

# 엘리베이터용 헬리컬기어의 전달오차 해석

박찬일\*·김대식\*\*

## Transmission Error Analysis of the Helical Gears for the Elevator

Chan Il Park, Dae-Sik Kim

**Key Words:** Elevator(엘리베이터), Helical Gear(헬리컬기어), Loaded Transmission Error (부하전달오차), Gear noise(기어소음), Tip relief(치선수정)

### Abstract

The elevator gear box with the helical gears needs to be developed instead of the one with the worm gears to improve the efficiency. In order to develop the gear box, the analytical tool to predict the helical gear noise is necessary to meet customer's noise requirement. Gear noise is related to the loaded transmission error. Therefore, the simulation program for the loaded transmission error analysis of the helical gears is developed in this study. Using the developed program, the effects of tooth modification such as tip relief and the extent of tip relief are investigated. Finally, the procedures to determine the tip relief and the extent of tip relief are proposed.

	기호설명	
(x,y)	: 측정점의 좌표	$p(\xi)$
( $\xi, \eta$ )	: 하중점의 좌표	P
$m_n$	: 치직각 모듈	L
$W_b(x, y, \xi, \eta)$	: 굽힘변형	E
$K_b(x, \xi)$	: 굽힘 변형의 영향함수	$\nu$
$K_c(x)$	: 접촉 변형의 영향함수	h
$\Delta$	: 전달오차	b
$e(x)$	: 치의 오차	
$\beta_g$	: 기초원상의 비틀림각	
l	: 접촉선 길이의 1/2	
x	: 접촉선상의 변형 측정 좌표	
$\xi$	: 접촉선 상의 하중 작용점의 좌표	

$p(\xi)$	: 분포하중
P	: 접촉선 상의 Hertz하중
L	: 접촉선의 길이
E	: 탄성계수
$\nu$	: 포아송비
h	: 접촉점으로부터 치중심까지 길이
b	: Hertz접촉길이의 1/2

### 1. 서 론

엘리베이터 감속기의 기어는 감속비가 큰 웜기어가 대부분 사용되었다. 그러나 웜기어는 헬리컬기어나 스퍼기어에 비해 효율이 나빠서 많은 전력비를 지불해야 한다. 이에 대체 수단으로써 효율과 소음에 유리한 헬리컬 기어를 사용하여 엘리베이터 감속기를 개발하고 있다. 엘리베이터에 사용되는 엘리베이터 기어는 빌딩이나 아파트

\* 강릉대학교 정밀기계공학과 교수  
 \*\* 강릉대학교 정밀기계공학과 대학원

에 대부분 설치되고 소음과 진동의 발생은 탑승객이나 주변의 사람에게 많은 고통을 유발시키므로 전달되는 소음의 영향을 최소화하는 것이 필요하다. 기어의 소음은 각종 설계요인, 제조요인, 조립요인 등에 의해 발생한다. 이러한 요인들에 의해 기어 사이에는 운동과 힘의 불완전한 전달이 이루어지며 이러한 요인들을 통칭하여 전달오차라고 한다. 이 전달오차는 두 기어 사이의 완전한 운동 전달의 척도이며 기어 소음의 발생에서 가장 중요한 척도이다. 이 전달오차의 주파수 분석을 통하여 축의 회전과 기어 맞물림으로부터 얻을 수 있는 맞물림 주파수와 그의 하모닉은 기어 소음의 유용한 정보를 제공한다. 이 전달오차는 부하를 받지 않고 치형오차, 간격오차, 런아웃과 같은 부정확한 제작오차 때문에 발생하는 제작전달오차와 부하를 받을 때 치의 변형을 고려하는 부하전달오차로 나눌 수 있다. 본 연구에서는 기어 소음 해석 도구의 개발을 위하여 치 높이와 치폭의 비가 7.9인 엘리베이터용 헬리컬 기어의 부하전달오차를 해석하는 시뮬레이션 프로그램을 개발한다.

## 2. 변형의 해석

헬리컬 기어는 치면에 기울어진 접촉선을 갖고 각 접촉선의 길이가 물림이 진행함에 따라 변한다. 또한 각 접촉선에 따라서도 치의 컴플라이언스가 다르다. 그러므로 헬리컬 기어의 전달오차 해석을 위해서는 먼저 치의 컴플라이언스의 해석이 필요하다. 치의 컴플라이언스에 미치는 변형은 크게 굽힘에 의한 변형과 접촉에 의한 변형으로 나눌 수 있다. 이에 대한 영향함수를 구하여 치의 하중변형 관계식을 사용하여 치의 컴플라이언스를 계산한다.

### 2.1 굽힘변형의 해석

기어의 치면에 집중하중 P가 작용하면 굽힘영향함수  $K_b$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$W_b(x, y, \xi, \eta) = K_b(x, y, \xi, \eta) \frac{P}{m_n} \quad (1)$$

이 굽힘영향함수는 변형의 공통특성에 의해 나타낼 수 있으므로 각 방향의 공통특성을 유한요소해석으로 구한다.

이를 위해 헬리컬기어의 표준 기어 제원과 기어 커터 사양을 사용하여 인벌류트 치형 좌표와 트로코이드 치형 좌표를 계산한다. 사용된 유한요소모델은 치직각 압력각  $20^\circ$ , 치폭의 치높이에 대한 비율은 7,8,9 각각의 치의 모델과 기어 중심 방향으로 3H, 양쪽 치저부에서 원주 방향으로 각각 3H씩 모델링하여 치지지부의 변형을 고려하여 유한 요소해석을 수행하였다.

요소(element)는 파라볼릭 솔리드 엘리먼트(parabolic solid element)를 사용하였고, 물성치는 탄성계수  $2.1 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$ , 포아송비 0.3으로 하였다. 그리고 구속조건으로 치 형상으로부터 3H 떨어진 치 옆부분과 치 밑부분을 x,y,z 병진 방향으로 모두 구속하였다. 하중조건으로는 집중 하중을 치의 중립면에 수직하게 가하고 중립면에서 변형을 측정하였다.

그리고 하중이 원점에 가해졌을 때 F/H=7의 경우에 대해 유한요소법으로 해석된 치의 변형의 결과를 Fig.1에 나타내었다.

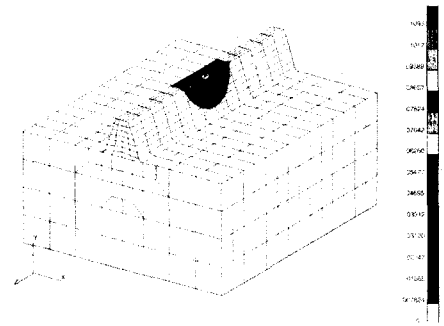


Fig. 1 Finite Element Analysis on Deformation

Table 1 U

F/H	U( $\mu\text{kg}_f/\text{mm}$ )	비 고
7	0.2741652	P = 500 $\text{kg}_f$ $m_n = 3.0 \text{ mm}$
8	0.2740504	
9	0.2740005	

유한요소해석의 변형 결과 값을 이용하여

Fig.2-5와 같이 변형의 절대값 U, 공통함수  $v(\bar{r})$ , 높이 방향으로의 공통성질  $G(y)$ , 폭 방향으로의 공통성질  $F(x)$ 를 구한다. 이상의 변형의 공통성질을 결합하여 Umezawa<sup>(2)</sup>에 의해 제안된 굽힘영향 함수의 근사식을 사용한다.

$$K_b(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\xi}, \bar{\eta})$$

$$= U \frac{v(\bar{r})}{f(|\bar{x}-\bar{\xi}|)g(|\bar{y}-\bar{\eta}|)} f(\bar{x})f(\bar{\xi})g(\bar{y})g(\bar{\eta}) \quad (2)$$

Where

$$f(\bar{x}) = \sqrt{F(\bar{x})}, \quad f(\bar{\xi}) = \sqrt{F(\bar{\xi})},$$

$$g(\bar{y}) = \sqrt{G(\bar{y})}, \quad g(\bar{\eta}) = \sqrt{G(\bar{\eta})},$$

$$\bar{r}^2 = (\bar{x}' - \bar{\xi}')^2 + (\bar{y} - \bar{\eta})^2$$

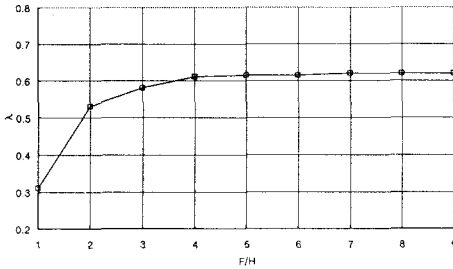


Fig. 2 λ

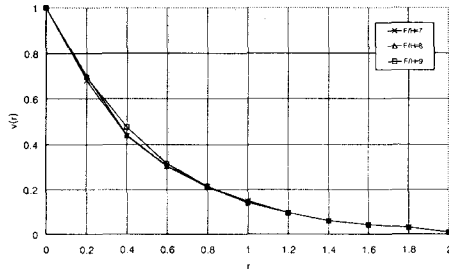


Fig. 3  $v(\bar{r})$

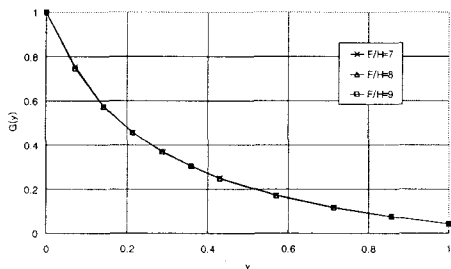


Fig. 4  $G(y)$

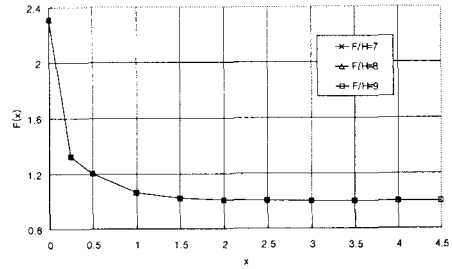


Fig. 5  $F(x)$

## 2.2 접촉변형의 해석

접촉변형은 전달오차해석에서 치의 강성을 좌우하는 요소이다. 접촉변형에 대한 많은 연구가 있으나 대부분 Hertz 이론의 변종이다. 본 연구에서는 기존의 연구에서 많이 쓰이는 Weber의 접촉변형식<sup>(3)</sup>을 사용하였다. Weber 또한 Hertz이론에 근거하였다. Weber 식의 특별한 면은 치의 제한된 두께가 고려된다는 사실이며 다음과 같이 그 식이 주어진다.

$$v_H = \frac{2P}{\pi L} \left[ \frac{1-\nu_1^2}{E_1} \left[ \ln \frac{2h_1}{b} - \frac{\nu_1}{2(1-\nu_2)} \right] + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \left[ \ln \frac{2h_2}{b} - \frac{\nu_2}{2(1-\nu_2)} \right] \right] \quad (3)$$

$$b = \sqrt{\frac{4P}{\pi L} \left[ \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right] \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}} \quad (4)$$

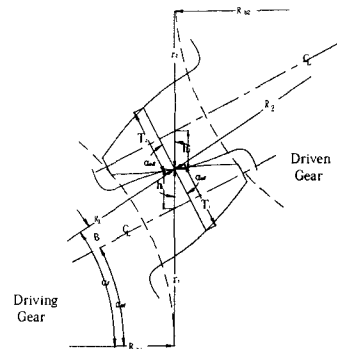


Fig. 6 Nomenclature for the contact deformation

이 변위와 접촉폭은 모두 하중을 포함하는 비선형이므로 접촉하고 있는 기어 치의 변형은 모두 일정하다는 가정 하에  $v_0$ 가 주어지고 반복법을 이용하여 접촉선을 따라 접촉변형에 의한 치면의 하중분포  $p(\xi)$ 가 구해지고 이것에 의해 접촉영향함수가 다음과 같이 구해진다.

$$K_c(\xi) = v_0/p(\xi) \quad (5)$$

### 3. 치의 오차

이 연구에서 고려된 치의 오차는 치형방향 오차와 치폭방향 오차로 나누어지고 치형 방향 오차로는 압력각 오차 또는 압력각 수정, 치형 크라우닝, 치선수정(치저수정), 치폭 방향의 방향오차로는 리드오차 또는 리드 수정, 리드 크라우닝이 있다. 본 해석을 위하여 치형방향과 치폭방향으로 지정된 위치에서 각각 3개씩의 치의 오차(수정)를 입력할 수 있도록 하였다.

이러한 치의 오차는 작용선상에서 축직각 방향에서의 값을 사용하며 해석에서는 접촉선 각 지점의 구동기어와 피동기어에서 고려된 치형 방향과 리드 방향의 오차 또는 수정의 합을 각각 계산하고 이를 구동기어와 피동기어의 합한 결과인 합성오차가 사용된다.

### 4. 전달오차 해석

헬리컬 기어의 물림 현상은 치폭과 작용선으로 이루어진 작용 평면에서 나타낼 수 있으며 치의 물림은 이 작용평면에서 기초원의 비틀림각을 가진 접촉선으로 나타난다. 구동기어가 좌 비틀림각을 가진 기어에서는 Fig.7에서 보는 바와 같이 우하단 점 S로부터 물림이 시작되어 좌상단의 점 E에서 물림이 끝나고 접촉선의 길이도 대체로 증가, 일정, 감소하는 형태로 변하게 된다. 엘리베이터 기어에 사용되는 접촉선의 변동형태는 구동기어의 회전방향(시계방향 회전, 반시계방향 회전)과 나선각의 방향(RH, LH)에 따라 4가지 경우가 되며 이 경우들을 고려하여 프로그래밍 하였

다.

전달오차를 계산하기 위해 두 쌍 이상의 치가 토크를 전달할 때 이 치들은 모두 접촉하고 있고 간섭을 피하기 위해 각 쌍의 전체 변형은 접촉점에 관계없이 같고 접촉변형의 영향함수는 집중하중이 작용하는 점에서만 영향을 준다고 가정한다. 이러한 가정 하에 한 개의 접촉선 상의 하중 분포와 변형과의 관계는 다음과 같은 적분 방정식에 의해 나타내어진다.

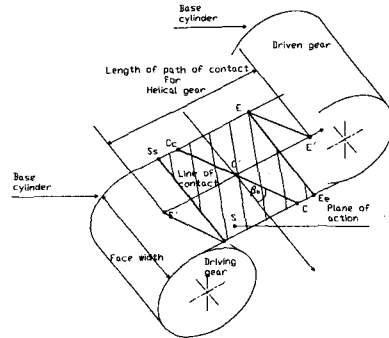


Fig. 7 Meshing Action of the Helical Gear

$$\Delta = \int_{-l}^l K_b(x, \xi) P(\xi) d\xi + K_c(x) P(x) + e(x) \quad (6)$$

한 쌍의 치의 전달하중  $W_j$ 는 다음 식에 의해 얻어진다.

$$W_j = \int_l^{-l} p(\xi) d\xi \quad (7)$$

동시에 맞물리고 있는 n개의 치의 축직각 방향 성분의 하중이 전 하중 W와 같다는 조건 하에서 다음과 같은 관계를 얻는다.

$$W = \sum_{j=1}^n W_j \cos \beta_g \quad (8)$$

각 접촉선에서의 전달오차를 구하기 위해 (6), (7), (8) 식을 연립하여 푼다.

## 5. 해석결과 및 토의

Table 2 Specification of Helical Gear

	Driving	Driven
Number of Teeth	19	89
Normal Module	2.5	
Normal pressure angle	20°	
Helix angle	25° LH	25° RH
Face width	48	48

해석 예제를 위하여 Table 2의 헬리컬 기어의 기하학적 데이터와 입력토크, 치형 수정량, 치선 수정 범위, 리드 크라운닝 등을 입력하여 치면의 하중분포, 접촉영역, 전달오차를 계산하였다.

이 하중분포와 접촉영역의 해석결과를 작용평면에서 볼 수 있는 전용 후처리기를 개발하였고, Fig.8과 Fig.9는 이 후처리기에서 얻어진 하중분포와 접촉영역이고 Fig.10은 전달오차이다.

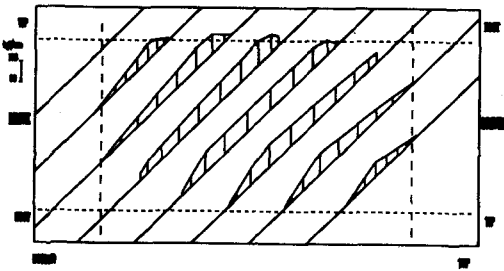


Fig. 8 Predicted Load Distribution(49.8Nm)

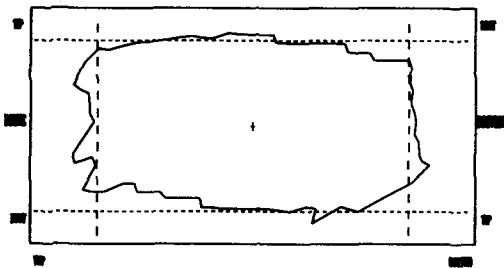


Fig. 9 Predicted Contact Area(49.8Nm)

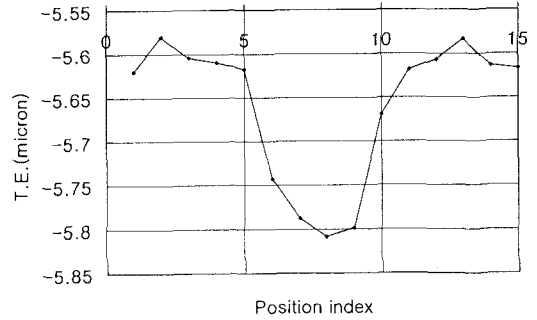


Fig. 10 Predicted Transmission Error(49.8Nm)

### 5.1 토크 변화와 치선 수정량에 의한 PPTE변화

Table 2의 기어 사양에 최대 입력 토크 99.5Nm과 입력토크의 1/2인 49.8Nm에 대해 공차 범위내에 있는 치선 수정량에 대해 PPTE(Peak to peak transmission error)와 치면 하중을 계산한 결과를 Table 3에 표시하였다. 그 결과 최대 토크보다 1/2 토크에서 PPTE가 작아진 것을 알 수 있다. 치면 하중은 토크에 비례하여 줄어들지 않았음을 알 수 있다. 토크가 99.5Nm일 때는 PPTE와 치면 하중의 변화가 있으나 토크 49.8Nm일 때는 작아짐을 알 수 있다.

Table 3 PPTE by tip relief and torque

토크	리드크라운닝(μ)		치선수정량(μ)		PPTE	Max. force (kgf/m)
	구동기어	피동기어	구동기어	피동기어		
99.5 Nm	0	14	10	10	0.402	16.20
			12	12	0.371	17.36
			14	14	0.364	17.94
49.8 Nm	0	14	10	10	0.226	11.57
			12	12	0.231	11.57
			14	14	0.237	11.74

### 5.2 치선 수정 길이에 따른 PPTE의 변화

치선 수정의 길이는 치선 수정량과 같이 전달 오차에 많은 영향을 준다. 그러므로 이러한 영향을 파악하기 위해 치선 수정량을 평균 전달오차로 하고 치선 수정의 길이를 작용선의 길이와 기초피치의 합의 1/2인 짧은 수정부터 긴 수정인 기초피치까지 5등분으로 나누어 그 길이를 변경

하면서 전달오차의 변화를 Table 4에 표시하였다. 그 결과 치형 길이가 9.6mm에서 PPTE가 가장 크고 8.04mm에서 가장 작음을 알 수 있다. 그러므로 이 전달오차 해석법을 사용하여 치형수정과 치형 수정의 길이를 설계 단계에서 구하고자 할 때, 진 인벌류트의 치형을 가지고 전달오차를 구하고 그의 평균값을 취하여 치선 수정 길이를 변화시켜서 결정한다.

Table 4 PPTE by the extent of tip relief

토크	리드크 라우닝 ( $\mu$ )	치선수정 량( $\mu$ )	치선수정 길이 (mm)	PPTE
99.5 Nm	0	6.2	9.6	0.371
			9.28	0.328
			8.97	0.307
			8.66	0.228
			8.35	0.167
			8.04	0.112

## 6. 요약 및 결론

본 연구에서는 헬리컬 기어 소음 예측을 위하여 필요한 엘리베이터 감속기용 헬리컬 기어의 부하전달오차를 해석할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 개발된 프로그램을 사용하여 토크의 변화, 치형 수정량과 치형 수정의 길이 변경에 따른 전달오차의 변화를 검토하였고 치형 수정량과 치선 수정의 길이를 정하는 방법을 제시하였다. 또한 이 프로그램으로 기어 소음에 미치는 각종 파라미터의 영향을 설계 단계에서 예측할 수 있을 것으로 사료된다.

## 참고문헌

(1) Barnett, D.W., Yildirim, N., 1994, "Loaded Transmission error prediction using a computer model and its verification," Proc. of the 1994 International Gearing Conference, University of

Newcastle, UK, pp.57-61.

- (2) Umezawa, K., 1972, "The Meshing Test on Helical Gears under Load Transmission(1st Report, The Approximate Formula for Deflections of Gear Tooth)," Bulletin of the JSME, Vol.15, No.90, pp.1632-1639.
- (3) Weber, C., 1949, "The deformations of loaded gears and the effects on their load-carrying capacity," Sponsored research(Germany), British Dept. of Scientific and Industrial Research, Report No.3.
- (4) Gosselin, C. et al., 1994, "A review of the current contact stress and deformation formulations compared to finite element analysis," Proc. of the 1994 International Gearing Conference, University of Newcastle, UK, pp.155-160.
- (5) Houser, D.R., 2000, LDP User's Manual, Ohio State University, Columbus, OH.
- (6) Umeyama, M., Kato, M., Inoue, K., 1998, "Effects of Gear Dimensions and Tooth Surface Modifications on the Loaded Transmission Error of a Helical Gear Pair," Trans. of the ASME, Journal of Mechanical Design, Vol.20, pp.119-125.
- (7) Cornell, R.W., 1981, "Compliance and Stress Sensitivity of Spur Gear Teeth," Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design, Vol.103, pp.447-459.
- (8) 박찬일, 이장무, 1995, "자동차 헬리컬 기어의 하중전달 해석," 한국자동차공학회 논문집 제 3권 제5호, pp.1-9.
- (9) Townsend, D.P. 2nd ed., 1992, Dudley's Gear Handbook, McGraw-Hill, NY.