 이루는 한각이 15° 이하가 되는 삼각형 요소 세점 (DP_i)을 저장하여 (DP_i)의 (P_x)값에 0.5만큼의 스케일을 곱하여 식 (2.5)의 조건이 만족하지 않을 때까지 내부점을 발생하도록 하였다.

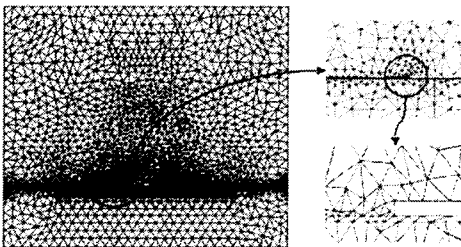


그림 5. 요소 형상을 이용하여 효율적인 내부점을 발생한 후의 요소망

그림 4.의 흐름도를 적용시킨 요소망이 그림 5.이다. 표 1.은 삼각형 요소의 한각이 15° 이하, $15^\circ \sim 30^\circ$, $30^\circ \sim 60^\circ$ 일때의 각각의 요소의 개수와 전체 요소

에 대한 각 각도의 요소비율이다. (1)은 그림 5의 흐름도를 적용하기 전의 삼각형 요소의 분포이고 (2)는 그림 5의 흐름도를 적용한 후 삼각형 요소의 분포이다.

표 1. 그림 4.의 흐름도를 적용 전·후의 요소수와 비율 비교

		15° 이하	15° ~ 30°	30° ~ 60°	전체요소수
요소수 (개)	(1)	928	1144	3633	5705
	(2)	529	3800	7276	11605
비율 (%)	(1)	16.27	20.05	63.68	100
	(2)	4.56	32.74	62.70	100

전체 요소에 비해 요소형상의 질이 나쁜 요소가 많이 개선되었음을 표 1.을 통해서 알 수 있다.

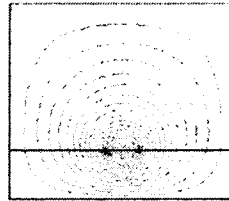


그림 6. 등전위선 분포

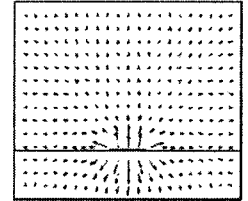


그림 7. 전계세기 분포

그림 6.과 그림 7.은 본 논문에서 제시한 방법을 적용하여 유한요소계산 후 얻은 등전위선 분포와 전계세기 분포 형상이다.

3. 결 론

본 논문에서는 박막 구조의 정확한 계산을 위해 해석 대상의 이산화를 위한 요소의 효율적 생성 방법으로 절점의 효율적인 배치와 요소 형상을 이용한 삼각형의 외접원의 반지름과 내접원의 반지름의 비를 이용하여 내부점을 발생하여 요소형상의 질을 높였다. 본 논문에서 제시한 방법은 박막 구조와 같은 상대적인 극한의 영역을 가진 해석모델을 유한요소계산을 이용하여 해석 및 설계하기 위해 삼각형 요소의 형상을 향상시킴으로써 초고주파사자의 유한요소해석 결과의 정확도를 개선할 수 있을 것으로 사료된다.

(참 고 문 헌)

- [1] A. J. Davies, The Finite Element Method : A First Approach, CLARENDON, OXFORD 1989
- [2] M. C. Rivara, "algorithm for refining triangular grids suitable for adaptive and multigrid techniques", Int. J. Num. Methods Eng., Vol. 20, pp.441-450, 1984
- [3] William H. Frey, "Selective refinement : A new strategy for automatic node placement in graded triangular meshes", Int. J. Num. Methods Eng., Vol. 24, pp.2183-2200, 1987

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구 (2000-1-30200-009-3)지원으로 수행되었음.