

# 정적 외연적 유한요소법을 이용한 비드공정해석

정 동 원\*

## The Analysis of Draw-bead Process by Using Static-explicit Finite Element Method

Jung Dong-Won\*

**Key Words:** Sheet Metal Forming Process(박판 성형공정), Restraining Force(구속력), Static-explicit Method(정적 외연적 방법), Convergence Problem(수렴성 문제), Non-linearity(비선형성)

### Abstract

In the sheet metal forming process, the drawbead is used to control the flow of material during the forming process. The drawbead provides proper restraining force to the material and prevents defects such as wrinkling or breakage. For these reasons, many studies for designing the effective drawbead have been conducted. For the analysis, the numerical method called the static-explicit finite element method was used. The finite element analysis code for this method has been developed and applied to the drawbead process problems. In result, convergence problem and computation time due to large non-linearity in the existing numerical analysis methods were no longer a critical problem. Furthermore, this approach could treat the contact friction problem easily by applying very small time intervals. It is expected that various results from the numerical analysis will give very useful information for the design of tools in sheet metal forming process.

### 1. 서 론

일반적인 박판 성형공정에는 성형과정 중에 일어날 수 있는 불안정 요소를 방지하기 위해서 Fig. 1과 같이 블랭크홀더로 재료를 잡아줌과 동시에 비드가 성형되는 공정이 수반된다. 이때, 재료에는 두께변화라든지 내부응력의 변화, 심지어는 파손이 일어나는 등 박판의 초기상태에 적지않은 영향을 미치게 된다. 이러한 초기 성형 공정에서 생기는 박판의 상태에 대한 고찰없이 그대로 실제품 성형해석을 하게 된다면 실제 결과와는 많은 차이를 보이게 될 것이다. 그러므로 올바른 블랭크 공정설계를 위해서, 본 연구에서는 비드에 관한 해석을 다루어 보고자 한다.

비드는 Fig. 1에 보이는 바와 같이 실제 성형

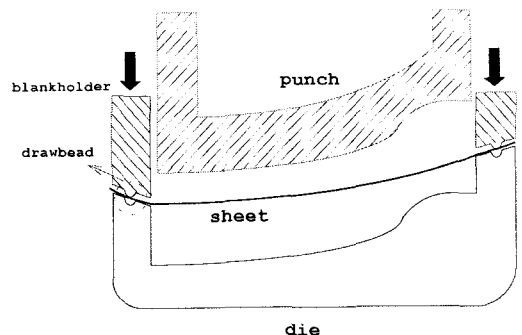


Fig. 1 Schematic diagram of a general blank forming process

이 이루어지는 영역 외곽에 위치해 있으면서, 박판을 성형할 때 재료가 금형 안쪽으로 빨려 들어가는 것을 조절하도록 적절한 인장 구속력을 제공해 준다. 따라서 성형 중에 발생할 수 있는 주름이나 성형후 재료의 탄성회복(spring back) 같은 결함들을 억제하고 원하는 형상의 제품을 생산하도록 도움을 주는 장치라 할 수 있다. 따라서 원하는 만큼의 성형성을 얻기 위해서는 재료의 유동을 적절하게 조절해 줄 수 있는 비드의 설계가 필수적이라 하겠다.

그동안 비드 해석을 실험적 또는 수치적으로 접근하기 위한 많은 연구들이 진행되어 왔다. Nine<sup>(1)</sup>은 드로우비드를 거치면서 재료가 유동할 때 생기는 구속력이 굽힘변형과 마찰에 의한 성분을 가지게 된다고 보고 이 두성분을 나누어 해석함으로써 AK steel의 인발력과 고정력, 변형률 분포 및 그때 생기는 소성변형에 대하여 연구하였다. 그리고 1991년에는 Wang 등<sup>(2,3)</sup>이 패널성형시에 드로우 비드의 형상과 마찰이 주는 영향을 실험적으로 고찰하여 비드 설계의 방향을 제시한 바 있다. 수치적인 방법을 사용한 경우에는 Triantafyllidis 등<sup>(4,5)</sup>이 비드성형공정을 1차원 탄소성 쉘 요소를 사용하여 해석하고 실험치와 비교하였다. 또한, Cao와 Teodosiu<sup>(6)</sup>에 의해서는 드로우 비드가 있는 딥드로잉 공정이 해석됨으로써 비드에 대한 본격적인 연구가 진행되기 시작하였다.

본 연구는 일반 성형공정에서 필요로 하는 비드의 인장력 및 구속력이 모두 차이가 있기 때문에 이를 조절해 줄 수 있는 방안을 모색하였고 이를 위해서 탄소성 유한요소법을 이용한 수치적 방법으로 비드공정을 해석하였으며, 비드 형상이 복잡해지고 계산용량이 증가함에 따른 수렴성 문제와 계산시간은 기존의 정적 내연적방법(static-implicit method)대신 수렴검사를 하지 않고 최소한도의 스텝간격을 찾아서 진행되는 정적 외연적방법(static-explicit method)을 사용하여 해결하였다.

전체적인 해석과정은 우선 비드 편치의 진행으로 인한 성형공정을 살펴보고, 이어서 실제 블랭크 성형으로 인하여 재료가 안쪽으로 빨려 들어가는 인발공정 두부분으로 나뉘어서 해석이 이루어졌다.<sup>(7~9)</sup> 이로부터 재료의 두께 및 변형률, 내부 응력 등의 결과를 얻었으며, 이러한 결과들은

가공전 박판의 초기상태가 중요한 블랭크 공정설계 시에 필요한 정보를 제공할 수 있을 것으로 기대된다.

## 2. 이론 해석

비드 공정해석을 위해서 본 연구에서는 우선, 가상일의 원리에 의하여 평형방정식으로부터 지배방정식의 적분형을 유도하였다. 그리고 변화하는 기준 좌표계에 대해 증분해석을 적용한 개량라그란지 수식화를 연속체요소로 유한근사화하였다. 이때 재료의 성질을 탄소성으로 보고, 소성변형은 Prandtl-Reuss 식으로 표현되는 유동이론에 따라 일어난다고 가정하였다. 또한, 항복여부는 Von Mises 식으로 판정되며 가공경화는 등방적으로 일어난다고 가정하였다.<sup>(10)</sup>

현재 박판 성형공정 해석에 사용되고 있는 여러 가지 방법중에서 비선형 유한요소해석법(finite element method)이 타 방법에 비해 적용범위가 넓으며, 비교적 정확한 해석을 할 수가 있기 때문에 널리 사용되고 있다. 이러한 유한요소를 이용한 해석에도 여러 가지 수치적 방법들로 분류해 볼 수 있다. 그중 큰 시간간격을 가지고 각 단계마다 힘평형을 맞추며 여러번 축차(iteration)를 통해 수렴해 나가는 내연적 유한요소방법(implicit finite element method)과, 반면에 작은 시간간격을 가지고 각 단계에서 동적 평형방정식을 만족시키며 해를 구하는 외연적 유한요소방법(explicit finite element method)으로 크게 나눌 수 있다.

내연적 유한요소방법은 계산시간이 오래 걸리지만 비교적 정확한 해석을 할 수 있다. 그러나 제품의 형상이 복잡해지면서 난이한 접촉을 보이거나 대용량의 문제에 있어서는 수렴이 이뤄지지 않고 정량적 해를 얻을 수 없는 단점이 있다. 또한, 외연적 유한요소방법은 원래 동적인 거동에 적용시키기 위한 방법이기 때문에 재료의 탄성회복(spring back) 현상이나 기타 정적 문제에 대해서는 정확한 결과를 얻어내기가 무리였다.

따라서 이런 점들을 보완하기 위해 정적 외연적 유한요소방법(static-explicit FEM)이 제안되었으며 본 연구에서는 이 방법을 사용하여 비드 성형공정에 적용해 보았다. 간단히 말해서, 정적 외연적방법은 내연적방법의 기본 구성방정식에

근거하지만, 그와 차이를 보이는 점은 외연적방법과 마찬가지로 수렴검사가 이뤄지지 않는다는 것이다. 즉, 정적 외연적방법은 현 단계에서 축차(iteration)없이, 얻어진 해를 바로 다음 단계의 초기 추정값으로 적용한다. 또한, 해의 정확도를 높이기 위해서 시간간격의 크기를 매우 작게 잡는 특징을 가지고 있다.

외연적 유한요소해석에서, 해의 정확도와 안정도에 가장 크게 영향을 미치는 것은 시간간격이라 할 수 있다. 정확도를 높이기 위해서 시간간격을 무한정 작게 줄일 수는 없기 때문에 그 크기를 결정할 수 있는 방법이 필요하다. 이에 본 연구에서는 Yamada<sup>(11)</sup>가 제안한 「r-min」이라 불리는 방법을 이용하여 시간간격을 결정하였다.

우선, 시험하중이 유한요소로 나누어진 어떤 재료에 작용한다고 가정하자. 해석 초기단계에서 적절한 스텝간격을 정하고 수행한 결과, 단지 하나의 후항복 요소 즉, 어떤 하중에서 최초로 항복이 일어나는 요소가 존재할 것이다. 이때, 전체 요소에 대해서 강성 행렬 [K]를 종합한 후, 적절한 시험 하중증분  $\{\Delta L^T\}$ 를 구한다. 그리고 나서, 각 요소에서의 응력증분  $\Delta\sigma_{ij}^T$  및 변형률 증분  $\Delta\varepsilon_{ij}^T$ 을 계산하고, 다음의 식 (1)을 이용하여 탄성상태로 남아있는 모든 요소의 r값을 계산한다.

$$r = \frac{\Pi + \sqrt{[\Pi^2 + 4(\Delta\bar{\sigma}_{ij}^T)^2(Y^2 - \bar{\sigma}^2)]}}{2(\Delta\bar{\sigma}_{ij}^T)^2} \quad (1)$$

$$\Pi = (\Delta\bar{\sigma}_{ij}^T)^2 - 2\bar{\sigma}\Delta\bar{\sigma}^T - (\Delta\bar{\sigma}^T)^2$$

이때,  $\bar{\sigma}$ 는 탄성요소의 등가응력이고, Y는 재료의 항복응력,  $\Delta\bar{\sigma}^T$ 는 하중증분  $\{\Delta L^T\}$ 에 의해 정해지는  $\bar{\sigma}$ 의 증분으로 정의된다. (1)식으로 표현되는 r값은 재료의 항복응력값과 각 요소 위에 작용되는 응력과의 비율을 나타내며, 응력이 많이 걸리는 요소일수록 낮은 수치를 보인다. 따라서 최대응력을 보이는 요소에서 r이 최소값이 되며, 이 r값을 이전 스텝의 펀치행정(punch stroke) 증분값과 곱하여 다음 스텝의 새로운 증분값으로 결정한다.

이와같이 「r-min」 방법은 허용할 수 있는 최대 응력 또는 변형률 증분 등을 고려함으로써 재료

에 그 이상 변형이 일어나지 않도록 적절한 스텝간격을 결정해주는 방법이라 할 수 있다. 이렇게 정해진 스텝간격을 정적 외연적방법에 적용시키게 되면 해의 정확도에 거의 영향을 미치지 않고도 축차없이 선형으로 계산할 수 있으며, 높은 비선형 문제인 경우에는 축차과정이 생략되므로 오히려 계산시간이 줄어들게 된다. 그러므로 복잡한 형상이나 난이한 접촉문제, 수렴이 어려운 문제 등과 같은 높은 비선형성을 안고 있는 경우에 있어서 정적 외연적방법이 유용하게 적용될 수 있을 것으로 기대된다.

### 3. 해석 결과 및 고찰

#### 3.1 원형단면 비드 공정해석

Fig. 2에 보이는 것과 같은 펀치반경이 6mm이고 하부다이의 곡률반경이 3mm인 단순 원형단면 비드를 해석하였다. 재료는 자동차 차체용으로 사용되는 강판을 가정했으며, 사용된 재료의 물성치와 성형조건은 다음과 같다.

초기 항복응력	: $\sigma_y = 160 \text{ MPa}$
이방성 계수	: $r = 1.86$
마찰계수	: $\mu = 0.11$
포와송비	: $\nu = 0.3$
응력-변형률 관계	:
	$\bar{\sigma} = 54.5(0.3272 + \bar{\epsilon})^{0.195} \text{ kgf/mm}^2$

유한요소 모델은 4절점 연속체요소로서 총 453개의 절점과 300개의 요소들로 이루어져 있으며, 박판의 초기두께를 0.8mm, 펀치 행정거리는 총 6mm까지 성형이 진행되는 것으로 가정하였다.

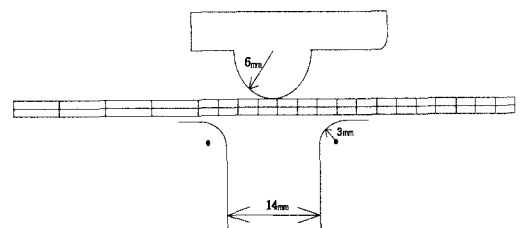


Fig. 2 Shape of the die and the circular bead punch

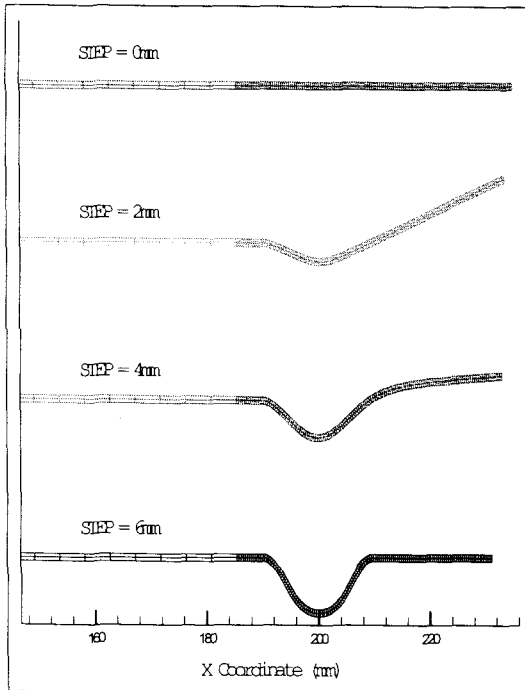


Fig. 3 Forming process of the drawbead with a circular section

Fig. 3은 원형단면 비드일 때, 펀치 진행에 따른 박판의 변형형상을 보여주고 있다. 성형이 진행됨에 따라 비드펀치 오른쪽 부분에서 들림이 일어나고 있으며, 차츰 펀치와 함께 다이에 고정되는 현상이 관찰되었다. 이는 프로그램 내에 적용된 변위조건으로 실제 블랭크 공정에 적용되는 조건에 맞추어, 왼쪽끝 대칭선의 절점들은 x-방향에 대해서 구속하여 재료의 흐름을 억제하고, 반면 오른쪽 다리와 접촉하고 있는 절점들에 대해서는 구속을 고려하지 않았기 때문이다. 해석에 소요된 계산시간은 IBM RS/6000 43P workstation에서 총 2836초가 걸렸다. 또한 일반 PC기종인 AMD 200MHz에서도 3780초가 소요되어 계산시간이 오래 걸리는 내연적방법에 비해 부담없이 사용할 수 있는 가능성을 보였다.

Fig. 4는 펀치행정이 6mm일 때, 박판 윗쪽표면(upper layer)에서 나타난 길이방향 변형율(elongational strain)을 도시해 보았다. 금형의 기하학적인 형상에서 예상되는 것처럼 재료는 양쪽 다이의 곡률부에서 인장하고, 펀치의 헤드부

에서는 압축을 받고 있음을 알 수 있다. 다음은 이러한 결과를 바탕으로 인발공정에 관한 해석이 이루어졌다. 비드에 의한 구속력으로 재료의 유동을 적절하게 조절해 주는 것이 비드의 역할이라 할 수 있는데, 원하는 만큼의 성형성을 얻기 위해서는 비드부에 관한 정확한 정보를 필요로 한다.

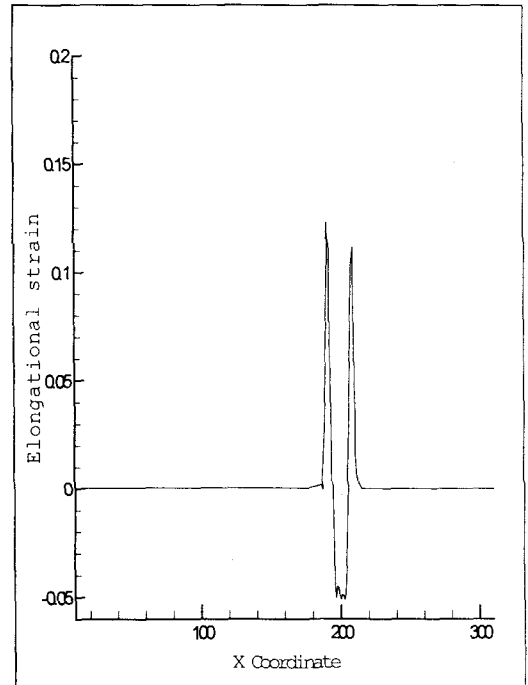


Fig. 4 Distributions of elongational strain on an upper layer

해석 진행과정은 비드성형의 마지막 단계에서부터 시작하여 박판을 20mm까지 잡아당기는 공정을 가정하였다. Fig. 5에 왼쪽으로 5mm씩 인발되고 있는 재료의 변형형상을 나타내었다. 인발을 통해 박판 윗쪽 표면에서 나타난 길이방향 변형율은 Fig. 6과 같다. 비드 성형 마지막 단계에서의 변형율을 나타낸 Fig. 4와 비교해 볼 때, 현저한 차이를 보이고 있으며 이는 비드 펀치와 다이에서만 국한되었던 인장과 압축이 재료가 당겨지면서 점차 전체영역으로 발전되기 때문이라 생각된다.

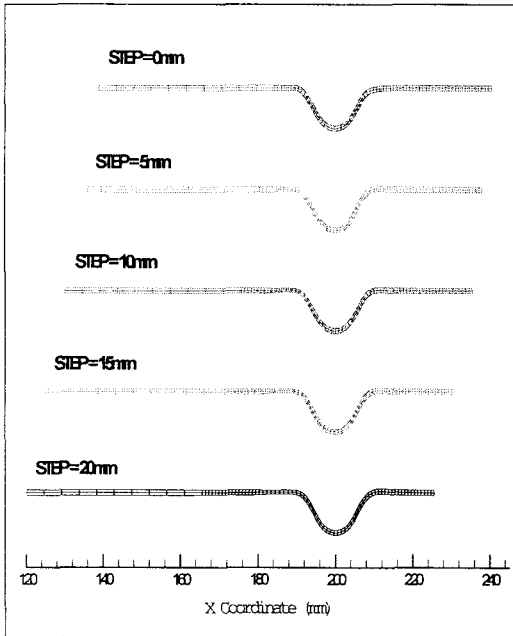


Fig. 5 Drawing process of the drawbead with a circular section

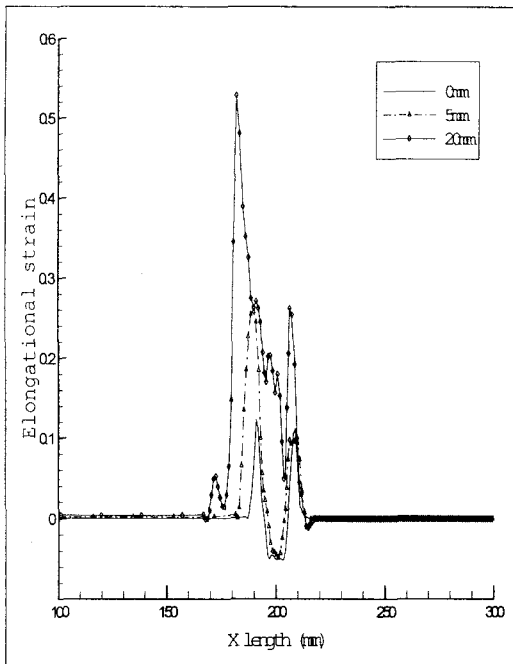


Fig. 6 Distributions of elongational strain showed by a drawing

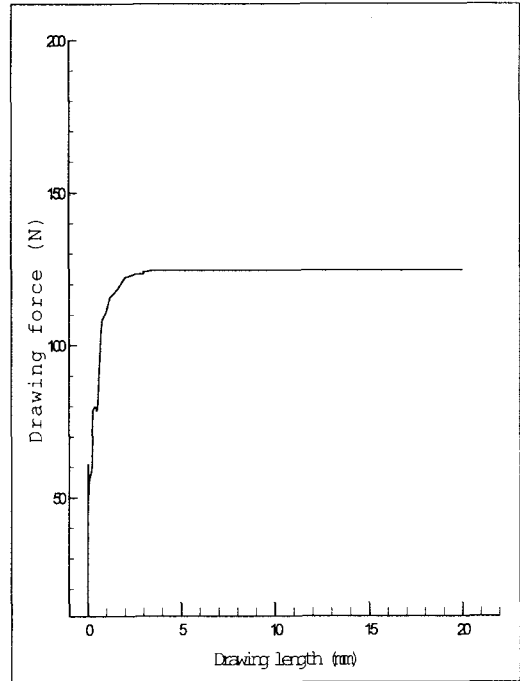


Fig. 7 Variation of drawing force according to the drawing displacement

Fig. 7에 재료가 인발되는 양에 따른 인발력의 변화를 나타내었다. 초기에 급격한 상승을 보인 후에 일정한 평형상태에 도달함을 볼 수 있다. 이것은 인발에 의한 재료의 흐름이 초기에는 비드 안쪽 재료에서 어느정도 감당을 하지만, 그 이상의 인발이 진행되면 비드에 의한 구속력으로 인발력이 급격히 상승한다고 생각된다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 정적 외연적방법이라는 새로운 수치적 기법을 도입하여 탄소성 유한요소 프로그램을 개발하였고 심한 비선형으로 인해 해석이 어려웠던 드로우비드 공정에 적용시켜 보았다. 이때 박판의 영향을 살펴보았으며 그로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 성형과정 중에 일어나는 박판의 변형형상과 재료의 길이방향 변형을 등을 얻을 수 있었다

데, 이는 블랭크 성형 이전에 초기 박판재료에 미치는 비드의 영향을 예측해 볼 수 있는 매우 유용한 결과들이라 할 수 있다.

2. 인발공정을 해석하기 위하여 비드성형 마지막 단계로부터 재료가 왼쪽으로 당겨지는 공정을 가정하였다. 인발이 진행됨에 따라 재료의 전 영역으로 인장이 확대됨을 관찰할 수 있었고 길이방향 변형률과 소요되는 인발력 등이 강한 구속력으로 인해서 크게 나타나고 있음을 알 수 있었다.
3. 비드에 대한 해석이 이루어짐으로써 특성을 살펴볼 수 있었다. 이는 실제 성형공정에서 그때의 작업조건에 맞는 재료와 공정변수를 택할 수 있는 유용한 정보를 제공할 수 있을 것으로 기대된다.
4. 정적 외연적방법으로 수치해석 프로그램을 구성하고 비드 공정에 적용시킨 결과, 기존의 수치해석 방법에서 문제시되었던 커다란 비선형성에 따른 수렴성 문제와 계산시간 등을 충분히 해결할 수 있었다. 또한, 대형 차체 패널 스탬핑 공정과 같은 수렴된 결과를 얻기 어렵거나 계산시간이 많이 소요되는 복잡한 형상에도 효과적으로 적용시킬 수 있는 가능성을 보였다.

## 후기

이 논문은 2001년도 제주대학교발전기금 청봉 학술연구기금(효천연구비 : 효천학술연구기금)의 지원에 의해서 연구되었음.

## 참고문헌

- (1) Nine, H. D., 1978, "Drawbead Forces in Sheet Metal Forming", Mechanics of Sheet Forming, Ed. by Koistinen, D. P. and Wang, N.-M., Plenum Press, pp.179~211.
- (2) Wang, N. M. and Somaratna, N., 1989, "Numerical Simulation of Industrial Sheet Forming Processes", NUMIFORM'89,

Colorado, pp.75~84.

- (3) Wang, N. M. and Shah, V. C., 1991, "Drawbead Design and Performance", J. Mater. Shaping. Tech., Vol. 9, pp.21~26.
- (4) Triantafyllidis, N., Maker, B. and Samanta, S. K., 1986, "An Analysis of Drawbeads in Sheet Metal Forming : Part I - Problem Formulation", J. of Eng. Materials and Technology, Vol. 108, pp.321~327.
- (5) Maker, B., Samanta, S. K., Grab, G. and Triantafyllidis, N., 1987, "An Analysis of Drawbeads in Sheet Metal Forming : Part II - Experimental Verification", Transactions of the ASME, Vol. 109, pp.164~169.
- (6) Cao, H. L. and Teodosiu, C., 1992, "Numerical Simulation of Drawbeads for Axisymmetric Deep-drawing Processes", NUMIFORM'92, pp. 439~448.
- (7) Cheng, J. H. and Kikuchi, N., 1985, "An Analysis of metal forming processes using large deformation elastic - plastic formulation", Comp. Meth. Appl. Eng., pp. 71~108.
- (8) 천병관, 허훈, 1992, "탄소성 유한요소법을 이용한 비드성형의 수치해석", 대한기계학회, 춘계학술대회 논문집, pp. 381~384.
- (9) 최태훈, 허훈, 이장희, 박춘달, 1995, "탄소성 유한요소법에 의한 드로우비드 성형해석", 한국소성가공학회, 춘계학술대회 논문집, pp. 196~202.
- (10) Choi, T. H., Huh, H., Chun, B. K., Lee, J. H., 1997, "Draw-bead Simulation by an Elasto-plastic Finite Element Method with Directional Reduced Integration", J. Mat. Process. Tech. Vol. 63, pp. 666~671.
- (11) Yamada, Y. and Yoshimura, N., 1968, "Plastic Stress-Strain Matrix and its Application for the Solution of Elastic-Plastic Problems by the Finite Element Method", Int. J. Mech. Sci. Vol. 10, pp. 343~354.