

다구찌법을 이용한 최적설계 알고리즘의 개발 및 구현

이상훈* · 곽병만**

Development of an Optimization Algorithm based on the Taguchi method

Sang Hoon Lee, Byung Man Kwak

Key Words : Taguchi Method(다구찌방법), Optimal Design(최적설계), Parametric CAD(파라메트릭 캐드), FEM(유한요소법)

Abstract

As a method of structural optimization, a practical algorithm based on the Taguchi method is developed. The Taguchi method is applied iteratively updating the level values of design variables. The design region is translated or reduced during optimization and by appropriate choice of reduction factor and initial level intervals, a near-optimum solution can be found very efficiently. To treat inequality constraints, a variable penalty method is utilized. A software system named 'DS/Taguchi' is developed by integrating the proposed algorithm and commercial finite element analysis codes on the parametric CAD platform. Two examples are taken to examine the performance of the proposed algorithm and the developed software system.

기호설명

DS/Taguchi : Design system using the Taguchi method

1. 서론

1956년 일본의 품질공학자 G. Taguchi 박사에 의해 만들어진 다구찌법(Taguchi method)은 공학 전반에서 제품 및 공정의 강건 최적화(Robust optimization)에 사용되어 왔다. 직교배열(Orthogonal array)을 이용한 실험계획과 신호 대 잡음비(Signal to noise Ratio)를 이용한 자료 분석법은 강건설계(Robust design)의 개념과 더불어 다양한 분야에 영향을 미쳤다. (1)-(2)

다구찌법은 다양한 잡음의 영향 하에서도 일정한 성능을 갖는 제품 또는 공정을 설계하기 위한 체계적인 방법론이라고 할 수 있는데, 지금까지의 대부분의 응용 사례들은 실제 실험과 연관된 것이었다. 최근, 다구찌법을 수치 해석과 연계하여 최적화의 알고리즘으로 사용하고자 하는 시도들이

있어왔다. Ku⁽³⁾는 다구찌법과 확장된 신호 대 잡음비를 사용하여 새로운 최적화 알고리즘을 제안하고 이를 여러 가지 기구(Mechanism)의 최적화에 사용하였다. Yang⁽⁴⁾은 다구찌법을 수정, 보완하여 광역최적치를 찾아내고자 하는 알고리즘을 개발하였으며 트리스 구조물의 최적화에 적용하였다. 그러나 위에서 제안된 방법들은 지나치게 함수 호출이 많다는 문제점이 있어서 최적화 하고자 하는 특성함수가 식으로 주어지거나, 간단한 계산으로 구해지는 매우 제한적인 경우 외에는 적용이 힘들다는 단점이 있다.

이에 본 논문에서는 다구찌법을 수정, 보완하여 구조 최적화에 적절히 사용될 수 있는 알고리즘을 제안하고 파라메트릭 캐드, 유한요소해석 등의 상용 프로그램과 제안된 알고리즘을 효과적으로 연계하여 만들어진 프로그램 'DS/Taguchi'를 소개하고자 한다.

2. 다구찌법을 이용한 최적화 알고리즘

2.1 다구찌의 인자설계법

다구찌는 제품 및 공정의 설계과정을 개념설계

* 한국과학기술원 기계공학과 박사과정

** 한국과학기술원 기계공학과 교수

(System design), 인자설계(Parameter design), 공차설계(Tolerance design)의 삼단계로 분류하였다. 다구찌법은 강건설계를 위한 인자설계의 방법론으로서 직교배열을 이용한 실험계획과 신호 대 잡음비를 이용한 자료 분석법이 특징이다.

2.1.1 직교배열을 이용한 실험계획

직교배열은 전통적으로 사용되어온 부분요인 실험 계획법(Fractional factorial design)의 일종으로 배열 내의 각 열은 서로 직교하는 특성을 보이며 분석하고자 하는 자료는 가법모델(Additive model)로 근사된다. 평균분석(ANOM)과 분산분석(ANOVA)을 통하여 각 인자의 효과와 최적수준조합을 찾아낼 수 있다.

2.1.2 신호 대 잡음비

다구찌는 성능 특성의 종류에 따라 여러 가지의 신호 대 잡음비를 정의하였다. 신호 대 잡음비는 이차식으로 주어지는 품질손실함수(Quality loss function)로부터 유도된 값으로서 성능의 평균과 산포를 동시에 고려하는 척도라고 할 수 있다. 가장 많이 사용되는 세 가지의 신호 대 잡음비는 다음과 같다.

- 망소특성 (Smaller-the-better type)

$$\eta_i = -10 \log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right) \quad (1)$$

- 망목특성 (Nominal-the-best type)

$$\eta_n = 10 \log_{10} \frac{\mu^2}{\sigma^2} \quad (2)$$

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \quad \sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2$$

- 망대특성 (Larger-the-better type)

$$\eta_l = -10 \log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2} \right) \quad (3)$$

여기서 n 은 동일한 제어인자(Control factor) 수준조합에서의 반복측정 회수이며 y_i 는 그 때의 각각의 측정치이다.

2.2 다구찌법을 이용한 최적화 알고리즘

2.2.1 전체적인 흐름

일반적인 최적화 문제는 다음과 같이 수식화될 수 있다.

$$\text{Minimize } F(x)$$

$$\text{Subject to } g_j(x) \leq 0 \quad j = 0, 1, \dots, p \quad (4)$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$x_{il} \leq x_i \leq x_{iu} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

여기서 x 는 설계변수의 행렬이며 $F(x)$ 는 최소화하고자 하는 목적함수(Objective function)이다. $g(x)$ 는 부등식 제한조건을 나타낸다.

다구찌법을 이용한 최적화 알고리즘에서는 최소화 문제가 최대화 문제로 전환되며 이 때의 목적함수는 신호 대 잡음비가 된다. 전체적인 흐름은 다음 Fig. 1과 같다. 직교배열 실험으로 얻어진 자료를 분석, 최적 수준조합을 얻어내는 과정은 전통적인 다구찌법을 그대로 사용하였다. 여기에 수준값을 갱신하는 방법과 제한조건을 해결하기 위한 방법이 추가되었다.

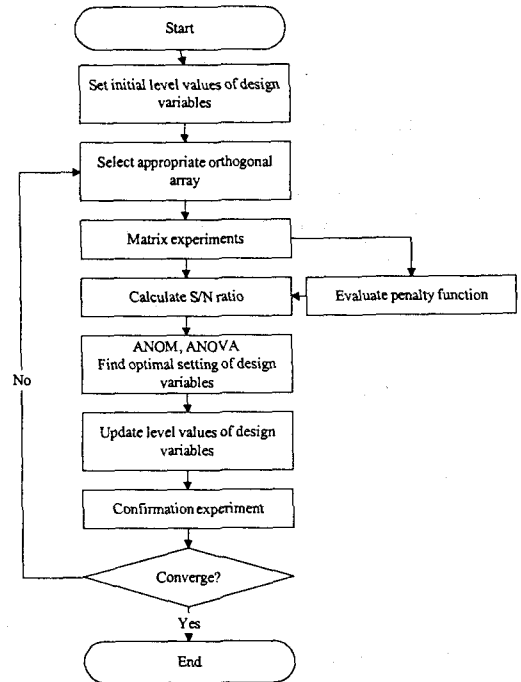


Fig. 1 Flow chart of optimization algorithm based on the Taguchi method

2.2.2 설계변수의 수준값의 갱신

직교배열을 이용한 실험계획에 따라 실험 또는 해석이 이루어지고 최적의 수준조합이 찾아지면 이 정보를 바탕으로 각 설계변수의 수준값을 갱신해주어 다음 번 실험을 행하도록 한다. 설계 변수는 각각 3 수준을 사용하며 어떤 수준이 최적의

수준으로 찾아졌는가에 따라 다음과 같이 수준값 갱신을 행해준다. 현 실험에서의 1 수준의 값, 2 수준의 값, 3 수준의 값을 각각 x_1^{old} , x_2^{old} , x_3^{old} 라고 하고, 1 수준과 2 수준의 간격을 Δ_1 , 2 수준과 3 수준의 간격을 Δ_2 라고 하자.

- 1 수준이 최적수준으로 결정되었을 경우

$$\begin{aligned} x_1^{new} &= x_1^{old} - \Delta_1 \\ x_2^{new} &= x_1^{old} \\ x_3^{new} &= x_2^{old} \end{aligned} \quad (5)$$

이 경우 설계영역은 이동(Translation)하게 된다. 만약 x_1^{new} 가 설계변수의 하한보다 작으면, x_1^{new} 는 하한값으로 대체된다.

- 2 수준이 최적수준으로 결정되었을 경우

$$\begin{aligned} x_1^{new} &= x_2^{old} - \Delta_1 \times RF \\ x_2^{new} &= x_2^{old} \\ x_3^{new} &= x_2^{old} + \Delta_2 \times RF \end{aligned} \quad (6)$$

이 경우 설계영역은 RF 의 비율로 줄어들게 된다. RF 는 0 과 1 사이의 값을 갖는다.

- 3 수준이 최적수준으로 결정되었을 경우

$$\begin{aligned} x_1^{new} &= x_2^{old} \\ x_2^{new} &= x_3^{old} \\ x_3^{new} &= x_3^{old} + \Delta_2 \end{aligned} \quad (7)$$

이 경우는 1 수준이 최적수준으로 결정되었을 경우와 마찬가지로 설계영역이 이동하게 된다. 만약 x_3^{new} 가 설계변수의 상한보다 큰 경우는 x_3^{new} 가 상한값으로 대체된다.

최적화 과정 동안 각각의 설계변수는 설계영역의 이동과 축소를 반복해 가면서 최적점으로 접근하게 된다. 축소인자 RF 값에 따라서 최적화의 과정이 많은 영향을 받는데, 최적화의 초기단계에서부터 작은 값의 축소인자를 사용하면 틀린 답에 해가 수렴할 가능성이 커진다. 또한 너무 큰 축소인자를 사용할 경우에는 해의 수렴이 매우 느려질 수 있다. 이러한 이유로 축소인자는 0.5 를 사용하는 것이 바람직함을 사례연구를 통해 알 수 있었다.

아래 Fig. 2 와 3 에 설계영역의 이동과 축소를 나타내었다.

2.2.3 부등식 제한조건의 해결

벌칙함수법(Penalty method)을 이용하여 부등식 제한 조건을 해결하였다. 벌칙함수로는 내부벌칙

함수(Interior penalty function)와 외부벌칙함수(Exterior penalty function)의 장점을 겸비한 가변벌칙함수(Variable penalty function)⁽⁵⁾를 사용하였다.

식 (4)의 구속최적화 문제는 다음과 같은 비구속 최대화 문제로 전환된다.

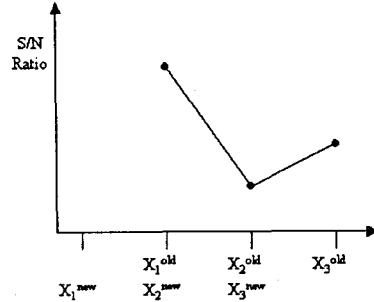


Fig. 2 Translation of design region

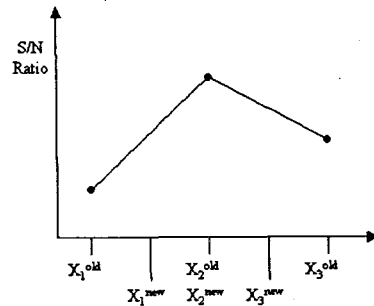


Fig. 3 Reduction of design region

$$\text{Maximize } -10 \log_{10} \left\{ Q(x) + \alpha \sum_{j=1}^p \Phi(g_j(x)) \right\}$$

where

$$Q(x) = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 & \text{for the smaller - the - better type characteristic} \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i} & \text{for the larger - the - better type characteristic} \end{cases} \quad (8)$$

여기서 $\Phi(g_j(x))$ 는 벌칙함수, α 는 스케일링 인자이다.

2.2.4 알고리즘의 특징

이렇게 구현된 알고리즘을 기존의 수학적 계획법의 최적화 알고리즘과 비교했을 때, 다음과 같은 특징을 갖는다.

첫째, 미분의 정보를 사용하지 않기 때문에 목적함수 등의 계산이 복잡한 경우 매우 효과적으로 사용될 수 있다. 민감도의 정보를 사용하는 알고리즘보다 강건하며 보다 다양한 문제에 쉽게 적용이 가능하다.

둘째, 최적화과정은 초기 설계보다는 초기 설계 변수의 수준 간격에 좌우된다. 다구찌법을 다루는 여러 문헌에 나와있듯이, 초기 수준간격은 가능한 크게 주는 것이 좋고 그리 함으로써 빨리 해 근처로 접근 할 수 있으며 광역 최적치를 찾을 확률을 높일 수 있다. 하지만, 초기 수준간격이 큰 경우 최종 수렴하기까지 많은 시간이 걸릴 수 있다. 대략 전체 설계영역의 1/2 에서 3/4 정도의 간격을 초기 수준간격으로 잡아주는 것이 권장할만하다.

셋째, 설계점들이 각 설계변수의 수준 조합에서만 움직일 수 있다는 불연속성으로 인하여 최적점 근처에서의 수렴특성이 좋지 않다. 이러한 이유로 매우 정밀하게 최적점을 찾아내는 용도로는 부적절한 알고리즘이라고 할 수 있다. 하지만 이 특성은 이산 공간에서의 최적화에 매우 유용하게 사용될 수 있다.

3. 프로그램 DS/Taguchi

다양하고 복잡한 형상의 구조물의 최적화를 수행하기 위하여 파라메트릭 캐드(Parametric CAD)와 유한요소 해석(Finite element analysis), 그리고 2 장에서 제안된 알고리즘을 연계하여 프로그램 'DS/Taguchi'를 개발하였다. DS 는 Design System 의 약자로서 캐드 모델링, 해석, 최적화의 모든 작업을 하나의 플랫폼에서 수행할 수 있다.

파라메트릭 캐드 Pro/Engineer 를 설계작업의 플랫폼으로 사용함으로써 기존의 유한요소 모델을 설계대상으로 하던 방법으로는 다루기 어려웠던 복잡한 형태를 가진 모델을 다룰 수 있게 되었다. 사용자는 캐드 모델에서 마우스 클릭을 통하여 설계변수를 선택할 수 있으며 모델의 질량, 표면적, 체적과 같은 질량특성과 응력, 변형율, 변위, 반력 등과 같은 구조응답, 각각의 고유진동수 등이 최적화의 목적함수나 제한조건으로 사용될 수 있다.

유한요소해석을 위하여 MSC/NASTRAN 이 연계되었으며 유한요소 모델링은 Pro/Engineer 에서 제공하는 자동유한요소 격자생성 (Automatic mesh generation)기능을 이용하였다. 이 방법은 매 설계 변경마다 격자생성을 새로이 해야 한다는 단점이 있으나, 모델의 형상변화가 심한 경우에도 요소의 찌그러짐이 심해지지 않는다는 점과 유한요소 모델을 준비하는데 드는 노력이 비교적 적다는 장점이 있다. 이렇게 구현된 프로그램 DS/Taguchi 는 Pro/Engineer 의 PART 메뉴에 포함된 하위메뉴로서 작동하게 된다.

4. 설계 예제

4.1 굴삭기 붐 (Excavator Boom)

프로그램 DS/Taguchi 를 이용하여 아래 Fig. 4 의 굴삭기 붐⁽⁶⁾의 형상 및 치수 최적화를 수행하였다.

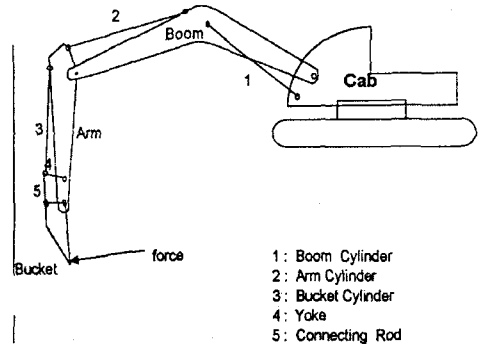


Fig. 4 Excavator

4.1.1 모델링 및 초기해석

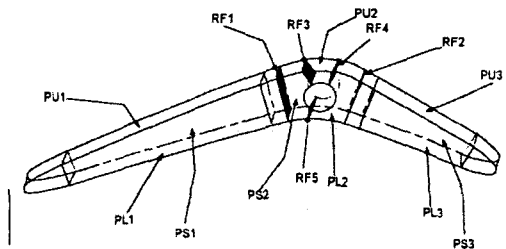


Fig. 5 Excavator boom

Fig. 5 는 굴삭기 붐의 캐드 모델이다. 굴삭기 붐은 여러 개의 판과 보강재로 이루어진 구조물로서 매우 다양한 자세에서 여러 가지 하중을 받으며 작업을 한다. 물성치로는 영계수가 205.8 GPa, 포아송비가 0.3 이 주어졌다. 유한요소 모델에는 총 1816 개의 사각형 셀요소와 179 개의 삼각형 셀요소가 이용되었다. 응력이 집중되리라 예상되는 붐실린더 연결부 주위는 다른 부분보다 요소밀도를 높게 해 주었고 붐 실린더와 붐의 연결부는 붐의 구멍에 만들어진 가상의 절점과 29 개의 빔요소를 사용하여 모델링 하였다. 하중 및 경계조건은 굴삭기의 각각의 실린더에 최대 하중이 걸리는 최대 굴삭자세를 고려하여 주어졌다. 이 때 버킷에 작용하는 굴삭력은 123.4kN 이다. 초기모델에 대하여 해석을 수행한 결과 모델의 체적은 0.247m³, 최대응력은 256MPa 로서 Fig. 5 의 PL2 에서 발생하였다.(Fig. 6)

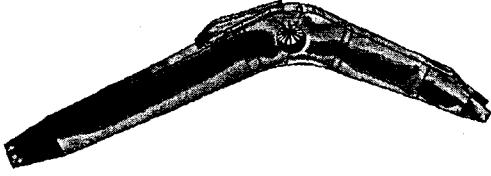


Fig. 6 Stress distribution of excavator boom (Initial)

4.1.2 최적설계 문제의 정의

굴삭기 붐의 경량화를 목적으로 하여 다음과 같이 최적설계 문제를 정의하였다.

Minimize (Volume)

Subject to (Maximum von Mises Stress) $\leq 213 \text{ MPa}$ (9)

여기서 213 MPa 이란 수치는 재료의 하중 허용 한도에 안전계수 1.5 를 취해서 얻어진 값이다.

4.1.1 절의 내용으로부터 초기 설계가 비가용영역 (Infeasible domain)에 있음을 알 수 있다.

Fig. 7 에 굴삭기 붐의 치수 및 형상을 결정하는 13 개의 설계변수를 나타내었다.

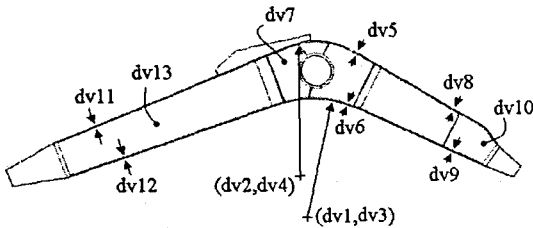


Fig. 7 Design variables of excavator boom

4.1.3 최적화 결과

총 22 번의 축차와 639 번의 함수호출 후에 수렴하였다. 초기 0.247 m^3 이던 체적이 0.251 m^3 로 오히려 약간 늘어났으나 최대 등가응력은 212MPa 로 제한조건을 만족시키면서 최적화가 끝났다. 최적화 과정으로 통하여 체적을 일정한 수준으로 유지하면서 응력분포를 개선했다고 할 수 있다. Fig. 8 에 최적화된 모델의 형상 및 응력분포를 나타내었다.

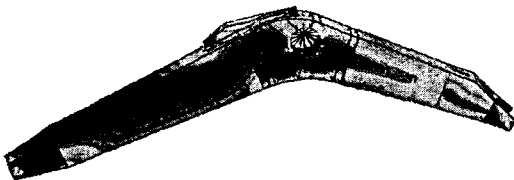


Fig. 8 Optimized shape and stress distribution of excavator boom

4.2 로어 컨트롤 암 (Lower Control Arm)

다음 예제는 자동차의 현가장치에 사용되는 로어 컨트롤 암(이하 로어암)이다.(Fig. 9) 그림에서 볼 수 있듯이 로어암은 두개의 박판이 용접되어

만들어진 구조물로서 두개의 부싱(Bushing)과 볼조인트로 현가장치에 연결된다.

4.2.1 모델링 및 초기해석

유한요소 모델의 생성을 용이하게 하기 위하여 간략화된 모델이 사용되었다. Fig. 9 의 상하 두개의 구조물 중, 한쪽만을 모델링 하였으며 용접되는 표면에 대칭 조건을 부여하였다.(Fig. 10)

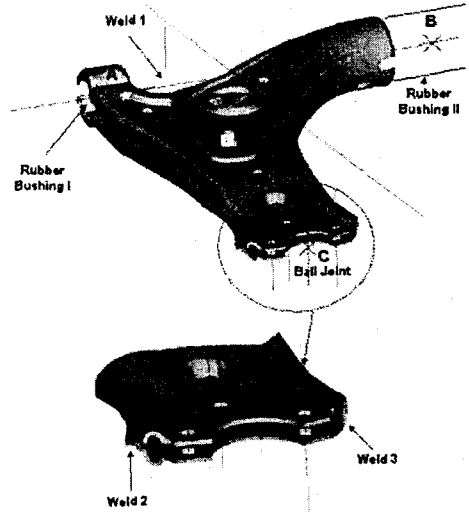


Fig. 9 CAD model of lower control arm

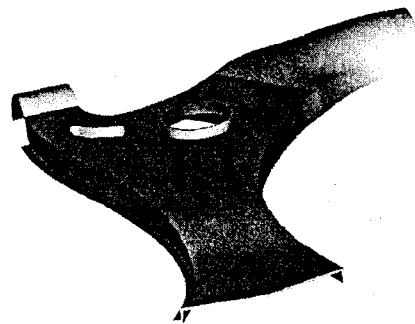


Fig. 10 Simplified CAD model of lower control arm

재료의 물성치로 영계수가 210 GPa 이고 포아송비가 0.29 가 사용되었다. 총 1831 개의 사각형 셀요소와 79 개의 삼각형 셀요소를 이용하여 모델링 되었으며 부싱은 스프링과 빔을 이용하여 모델링 되었다. 하중은 볼조인트에 5kN 을 부싱축에 평행한 방향으로 가하였다.

초기해석 결과 얻어진 응력분포를 다음 Fig. 11 에 나타내었다.

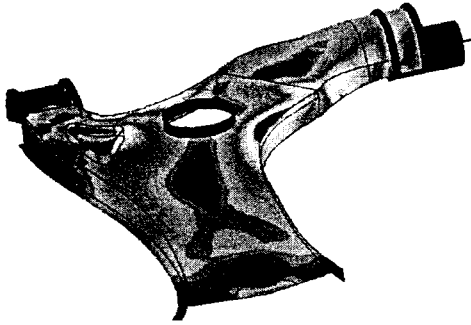


Fig. 11 Stress distribution of lower control arm (Initial)
 응력이 로어암의 몸체에 고루 분포하지 않고 특정부위에 집중되고 있음을 알 수 있다.

4.2.2 최적설계 문제의 정의

재료 사용의 효율성을 높이기 위해 다음과 같이 최적설계 문제를 정의하였다.

Minimize (Volume)

Subject to (von Mises stress at 13 datum points) $\leq 250 \text{ MPa}$
 (displacement of ball joint) $\leq 2.5 \text{ mm}$

(10)

아래 Fig. 12 처럼 표면 B 에 13 개의 기준점을 만들어 각 점에서의 등가응력을 도출해 낼 수 있도록 하였으며 이 값들을 제한조건으로 설정하여 표면 B 에서 고른 응력의 분포를 보이도록 하였다. 볼조인트 부분에도 기준점을 만들어 변위값을 계산할 수 있도록 하여 구조물의 전체 강성을 측정하는 값으로 사용하였다.

로어암의 몸체의 형상을 결정하는 A, B 두 표면은 4 점 스플라인으로 모델링 되었으며 각 스플라인의 가운데 두 조절점의 수직좌표를 결정하는 치수를 설계변수로 설정하였다.

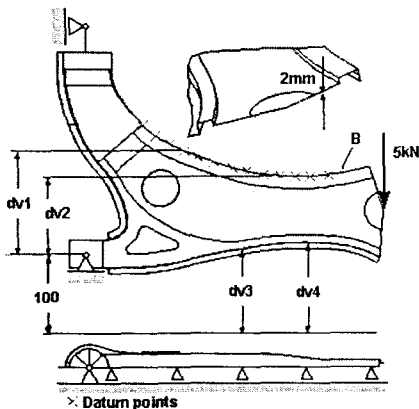


Fig. 12 design variables of lower control arm

4.2.3 최적화 결과

총 9 회 측차와 91 번의 함수 호출 후에 수렴하

였다. 초기 114,423mm³ 이던 체적은 110,463mm³ 으로 미소한 감소를 보였고 275 MPa 이던 표면 B 위의 13 점에서의 등가응력은 249 MPa 로 제한조건을 만족시켰다. 볼조인트의 변위 역시 2.21mm 로 제한조건을 만족시켰으며 초기 변위 2.11mm 보다 약간 증가해 전체적으로 강성이 낮아졌음을 알 수 있다. 아래 Fig. 13 에 최적화된 모델에서의 응력분포 및 형상을 나타내었다. 표면 B 의 응력이 넓은 영역에서 고르게 분포하여 재료가 보다 효율적으로 사용되고 있음을 알 수 있다.

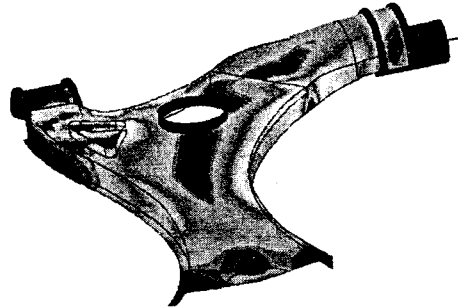


Fig. 13 Optimized shape and stress distribution of lower control arm

5. 결론

다구찌의 강건설계 기법을 구조 최적화에 차용하여 매우 효과적으로 사용할 수 있음을 알 수 있었다. 제안된 알고리즘은 초기에 빨리 해 근처에 접근하는 특성을 보였으며 반면에 해 근처에서는 느린 수렴속도를 보였다. 상용 프로그램의 효과적인 연계를 통하여 복잡하고 현실적인 구조물의 최적화를 수행할 수 있었다.

후기

본 연구는 과학기술부의 국가지정 연구실 지정 사업인 “동시공학 설계개념에 의한 통합최적설계 시스템의 개발”의 일환으로 의해 지원 받았음을 밝힙니다.

참고문헌

- (1) Taguchi. G, 1986, Introduction to Quality Engineering, Asian Productivity Organization, Tokyo.
- (2) Phadke. M. S, 1989, Quality Engineering using Robust Design, Prentice Hall.
- (3) K'uang J. Ku, S. S. Rao and Li Chen, 1998, “Taguchi-Aided Search method for Design Optimization of Engineering System,” Engineering Optimization, 30, 23.

- (4) D. Yang, N. Kogiso and Y. Murotsu, 1999, "Global Optimum Design based on Experimental Design Method," Proceedings of the first China-Japan-Korea Joint Symposium on Optimization of Structural and Mechanical Systems, 516-523, Xi'an, China.
- (5) B. Prasad, 1981, "A Class of Generalized Variable Penalty Methods for Nonlinear Programming," Journal of Optimization Theory and Technology, 35, 2, 159-182.
- (6) 김재현, 1996, 형상과 치수를 동시에 고려한 굴삭기 붐의 최적설계에 관한 연구, 한국과학기술원 석사학위 논문.