대한기계학회 2001년도 춘계학술대회논문집 C pp. 580~585 KSME 01S383

반응표면법을 이용한 구조물 최적설계 프로그램의 개발

염기선*. 허재성**. 곽병만***

Development of a Structural Optimal Design Code Using Response Surface Method Implemented on a CAD Platform

Kee-Sun Yeom, Jae-Sung Huh and Byung-Man Kwak

Key Words : Optimization(최적화), RSM(반응표면법), Parametric CAD(파라메트릭 캐드)

Abstract

A response surface method(RSM) is utilized for structural optimization and implemented on a parametric CAD platform. Once an approximation of the performance function is made, no formal design sensitivity analysis is necessary. The approximation gives the designer the sensitivity information and furthermore intuition on the performance functions. The scheme for the design of experiment chosen for the RSM has a large influence on the accuracy of converged solutions and the amount of computation. The D-optimal design criterion as implemented in this paper is found efficient for the structural optimization. The program is developed on a parametric CAD platform and tested using several shape design problems of such as a torque arm and a belt clip. It is observed that the RSM used provides a faster convergence than other approximation methods for design sensitivity.

1. 서 론

구조물의 최적설계는 설정된 기준을 만족하는 최적의 설계값을 찾으려는 일련의 수정, 보완작업을 통해 이루어진다. 과거에는 설계자의 경험, 직관, 지식에 의존하여 시행착오를 거치면서 수행되었다. 이러한 방법은 설계자의 기존 지식과 경험을 이용할 수 있다는 장점이 있지만 최근에 와서는 구조물이 점차적으로 복잡해짐에 따라 경험적인 방법만으로는 점차 한계에 부딪치게 되어서 유한요소법 및 경계요소법등의 수치적인 해석을 바탕으로 한 최적설계를 하고 있다.

최적설계는 민감도를 사용하여 방향탐색을 하는 경우와 민감도를 쓰지 않는 경우로 나눌 수 있다. 민감도에 기초한 방법들은 불연속 함수와 같이 민감도를 구하기 힘들거나 민감도의 신뢰성이 떨어질 때는 계산되는 방향탐색이 정확하지 않아서 계산량이 많아져 비효율적이게 된다. 따라서 최근에는 민감도를 쓰지 않는 최적설계 기법들-반응표면법, 다구찌방법, 유전자 알고리즘등-이 이에 대한 대안으로 각광 받고 있다. 특히 반응표면법은 설계변수의 수가 적을 경우 계산량이 적고 쉽게 최적점에 접근하는 특성을 가지고 있기 때문에 최근에 연구가 활발히 진행되고 있다.

또한 최근에 자동차, 항공기 등의 개발주기가 단축되고 비용을 최소화 하기 위해서 설계대상에 대해서 형상 캐드모델을 작성하고 필요에 따라서 전체 시스템에 대하여 해석을 수행한 후, 그 결과를 바탕으로 구조해석 및 설계보완기능, 구조물 내구성, 그리고 경량화 등의 최적 설계를 수행할 수 있는 통합최적설계시스템이 필요하게 되었다. 이러한 시스템이 제작된다면 설계단계에 필요한 해석을 수행하고 최적화된 형상을 만들어 내는 것이 가능하여 품질의 향상과 경쟁력 향상, 그리고 제품의 개발기간을 단축할 수 있어 개발비용절감에 많은 기여를 할 것이다.

* 산업기술연구원, 연구원
** 한국과학기술원 기계공학과 박사 과정
*** 한국과학기술원 기계공학과 석좌 교수

따라서 본 논문에서는 최적화기법으로 반응표면법을 이용하여 이를 파라메트릭 캐드(Parametric CAD)와 연계하여 통합최적설계 시스템을 개발하고자 한다.

2. 반응표면법

2.1 개론

반응표면법은 관심있는 반응치가 여러 설계변수들에 의해 영향을 받을 때 설계변수에 대하여 반응표면을 근사 모델링하고 해석하기 위한 유용한 수학적 통계적 기술들의 집합을 말한다. 반응표면법은 크게 근사 반응 함수를 생성하기 위한 최소자승법과 근사화된 함수를 평가하기 위한 분산분석 그리고 반응치를 구하기 위해 설계 공간에 실험점들을 선택하는 실험계획법으로 나누어진다.

2.1.1 최소 자승법

최소자승법은 반응표면법에서 어떤 시스템의 성능을 나타내는 회귀모델의 계수를 추정하는 데 일반적으로 사용된다. 회기모델이 선형항만을 사용한다면 (식 2.1)과 같이 나타낼 수 있고 회기모델이 2 차 항까지 사용한다면 (식 2.2)과 같이 추정할 수 있다.

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i X_i + \varepsilon \qquad (2.1)$$

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i X_i + \sum_{i=1}^{k} \beta_{ii} X_i^2 + \sum\sum_{i<j} \beta_{ij} X_i X_j + \varepsilon \qquad (2.2)$$

회귀모델을 2 차항까지 사용하고 회귀변수 X 를 k 개의 설계 변수들의 선형항과 제곱항 그리고 상호작용항을 포함하는 m 개의 변수라 하고 n 개의 실험점에 대한 반응치를 $y_1, y_2, \ldots, y_n$ 라 하고 오차를 ε 라고 한다면 중 회귀 모델은 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$y = X\beta + \varepsilon \qquad (2.3)$$

$$\text{where } y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

최소자승함수 L 을 최소화하면 회귀계수의 추정치인 b 를 얻을 수 있다.

$$L = \varepsilon^T \varepsilon = (y - X\beta)^T (y - X\beta) \qquad (2.4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta}_b = -2X^T y + 2X^T Xb = 0$$

$$b = (X^T X)^{-1} X^T y \qquad (2.5)$$

근사회귀모델은 다음과 같이 정의된다.

$$\hat{y} = Xb \qquad (2.6)$$

(식 2.6)을 2 차 근사회귀모델의 예를 들어 쓰면 다음과 같다.

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i x_i + \sum_{i=1}^{k} b_{ii} x_i^2 + \sum \sum_{i<j}^{k} b_{ij} x_i x_j \qquad (2.7)$$

2.1.2 실험계획법

반응치를 구해야 하는 설계 공간상에서 적절한 점들을 선택하는 방법을 실험계획법이라 하는데 반응표면법에서 실험점들의 선택은 반응표면 근사화 정확도와 계산량에 중요한 영향을 미치므로, 이것이 실험계획법의 최대 관심사이다.

일반적으로 사용되는 실험계획법의 방법으로는 크게 전조합법과 부분조합법으로 나눌 수 있다. 전조합법을 이용하면 정확도가 증가하지만 최소한 2^n 개의 실험이 필요하게 되어 설계변수의 수가 늘어나게 되면 실험횟수가 너무 증가하게 된다 (n: 설계변수의 개수). 그러므로 부분조합법을 쓰는 것이 일반적이며 본 논문에서는 부분조합법중의 하나인 D-optimal 계획법을 사용하였다.

다른 부분조합법과는 달리 D-optimal 계획법은 실험점의 개수를 설계자가 임의로 설정할 수 있으며 적은 실험횟수로도 비교적 정확한 근사화를 할 수 있다. 그리고 비 정규적인 설계영역을 고려할 수 있다는 장점이 있다. D-optimal 계획법에 대한 실험점의 선택기준은 실험점의 정보를 가지고 있

는 행열 X 에 대하여 *Maximize* $|X^TX|$또는 *Minimize* $|X^TX|^{-1}$ 를 만족하는 실험점들의 집합을 선택하는 것이다. 즉 임의의 n 개의 실험설계에 대해서 하나의 실험점을 실험영역의 다른 하나의 점과 교체하되 $|X^TX|$가 가장 크게 증가하도록 하는 실험점들의 집합을 선택하는 알고리즘으로 최적의 실험점을 구하는 일종의 최적화과정이라고도 할 수 있다. 그리고 이 과정에서 제한조건을 주어 실험점을 선택하게 할 수도 있다.

3. 프로그램의 구조(DS/RSM)

3.1 Parametric CAD 와의 연계

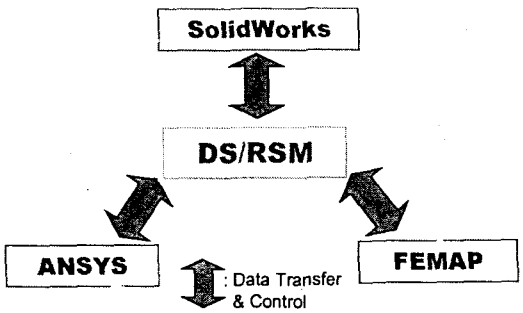

Fig. 1 DS/RSM

Fig. 1 은 DS/RSM 의 전체 프로그램의 흐름을 나타낸다. 3 차원 파라메트릭 캐드 프로그램인 SolidWorks 를 플랫폼으로 하였다. 이 캐드 환경에서 설계 변수와 성능 척도를 선택하고, 목적 함수와 제한 조건들을 구성할 수 있다. 유한요소 해석을 위한 캐드 모델에서 유한요소 모델로의 변경은 전 후처리기인 FEMAP 에서 수행되고, 생성된 유한요소 모델을 바탕으로 상용 유한요소 프로그램인 ANSYS 가 공학 해석을 한다. 해석 결과에서 목적 함수와 제한 조건들의 값을 추출한다. 그럼, DS/RSM 에 포함된 RSM 알고리즘은 이 값들을 이용하여 반응표면을 생성하고 좀 더 개선된 설계를 찾게 된다. 이와 같이 파라메트릭 캐드를 기본으로 한 설계 시스템은 좀 더 쉽게 다양한 공학 시스템에 대해 접근할 수가 있다.

3.2 RSM 알고리즘

DS/RSM 에서 최적화 알고리즘인 RSM 의 구조는 Fig. 2 와 같다. 먼저, 목적함수의 변화율에 따라 선형 혹은 이차 실험계획을 수립하고 구속 최적설계 문제는 아래의 벌칙함수를 이용해 비구속 최적설계문제로 변경하게 된다.

$$Minimize \quad F(x,r) = f(x) + r_k \sum_{j=1}^{m} G_j[g_j(x)]$$

r_k: 벌칙인자, G_j: 벌칙함수

$$G_j[g_j(x)] = \{\max[0, g_j(x)]\}^2$$

여기서 벌칙인자 r_k 의 초기값은 초기 목적 함수 값에 비례하여 $r_1=A_1 f(x_1)$ 로 결정되며 축차 횟수가 증가할 때마다 $r_{k+1}=A_2 r_k$의 관계로 증가한다.

A_1 A_2 : 상수

그 벌칙함수값을 포함한 목적 함수값을 이용해 선형 혹은 이차 반응표면을 생성하고, 선탐색을 하게 된다. 이 과정에서 반응 표면을 생성하고, 선탐색을 수행하는 동안 함수 값 계산은 Fig. 1 과 같은 일련의 과정을 통해 얻게 된다.

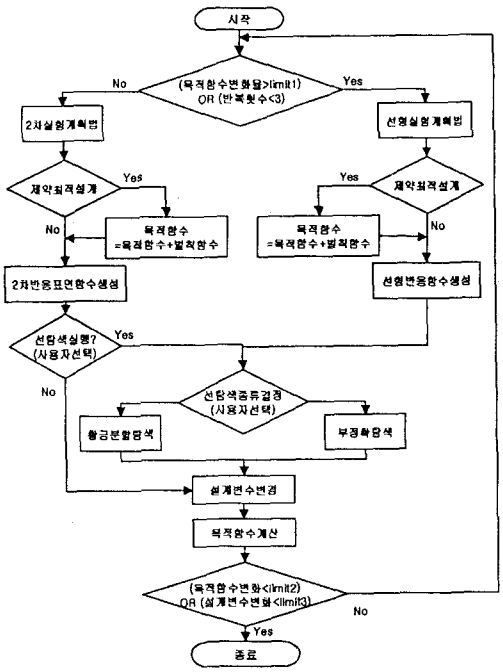

Fig. 2 RSM

4. 적용예제

4.1 토크암의 형상최적설계

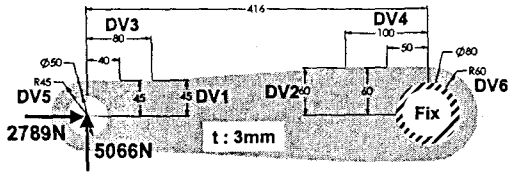

Fig. 3 Initial shape and Design variables

Fig. 3 은 토크암의 초기 형상 및 치수를 보여주고 있다. 두께는 3mm 이다. 모델에 정의되어있는 물성치는 영계수가 207Gpa 포아송비가 0.3 밀도가 7850 kg/m^3 으로서 일반적으로 쓰이는 철의 물성치가 사용되었다.

하중 및 경계조건은 좌측 내부원의 상단 반원면에 y 방향으로 5066N 의 힘이 가해지고 좌측내부원의 우측 반원면에 2789N 의 힘이 가해진다. 우측 내부원은 고정시킨다. 수치 해석을 위한 유한요소 모델링에는 ANSYS 의 4 절점 쉘 요소인 SHELL63 을 사용하였으며, 316 개의 절점과 262 개의 요소로 모델링하였다. 이 모델에 대해 초기해석을 하면 Fig. 4 와 같으며, 초기질량은 1.07kg, 최대 등가응력은 236MPa 이다.

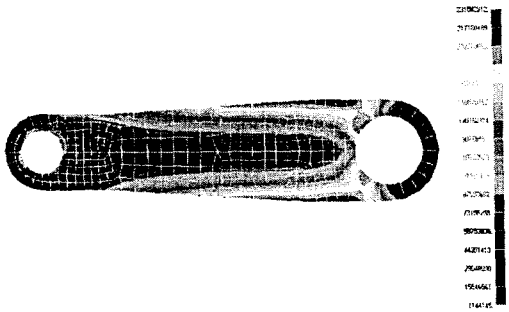

Fig. 4 Initial stress distribution

4.1.1 최적설계 문제의 정의

위와 같은 캐드 모델과 유한요소 모델에 대해 아래와 같이 최적화 문제를 구성하였다.

Minimize m

subject to $\sigma_{max} \leq 800$ MPa

where m : mass, σ_{max} : von Mises Stress

Fig. 3 과 같이 설계변수는 DV1~DV4 로 표시되어있는 두 점의 x 좌표와 y 좌표가 설계변수 이며 좌우의 외부반원의 반지름이 또한 설계변수 이다. 그 초기치와 상한과 하한을 표시하면 다음과 같다. (단위: mm)

DV1 = 45 $10 \leq DV1 \leq 80$

DV2 = 60 $20 \leq DV2 \leq 120$

DV3 = 80 $50 \leq DV3 \leq 150$

DV4 = 100 $70 \leq DV4 \leq 200$

DV5 = 45 $30 \leq DV5 \leq 55$

DV6 = 60 $50 \leq DV6 \leq 70$

그리고 초기실험영역은 변수 1~4 까지는 5 로 잡았으며 변수 5,6 에 대해서는 3 으로 정해 주었다.

4.1.2 최적화 결과 및 고찰

총 4 번의 축차과정동안 82 번의 유한요소 해석이 이루어졌으며 질량이 1.079kg 에서 0.555kg 으로 48.46%감소하였고, 최대응력은 766.1Mpa 로서 제한조건을 만족하였다. 최적화된 응력분포를 보면 표면을 따라 최대 응력값이 고르게 분포되었고 최대응력이 주로 형상의 표면에 형성되는 것을 볼 수 있다.

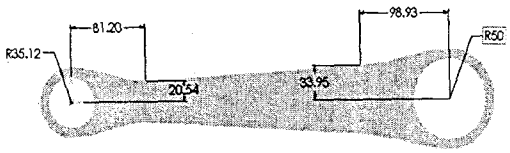

Fig. 5 Optimal shape

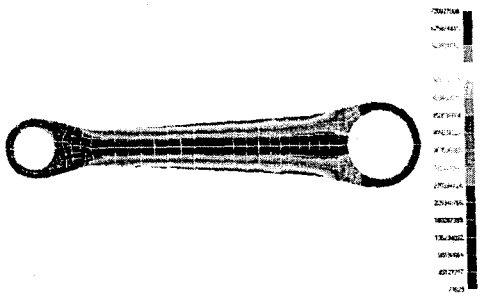

Fig. 6 Stress distribution of optimal design

6 개의 설계변수를 사용한 것 치고는 상당히 적은 유한요소 해석을 수행하여 적절한 결과를 얻었다고 할 수 있으며 좀더 세밀하게 최적화를 수행한다면 좌측부에서 좀더 무게를 줄일 수가 있을 것 같다. 그러나 이 문제는 표면부에서 응력집중이 나타나고 각 설계변수마다 종속성이 있는 것이 있기 때문에 더 이상의 질량감소가 어렵다. Table 1 은 설계변수의 변화를 보여주고 있다. 목적함수

인 질량을 감소시키기 위해 DV3 을 제외하고는 다 설계변수 값들이 감소하였다.

Table 1 Change of design variables

	초기 모델	최적화 모델
DV1	45 mm	20.54 mm
DV2	60 mm	33.95 mm
DV3	80 mm	81.20 mm
DV4	100 mm	98.93 mm
DV5	45 mm	35.12 mm
DV6	60 mm	50 mm

4.2 벨트클립의 형상최적설계

Fig. 7 은 휴대용 전자장비에 사용이 되는 벨트클립에 대한 캐드 모델의 초기 형상과 치수를 보여주고 있다. 전체길이가 70mm 폭이 22mm 두께가 0.6mm 이다. 재료의 물성치는 영계수가 190 Gpa, 포아송비가 0.29 밀도가 7920 kg/m^3 으로 일반적으로 쓰이는 스테인레스강의 물성을 사용하였다.

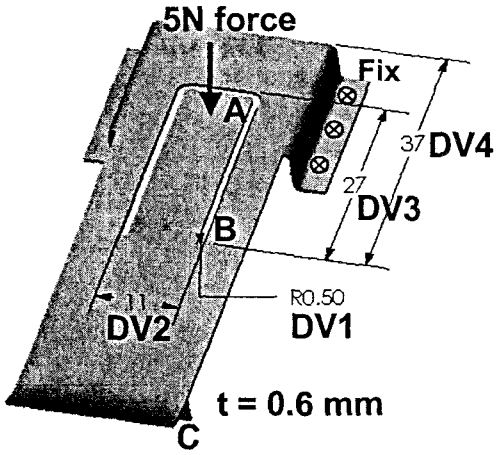

Fig. 7 Initial shape and design variables

하중 및 경계조건은 Fig. 7 과 같이 A 에 5N 의 힘이 작용하고 벨트클립의 양옆의 플렌지는 고정시켰다. ANSYS 의 4 절점 쉘 요소인 SHELL63 을 이용하여 767 개의 절점과 673 개의 요소로 유한요소 모델링을 하였다. 응력집중이 예상되는 B 에서는 요소밀도를 높여 모델링하였다. 초기 모델에 대한 해석 결과는 Fig. 8 과 같으며, 특히 B 부근에서 응력집중이 나타났다. 총 질량은 8.98Kg, 최대 등가응력은 785MPa, 그리고 C 지점에서의 변위는 1.94mm 이다.

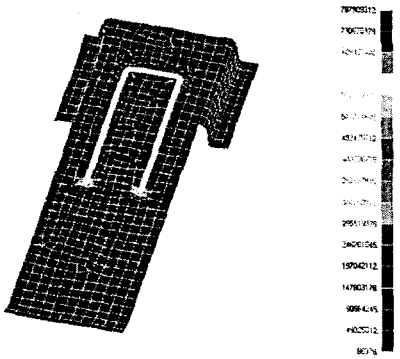

Fig. 8 Initial stress distribution

4.2.1 최적설계 문제의 정의

초기 해석에서도 확인할 수가 있듯이, A 에 하중이 작용하게 되면 B 점에서 응력집중이 일어나는데 이를 한도 내로 줄여주는 것이 제품의 내구성과 안전을 위해서 필요하다. 이에 최대응력과 무게 그리고 변형량을 고려하여 다음과 같이 수식화를 하였다.

Minimize σ_{max}

subject to $m \le 800$ MPa

$d \le 2$mm

where σ_{max} : von Mises stress, m: mass and

d : displacement

설계변수의 초기값과 Fig. 7 에서 보는 바와 같고 상한 하한은 아래와 같다.

DV1 = 0.5 $\quad 0.25 \le DV1 \le 1.5$

DV2 = 11 $\quad 8 \le DV2 \le 20$

DV3 = 27 $\quad 20 \le DV3 \le 34$

DV4 = 37 $\quad 35 \le DV4 \le 40$

각 설계변수의 상한과 하한은 캐드모델이 생성가능한 범위 내에서 가능한 크게 선정하였고 각각의 설계변수가 서로 겹치지 않도록 크기를 조정하였다.

4.2.2 최적화 결과 및 고찰

총 7 번의 축차과정 동안 127 번의 유한요소 해석이 이루어졌으며 최대등가응력이 785.7MPa 에서 415.7MPa 으로 47.09%감소하였고, 제한조건은 질량 8.499g, 변위 1.873mm 로 제한조건을 만족하였

다. Fig. 9 에서 보듯이 응력분포가 초기 모델에 비해 아주 고르게 분포함을 확인할 수가 있다.

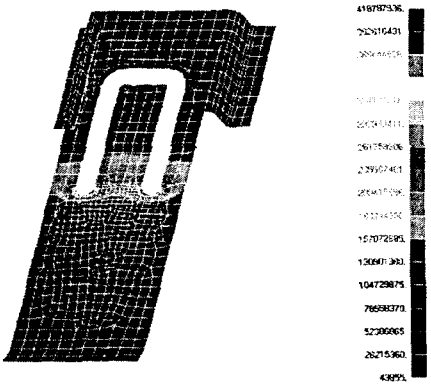

Fig. 9 Stress distribution of optimal design

Table 2 Change of design variables

	초기 모델	최적화 모델
DV1	0.5 mm	1.5 mm
DV2	11 mm	13.69 mm
DV3	27 mm	23.51 mm
DV4	37 mm	35 mm

5. 결 론

반응표면법을 이용하여 파라메트릭 캐드, 유한요소법을 연계해 실험계획 및 설계 최적화의 모든 과정을 수행할 수 있는 설계시스템을 개발하였고 또 두 가지 예제를 통해 DS/RSM 의 가능성을 검증하였다. 3 차원 파라메트릭 캐드 모델을 설계의 원형으로 사용함으로써 복잡하고 다양한 형상의 구조물의 최적설계를 행할 수 있게 되었으며 파라메트릭 캐드의 장점을 최대한 활용하여 구조물의 최적설계시 발생하였던 형상표현, 해석코드와의 연계 등의 어려움을 해결할 수 있었다.

후 기

본 연구는 국가지정연구실 사업인 " 동시공학 설계개념에 의한 통합최적설계시스템개발" 의 일환으로 지원 받았음을 밝힙니다.

참고문헌

(1) John A. Cornell, 1990, How to Apply Response Surface Methodology, ASQ.

(2) Alberto Garcia-Diaz and Don T. Phillips, 1995, Principles of experimental design and analysis, Chapman & hall.

(3) Douglas C. Montgomery, Raymond H. Myers, 1995, Response Surface Methodology, Wiley.

(4) Clark, C. and Williges, R. C. 1973, "Response surface methodology central composite design modifications for human performance research," Human Factors, 15(4), pp. 295-310.

(5) Singiresu S. Rao, 1996, Engineering optimization, Wiley.

(6) 이상훈, 1999, "다구찌법을 이용한 구조물 강건 최적설계 소프트웨어의 개발," 한국과학기술원 석사학위 논문.

(7) 허재성, 2000, "상용코드를 이용한 MEMS 용 기계설계 시스템의 개발," 한국과학기술원 석사학위 논문.

(8) 홍경진, 전광기, 조영석, 최동훈, 1999, "최적설계를 위한 반응표면의 생성에 관한 연구," 한양대학교.

(9) W. J. Rox, Nielen Stander and R. T. Haftka, 1998, "Response surface approximations for structural optimization," International Journal for Numerical Methods in Engineering 42, pp. 517-534.

(10) R. C. St. John and N. R. Draper, 1975, "D-Optimality for Regression Designs: A Review," Technometrics 17, pp. 15-23.

(11) 동시공학설계연구개발 최종보고서 한국과학기술원 동시공학설계연구센터, 과학기술부, 2000.

(12) Mitchell. T. J., 1974, "An Algorithm for the construction of D-optimal Designs," Technometrics, 20, pp. 203-210.