

무중력 상태하의 밀폐 용기 내에서 g-jitter에 의한 자연 대류

김기현*. 현재민**. 곽호상***

Natural Convection Induced by g-jitter in an Enclosure under Null Gravity

Ki Hyun Kim, Jae Min Hyun and Ho Sang Kwak

Key Words : Natural Convection(자연 대류), Square Cavity(정사각형 용기), g-jitter(중력진동), Rayleigh number(레이리 수), Null gravity(무중력)

Abstract

Comprehensive numerical computations are made of side-heated square cavity which is exposed to zero mean g-jitter. Numerical solutions are acquired to the governing two-dimensional Navier-Stokes equations for a Boussinesq fluid. When the system is exposed to pure sinusoidal g-jitter inclined to the vertical axis, in spite of zero mean gravity there exist non zero net flow fields[8]. The resonance phenomenon are observed in moderate Rayleigh number. And, by comprehensive numerical work, unlike[5], it is found that they are related with the overshoot phenomenon of the sudden gravity up problem.

	기호설명
F, f	non-dimensional and dimensional frequency of the g-jitter
g_0	the amplitude of g-jitter
H, L	height and width of the square cavity
$Nu(t)$	instantaneous Nusselt number at the vertical mid-plane $x=0.5$
P, p	non-dimensional and dimensional pressure
Pr	Prandtl number, $Pr = \nu/\kappa$
Ra	Rayleigh number, $Ra = g\alpha\Delta TL^3/\nu\kappa$
T^*	non-dimensional temperature
τ, t	non-dimensional and dimensional times
u, v	dimensional velocities in x and y
U, V	non-dimensional velocities in x and y
x, y	dimensional horizontal and vertical axes
X, Y	non-dimensional horizontal and vertical axes
α	volumetric expansion coefficient
ΔT	mean temperature difference between the hot and cold side-walls
θ	angle of the g-jitter inclined to vertical axis

χ	thermal diffusivity
F_r	resonance frequency
τ_p	a period of g-jitter

1. 서 론

측벽의 온도차가 존재하는 밀폐용기에서 다양한 경계 조건에 의한 자연 대류현상은 지금까지 심도 있게 다루어져 왔다[1-8]. 특히 최근에는 항공 우주 산업의 발달로 미소 중력 하에서의 자연 대류 현상이 많은 관심을 받고 있다.

Space shuttle에서 경험 할 수 있는 미소 중력 환경에서는 중력이 존재하는 지상에서는 구현 할 수 없는 다양한 실험과 높은 품질의 material processing 이 가능함이 알려졌다. 하지만, 실제 shuttle 내부는 승무원의 활동이나 shuttle 위치제어를 위한 노즐분사등에 의해 완전한 Null gravity 상황이 아닌 외부에서 주기적인 힘을 받는 g-jitter 환경에 놓여져 있다. 따라서 본 연구에서는 무중력 상태에서의 g-jitter가 시스템의 유동장 및 온도장 변화에 어떠한 영향을 미치는지 알아 보고자 한다.

Kim et. al.[5]은 측벽의 온도차가 존재하는 밀폐 용기에 주기적인 기계적 가진을 가하는 경우에 대해 연구하였다. 이들은 가진력이 mean gravity에

* 한국과학기술원 기계공학과

** 한국과학기술원 기계공학과

*** 금오공과대학교 기계공학과

비해 충분히 작은 경우에 대해 연구 하였는데 가진력의 주파수 영향을 살펴본 결과 특정 주파수 영역에서 열 전달율 진폭이 최대가 되는 공진 현상을 확인 하였고 이것은 [2]와 마찬가지로 외부 가진력이 시스템의 internal gravity 진동 모드를 자극하여 발생함을 보였다.

Schneider & Straub[6]는 밀폐된 실린더 용기에 기계적 가진을 가하는 것에 대해 가진 주파수의 영향을 살펴 보았다. Nauman[7]은 측벽의 온도차가 존재하는 밀폐 사각용기에 여러 가지 형태로 기계적 가진을 가하는 것에 대해 해석적 방법을 사용하여 연구하였다. Matsunaga et. al.[8]은 Nauman[7]의 연구를 바탕으로 무중력 상태 하에 수직벽에 기울어진 형태로 기계적 가진을 가하는 경우에 대해 연구 하였다. 이들은 한 주기동안의 평균 gravity 가 0 임에도 불구하고 기울어진 형태로 가진을 할 경우 평균 유동이 존재함을 보였고 적절한 물리적 해석을 이용하여 원인을 설명하였다. 하지만 이들의 연구는 전체적으로 전도 열전달 특성을 가지는 low aspect ratio 와 low Rayleigh 수에서 행해진 것으로 그 적용에 한계가 있다.

따라서 본 연구에서는 Matsunaga et. al.[8] 연구에서 가진력의 Rayleigh 수를 증가시켜 대류 현상이 활발해질 때의 시스템 변화에 대해 살펴 보도록 하겠다.

2. 수치해석

정사각형 용기 안에 비압축성 Boussinesq 유체가 가득 차 있고 용기의 윗벽과 아랫벽은 단열 되어 있다. 초기에는 중력이 0 인 상태에서 용기의 좌측 벽은 T_h , 우측벽은 T_c 로 온도가 일정하게 유지되고 ($T_c < T_h$) 있어 전체적으로 전도 연전달 특성을 나타낸다. 본 연구에서는 이러한 기본 상태의 시스템에 그림 1 과 같이 임의의 방향으로 주기적인 기계적 가진을 가할 경우에 대해 시스템의 유동 및 열전달 특성을 논의할 것이다.

시스템에 가하는 기계적 가진($\mathbf{g}(t)$)은 연속적인 정현파(Series sinusoidal wave) 형태로 가해지며 아래의 식과 같이 표현된다.

$$\mathbf{g}(t) = g_0 (\cos \theta \sin(ft) \mathbf{i} + \sin \theta \sin(ft) \mathbf{j}) \quad (1)$$

유동장과 온도장은 비정상 Boussinesq Navier-Stokes 방정식에 의해 지배되고, 무차원화된 형태는 다음과 같다.

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} (U^2) + \frac{\partial}{\partial Y} (UV) = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{Ra}{Pr} \cdot T^* \cdot \cos \theta \cdot \sin(2\pi ft) + \nabla^2 U \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} (VU) + \frac{\partial}{\partial Y} (V^2) = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{Ra}{Pr} \cdot T^* \cdot \sin \theta \cdot \sin(2\pi ft) + \nabla^2 V \quad (3)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} (UT^*) + \frac{\partial}{\partial Y} (VT^*) = \left(\frac{1}{Pr} \right) \nabla^2 T^* \quad (4)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (5)$$

시스템의 경계조건은 다음과 같다.

$$U = V = \partial T^* / \partial Y = 0 \text{ at } Y = 0, 1 \quad (6)$$

$$U = V = 0 \text{ at } X = 0, 1 \quad (7)$$

$$T^* = 1 \text{ at } X = 0; T^* = 0 \text{ at } X = 1 \quad (8)$$

사용된 무차원 변수는 다음과 같이 정의된다.

$$(U, V) = (u, v) \frac{H}{\nu}, \tau = t \frac{\nu}{H^2}, P = \frac{(p + \rho gy)H^2}{\rho \nu^2},$$

$$(X, Y) = (x, y) / H, T^* = \frac{(T - T_c)}{(T_h - T_c)}$$

SIMPLER algorithm(Patankar[9])과 QUICK scheme (Hayase et.al[10])을 사용하여 주어진 방정식을 풀었다. 격자계는 충분한 테스트를 통하여 61×61 엇갈림 격자계를 사용하였으며 비균등 격자계를 사용하여 모든 경계층 내에 5개 이상의 격자점이 포함되게 하였다. θ 가 $\pi/2, \pi/4$ 인 경우에 대해 계산하였고 Prandtl 수는 0.7로 고정하였다. Rayleigh 수는 $10^2 \sim 10^4$ 의 값을 사용하였다. 각 시간마다의 수렴 조건은 유동장과 속도장의 최대 상대 변화율이 10^{-4} 이하로 하였고 한 주기 동안의 용기의 세 지점($X=0, X=0.5, X=1$)에서 평균 Nusselt 수의 상대 오차가 1퍼센트 이하가 될 때 까지 충분히 긴 시간을 계산 하여 Quasi-periodic 정상상태의 값을 얻었다.

임의의 지점 $X=a$ 에서의 Nusselt-number은 아래와 같이 정의 했다.

$$Nu(\tau)_{x=a} = \int_0^1 \left[UT^* \Pr - \frac{\partial T^*}{\partial X} \right]_{x=a} dy \quad (9)$$

3. 결과

그림 2는 $Ra=10^3$, $\theta=\pi/4$ 일 때 저주파 및 고주파 가진에서의 한 주기 동안 평균 유동장을 나타낸 것이다. 식 (1)과 같이 한 주기동안 평균 중력이 0 임에도 불구하고 그림에서처럼 평균 유동이 관찰되고 있고 저주파수와 고주파수에서 그 유동 방향이 다름을 알 수 있다. 이러한 현상은 이미 Matsunaga et.al.[8]에 의해 관찰된 것으로 이들은 저주파수에서 중력이 고온벽으로 향할 경우 시스템이 불안정해져 유동이 활성화 되고 반대로 차가운 벽으로 향할 경우 유동이 안정화되어 평균적으로 시계방향의 유동장이 생긴다고 보았다. 그리고 고주파수 일 때는 가진력과 온도장 사이에서 위상차가 발생하여 유동 방향이 역전된다고 설명하였다. 그림 3을 보면 중력에 대한 유동장 및 온도장의 위상차를 잘 알 수 있다. 저주파수 일 때는 유동장 및 온도장의 위상이 중력장과 거의 일치하는 sinusoidal wave를 보이지만 고주파수 일 때는 각각 약 $\pi/2$, π 정도의 위상차가 나타난다.

그러나 Matsunaga et.al.[8]의 유동의 안정성 개념만을 이용한 non-zero 평균 유동장 존재의 설명은 다소 미흡한 점이 있다. 즉, 시스템이 불안정한 상태에서 어떠한 유동상태를 유발하려면 극복해야 할 최소한의 물리량 값이 존재하며 그 값 이하에서는 유동이 발생하지 않는다. 본 연구에서 뜨거운 벽으로 중력이 향할 경우 시스템이 불안정해져 Benard convection 형태의 유동이 발생하게 되나 Matsunaga et.al.[8]가 사용한 값은 $Ra \sim O(100)$ 정도로 Benard convection을 발생 시키기에는 작은 값을 사용하였고 심지어 $Ra \sim O(10)$ 인 경우에서도 non-zero 평균 유동장이 관찰되고 있어 좀더 보완된 접근법이 요구된다.

따라서 본 연구에서는 그림 4와 같이 운동학적인 접근을 시도하였다. 그림 4-(a-1)의 왼쪽 그림은 저주파수에서 $0 < \tau/\tau_p < 0.5$ 일 때의 평균적인 온도장을 나타낸 것이다. 이때 중력은 용기의 왼쪽 아래 모서리를 향하고 있어 g_x 에 의해 뜨거운 벽에서는 $+Y$ 방향으로, 차가운 벽에서는 $-Y$ 방향으로 유동이 발생하여 시계방향 유동장을 형성된다. 이 유동에 의해 용기 중앙 윗부분에서는 온도장이 차가운 벽쪽으로, 용기 중앙 아랫 부분에서는 뜨거운 벽쪽으로 온도장이 기울어 지게 되어 평균적으로 용기 윗부분은 상대적 고온을 용기 아랫부분은 상대적 저온을 유지하게 된다. 이와 같이 g_y 에 의한 부력에 의해 윗 벽과 아랫 벽의 온도차가 발생하고 이러한 시스템에 용기 왼쪽 방향으로 g_x 를

작용 시키면 이 힘에 의해 용기 윗부분에서는 $+X$ 방향으로 용기 아랫 부분에서는 $-X$ 방향으로 부력이 발생하게 되어 g_y 에 의해 발생한 시계 방향 유동을 더욱 강화 시킨다. 이러한 운동학적 관계는 그림 4-(a-1)의 오른쪽 그림에 잘 나타나 있다. $0.5 < \tau/\tau_p < 1.0$ 일 때에는 그림 4-(a-2)와 같이 중력이 용기의 오른쪽 윗부분의 모서리로 향하게 되고 g_x 에 의해 반시계 방향의 유동이 발생한다. 이 유동에 의하여 앞 경우와는 반대로 용기 중앙 윗부분에서는 상대적 저온을, 아랫 부분에서는 상대적 고온을 유지하게 되어 g_x 가 시계방향의 유동을 유도하게 된다. 따라서 이 경우 전체적으로 g_y 에 의해 발생한 반시계 방향 유동을 g_x 가 약화 시키게 된다. 이는 저주파수 일 때는 그림 2-(a)과 같이 평균적으로 시계방향 유동이 나타남을 의미한다. 그러나 고주파수일 때는 온도장과 중력장 사이에서 위상차가 발생하여 저주파수 일 때와는 다른 경향이 나타난다. 그림 3-(b)를 살펴보면 온도장과 중력장이 약 π 정도의 위상차를 가지고 있음을 알 수 있다. 즉, 고주파수에서 $0 < \tau/\tau_p < 0.5$ 일 때는 위상차에 의해 저주파수의 경우와는 반대로 용기 윗부분은 상대적 저온을, 용기 아랫부분은 상대적 고온을 유지하게 되어 g_x 가 g_y 의 시계 방향 유동을 방해하게 되고 $0.5 < \tau/\tau_p < 1.0$ 에는 g_x 가 g_y 의 반시계 방향 유동을 강화하게 되어 전체적으로 반시계 방향 유동이 발생하게 된다. 이러한 운동학적 경향은 그림 4-(b)에 잘 나타나 있다.

그림 5-(a)는 $Ra=10^3, 10^4$ 일 때 임의의 주파수에서 한 주기 동안의 열전달율 변화를 비교한 것이다. $Ra=10^3$ 일 때는 $Nu \approx 1$ 로 써 전도에 의한 열전달 특성을 보여주고 있으며 $Ra=10^4$ 에서는 대류 현상이 활발해져 열전달율이 증가함을 볼 수 있다. 이때 각 Rayleigh 수에서 가진력의 주파수 영향을 살펴보면 $Ra=10^3$ 에서는 주파수가 증가 할수록 그 진폭이 감소하고 있는 반면 $Ra=10^4$ 에서는 특정 주파수에서 최대 열전달율이 증가는 현상을 볼 수 있다. 이러한 현상은 5-(b)에 잘 나타나 있다. 그림에서 $Ra=10^3$ 에서는 최대 열전달율이 주파수 영향을 거의 받지 않으나 $Ra=10^4$ 에서는 특정 주파수 영역에서 한 주기 동안의 최대 열전달율이 증가하는 공진현상을 확인 할 수 있다. 즉, 전도에 의해 열전달이 지배될 때는 공진이 나타나지 않다가 대류 영향이 증가하면서 새로운 공진 모드가 발생하고 있다.

이러한 공진모드의 해석을 위해 본 연구에서는 $\theta=\pi/2$ 인, y 방향의 가진력만 존재하는 보다 간단한 경우에 대해 살펴보았다. 그림 6은 $\theta=\pi/2$ 일 때

가진력의 Rayleigh 수 및 주파수가 최대 열전달율에 미치는 영향을 도시한 것이다. 그림 5와 마찬가지로 Rayleigh 수가 증가함에 따라 공진현상이 뚜렷해짐을 확인 할 수 있다. 이러한 공진 현상의 해석을 위해 한 주기 동안의 온도장 변화를 그림 7에 도시하였다. 그림 7을 살펴보면 본 연구에서 다루고 있는 문제가 기본 유동장이 $Ra = 0$ 인 경우 이므로 중력의 방향이 바뀌면서 온도장의 성층화가 역전되는 현상을 볼 수 있다. 중력이 발달하기 시작하는 $\tau/\tau_p=0.0$, $\tau/\tau_p=0.5$ 을 살펴 보면 등온선이 X 축에 수직을 이루고 있다가 중력이 증가함에 따라 유동장의 발달로 등온선이 기울어 지고 있는데 이는 g-jitter에서 중력이 발달하기 시작할 때($0.0 < \tau/\tau_p < 0.25$, $0.5 < \tau/\tau_p < 0.75$)의 유동장 및 온도장 변화가 그림 8-(b)와 같이 중력이 0인 상태에서 갑자기 중력이 발생하는 Sudden gravity up의 경우와 상당히 유사함을 의미한다. 그림 9는 Sudden gravity up에서 천이 상태의 열전달율 변화를 도시 한 것이다. Rayleigh 수가 작을 때($Ra = 10^2, 10^3$) 어떠한 overshoot 현상 없이 $Nu=1$ 인 전도 열전달 특성을 보이나, Rayleigh 수가 증가함에($Ra = 5 \times 10^3, 10^4$) 따라 뚜렷한 overshoot 현상을 확인 할 수 있다. 이러한 Sudden gravity up에서의 overshoot 현상의 존재 유무는 g-jitter 문제에서 High Rayleigh 수에서만 공진이 나타나는 현상과 밀접한 관계가 있다. 즉, High Rayleigh 수일 때 g-jitter에서 중력이 발달하는 time scale($\tau_p/4$)이 Sudden gravity up에서 정상상태에 도달하는 time scale과 유사하다면 g-jitter에서 최대 열전달율은 Sudden gravity up의 정상상태 열전달율과 유사할 것이며, 만일 중력이 발달하는 time scale($\tau_p/4$)이 Sudden gravity up에서 overshoot 현상이 발생하는 time scale과 유사하다면 최대 열전달율은 Sudden gravity up의 overshoot이 발생할 때의 열전달율과 유사할 것이다. 이러한 원인으로 인해 High Rayleigh 수에서는 공진이 관찰되고 Sudden gravity up에서 overshoot 현상이 존재하지 않는 Low Rayleigh 수에서 공진이 나타나지 않게 된다. g-jitter와 Sudden gravity up에서 각 경우에 있어서 최대 열전달율 및 유동 강도 비교는 표 1에 잘 나타나 있다. 표에서와 같이 두 경우가 정량적으로 잘 일치함을 알 수 있다. 그림 10은 Sudden gravity up에서 정상상태와 overshoot 상태에서의 유동장 및 온도장과 모습과 g-jitter에서 저주파 및 공진주파수에서 최대 열전달율이 관찰될 때의 유동장 및 온도장을 비교한 것이다. 역시 표 1과 마찬가지로 서로 상당한 유사성을 보여주고 있다.

4. 결 론

지금까지 무중력 상태에 놓인 전도 열전달 특성을 가지는 밀폐용기에 임의의 방향으로 기계적 가진을 가하는 g-jitter 문제에 대해 논의해 보았다. 저 주파수 및 고 주파수에서의 한 주기 동안의 평균 유동장은 Matsunaga et.al.[8]의 결과와 정성적으로 일치함을 확인 하였고 운동학적인 방법을 이용하여 그 원인에 대해 설명하였다.

High Rayleigh 수 일 경우에는 Low Rayleigh 수에서 확인하지 못한 특정 주파수 영역에서 한 주기 동안의 최대 열전달율이 증가하는 공진 현상을 확인하였다. 그리고 면밀한 유동장 및 온도장의 해석을 통하여 이 공진현상이 Sudden gravity up에서의 overshoot이 발생하는 현상과 밀접함을 확인하였고 그 정량적인 유사성을 얻을 수 있었다.

참고문헌

- (1) J. L. Lage & A. Bejan, 1993, "The resonance of natural convection in an enclosure heated periodically from the side," *Int. J. Heat and Mass Transfer* Vol. 36, pp 2027-2038.
- (2) H. S. Kwak & J. M. Hyun , 1996, "Natural convection in an enclosure having a vertical a sidewall with time-varying temperature," *J. Fluid Mech*, Vol. 329, pp.65-88.
- (3) R. Iwatsu, J. M. Hyun & K. Kuwahara, 1992, "Convection in a differentially-heated square cavity with a torsionally-oscillating lid," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, vol 35, pp. 1069-1076.
- (4) W. S. Fu & W. J. Shieh, 1992, "A study of thermal convection in an enclosure induced simultaneous by gravity and vibration," *Int. J. Heat Transfer*, Vol. 35, pp.1695-1710.
- (5) K. H. Kim, J. M. Hyun & H. S. Kwak, 2001, "Buoyant convection in a side-heated cavity under gravity and oscillations," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, vol 44, pp. 857-861.
- (6) S. Schneider & J. Straub, 1989, "Influence of the Prandtl number on laminar natural convection in a cylinder caused by g-jitter," *J. Crystal Growth*, vol 97, pp 235-242.
- (7) R. J. Naumann, 2000, "An analytic model for transport from quasi-steady and periodic accelerations on spacecraft," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, vol 43, pp. 2917-2930.
- (8) K. Matsunaga, I. Ueno & H. Kawamura, "Natural convection in enclosed cavity under periodic gravity variation," *Proceeding of 4th KSME-JSME*, pp(3-271) – (3-276)

(9) S. V. Patankar, 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow," Hemisphere/McGraw-Hill, New York.

(10) T. Hayase, J. A. C. Humphrey, & R. Grief, 1992, "A consistently formulated QUICK scheme for fast and stable convergence using finite-volume iterative calculation procedures," *J. Fluid Mech.*, Vol. 98, pp. 108-118.

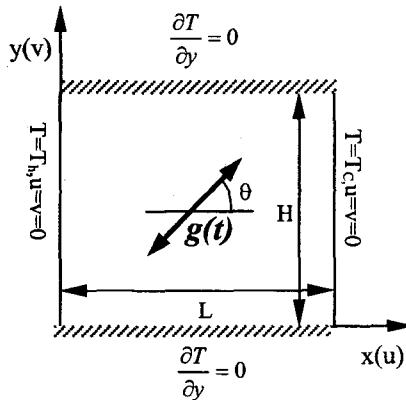


Fig 1. Schematic diagram of flow configuration.

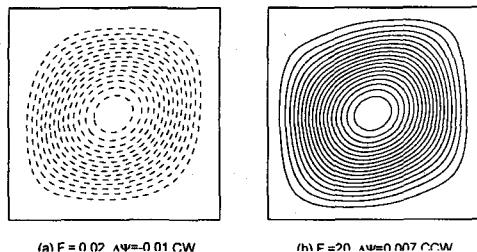


Fig 2. Averaged streamfunction for a cycle of g-jitter, $Ra=1000$.

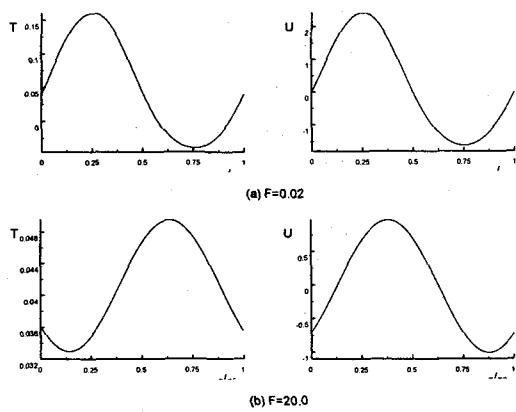


Fig 3. History of temperature and horizontal velocity variation at $(0.5, 0.91)$, $Ra=1000$.

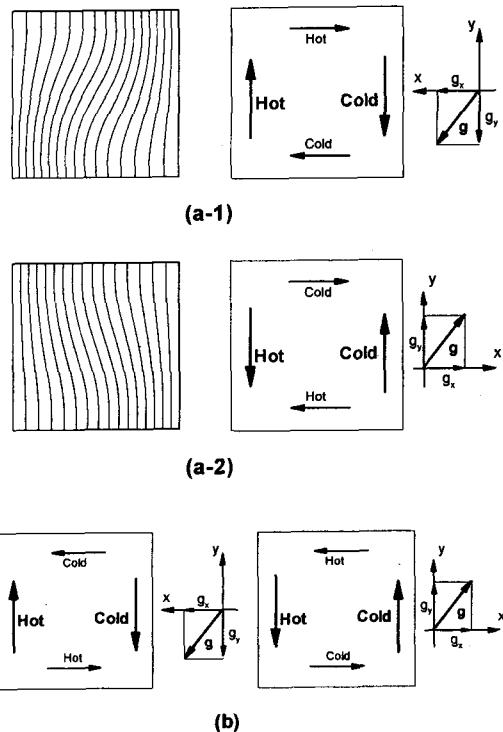


Fig 4. Temperature profiles and dynamic behaviors of the first and second half of cycle; (a) $F=0.02$ (b) $F=20.0$, $Ra=1000, \Delta T^*=0.0625$.

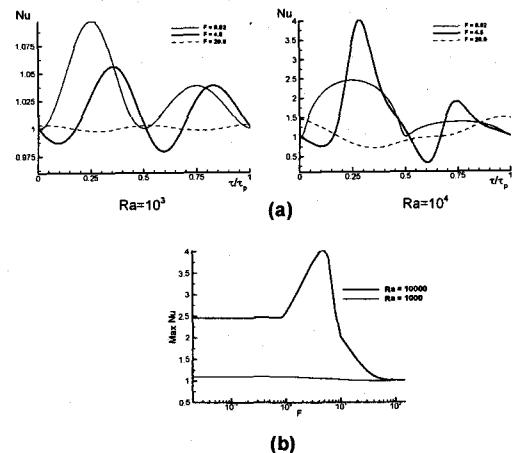


Fig 5. (a) History of $Nu(t)_{x=0.5}$ on various g-jitter frequencies. (b) Variations of Max. Nu vs F for various Rayleigh numbers, $\theta=\pi/4$.

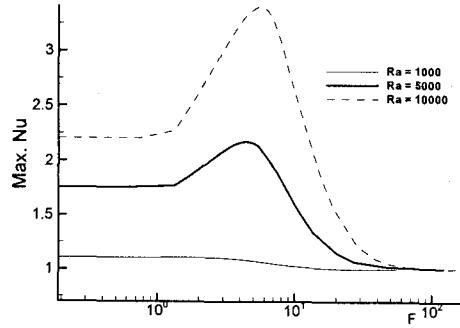


Fig 6. Variations of Max. Nu vs F for various Rayleigh numbers, $\theta=\pi/2$.

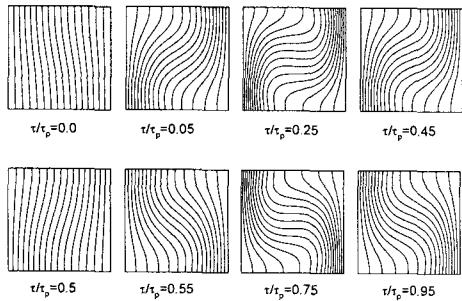


Fig 7. Development of temperature fields of g-jitter, $\Delta T^*=0.0625$.

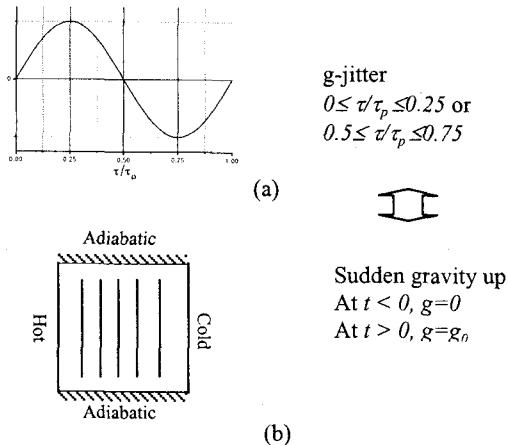


Fig 8. Comparisons of g-jitter and Sudden gravity up case.

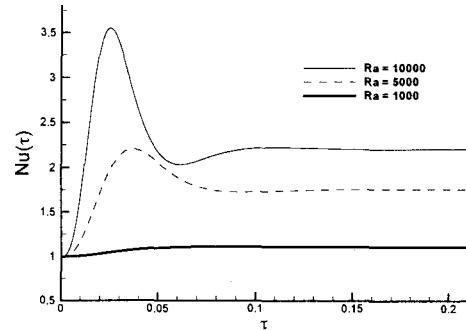


Fig 9. History of Nusselt number variations of the Sudden gravity up case.

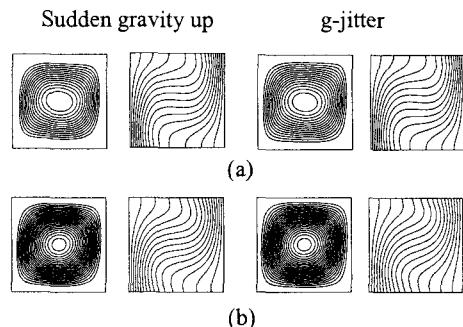


Fig 10. Stream functions and isotherm temperature fields of g-jitter and Sudden gravity up case. (a) Sudden gravity up-steady state; g-jitter- $\tau/\tau_p=0.25$, $F=0.02$. (b) Sudden gravity up-over shoot state; g-jitter- $\tau/\tau_p = 0.27$, $F=5.5$ (Resonance state). $Ra=10^4$, $\Delta\psi=0.0035$, $\Delta T^*=0.0625$.

		Ra = 5000		Ra = 10000	
		S. G. U	g-jitter	S. G. U	g-jitter
Low frequency (F=0.02) -Steady state	Max. ψ	0.06	0.06	0.0592	0.0592
	Max. Nu	1.75	1.7	2.203	2.2
Resonance Frequency (F=F _r) -Overshoot	Max. ψ	0.074	0.075	0.0861	0.0876
	Max. Nu	2.2	2.17 (F _r =4.4)	3.55	3.38 (F _r =5.5)

Table 1. Comparisons of numerical data of g-jitter and Sudden gravity up(S.G.U).