

병렬형 공작기계의 채터 예측

김택수* · 홍대희** · 최우천** · 송재복**

Analytical Prediction of Chatter for Parallel Machine Tool

Taek Soo Kim, Dachie Hong, Woo Chun Choi, and Jae-Bok Song

Key Words : Chatter(채터), parallel machine tool(병렬공작기계), cutting dynamics(절삭동력학), stability chart(안정선도).

Abstract

Machine tool chatter is the self-excited vibration generated by chip thickness variation and severely degrades the quality of machined surface. The incidence of chatter is greatly affected by the dynamic characteristics of machine tool structure. Therefore, the cutting dynamics in the parallel machine tool is to be carefully studied considering the dynamic characteristics of parallel mechanism. In this paper, the vibration model of parallel machine tool is derived, in which the legs of the parallel mechanism are considered as spring-damper systems. The chatter stability charts for various machining parameters are examined with the example of the cubic parallel mechanism that is specially designed for machine tool use.

1. 서 론

병렬형 기구는 1965년 Stewart^[1]에 의해 처음으로 제안된 이후 직렬형 기구에 비해 높은 강성과 정밀함^[2] 때문에 많은 연구가 진행되고 있다. Ficher^[3]는 스크류 이론을 적용하여 스튜어트 플랫폼의 베이스 좌표계와 플랫폼 좌표계에 대한 기구학을 해석하고 기계장치의 제작과 관련된 연구를 진행하였으며, Gosselin^[4]은 일반 스튜어트 플랫폼에 대하여 각 링크를 강성이 동일한 스프링 모델로 가정하고 기구 전체의 강성을 구하였다.

채터(chatter)는 공작기계의 가공 정밀도에 매우 중요한 요소이다. 직렬형 공작기계의 채터에 대한 연구로 Tobias^[5]는 선반과 드릴, 그리고 밀링 등의 각종 공작기계에 사용되는 공구의 진동을 해석하여 채터 발생의 조건을 파악했으며, Smith 와 Tlusty^[6]는 밀링 가공에 대한 동력학적 해석을 수행하였으며, Budak 과 Altintas^[7]는 밀링 가공에 대하여 시스템의 안정성을 판별하고 채터 발생 조건을 분석하였다.

병렬형 공작기계는 직렬형 구조와 비교하여 상대적으로 높은 강성을 갖는 것으로 알려져 있지만, 보다 정밀하고 고속의 가공을 위해서는 가공 안정성에 대한 이론적인 해석이 여전히 중요한 문제로 제기되어야 한다. 병렬형 기구는 강성이 큰 반면 6개의 링크가 폐루프 구조를 이루고 있어서 동역학적인 분석과 구조 해석이 복잡하며, 자세가 바뀜에 따라서 진동 특성의 변화가 크고 이는 가공의 안정성에도 큰 영향을 미치게 된다. 따라서 병렬형 공작기계에 대하여 진동 특성을 분석하고 밀링 가공을 할 때 발생할 수 있는 채터 현상을 예측하여 가공의 안정성을 판단할 수 있는 이론적인 연구의 필요성이 제기되는데, 아직까지 병렬형 공작기계 채터 현상에 관련된 연구를 진행한 사례가 없다.

본 연구에서는 각각의 링크를 스프링-댐퍼 시스템으로 모델링하여 기구의 각 자세에 따른 진동 해석을 수행하였다. 진동에 관련된 운동방정식에는 관성행렬과 강성행렬, 감쇄행렬이 포함되는데, 각 행렬은 기구의 자코비안 행렬을 사용해서 표현하였으며, 기구의 자세에 따른 가공의 안정성을 살펴 보았다.

* 삼성 SDS

** 고려대학교 기계공학과

2. 병렬형 공작기계의 진동해석

2.1 병렬형 기구의 기구학

Fig. 1은 병렬형 구조를 간단하게 표현한 것인데, 고정된 베이스를 기준으로 하는 좌표계를 베이스 좌표계 (XYZ)라고 하고, 운동을 하는 플랫폼을 기준으로 하는 좌표계를 플랫폼 좌표계(xyz)라고 한다. a_i 와 b_i 는 각각 베이스와 플랫폼측 조인트의 위치를 나타낸다. i 번째 링크의 길이 l_i 는

$$l_i = \left\{ [\mathbf{P} + \mathbf{R}(^m\mathbf{b}_i) - \mathbf{a}_i]^T [\mathbf{P} + \mathbf{R}(^m\mathbf{b}_i) - \mathbf{a}_i] \right\}^{1/2} \quad (1)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 이 식을 이용하여 플랫폼의 위치와 방향을 나타내는 행렬 \mathbf{P} 와 \mathbf{R} 에 대하여 각 링크의 길이를 결정하는 역기구학 관계를 구할 수 있다.

병렬형 기구의 자코비안은 6 개 링크의 길이변화 $\Delta\mathbf{l}$ 와 플랫폼의 위치변화 $\Delta\mathbf{x}$ 와의 관계를 나타낸다. 즉,

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{J}\Delta\mathbf{l} \quad (2)$$

2.2 운동방정식

본 연구에서는 링크의 질량을 무시하였으며 플랫폼을 질량과 관성모멘트를 갖는 강체로 가정하였다. 링크의 질량을 무시할 수 없는 경우에는 적당한 방법으로 링크의 질량을 플랫폼의 질량에 부가할 수 있으므로, 이후 유도되는 관계식들을 적용할 수 있을 것이다. 기구의 링크 6 개를 각각 1 자유도 스프링-댐퍼 시스템으로 모델링 하였다. 이와 같은 구조에 대하여 진동과 관련된 운동방정식은 다음과 같이 모델링 할 수 있다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \Delta\mathbf{F}(t) \quad (3)$$

여기에서 행렬 \mathbf{M} 은 기구의 관성행렬을 나타내며, 행렬 \mathbf{C} 는 감쇠행렬을, 행렬 \mathbf{K} 는 강성행렬을 나타낸다.

식 (3)에서 외력 $\Delta\mathbf{F}$ 는 밀링 가공 시 발생하는 절삭력을 의미한다. 고정좌표계(첨자 f)와 운동좌표계(첨자 m)에 대한 관성텐서는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\mathbf{I}_f = (\mathbf{R}^{-1})^T \mathbf{I}_m (\mathbf{R}^{-1}) \quad (4)$$

여기서 \mathbf{R} 은 회전행렬이며 전체 관성행렬 \mathbf{M} 을 식 (5)과 같이 정리할 수 있다.

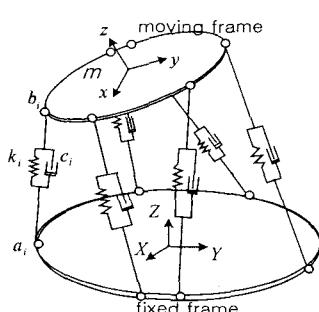


Fig. 1 Vibration model of a parallel mechanism.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} diag[m] & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_f \end{bmatrix} \quad (5)$$

식 (3)의 병렬형 기구의 강성행렬 (\mathbf{K})과 감쇠행렬 (\mathbf{C})은 기구의 자코비안행렬을 이용하여 구할 수 있다.

$$\mathbf{K} = \mathbf{J}^T diag[k_i] \mathbf{J} \quad (6)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{J}^T diag[c_i] \mathbf{J} \quad (7)$$

이상에서 구한 관성행렬, 강성행렬, 감쇠행렬을 정리하여 운동방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{M}\Delta\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{J}^T diag[c_i] \mathbf{J}\Delta\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{J}^T diag[k_i] \mathbf{J}\Delta\mathbf{x} = \Delta\mathbf{F} \quad (8)$$

기구에 작용하는 외력은 공작기계로 가공을 할 때 공구가 공작물을 통해 기구에 가하는 절삭력으로 서로 크기가 같고 방향이 반대이다. 일반적으로 밀링 가공 시에 발생하는 절삭력은 X 축과 Y 축 두 방향이 중요하며, 공구 축 방향 성분(Z)은 이에 비하여 작기 때문에 무시할 수 있다. 그리고 모멘트 성분 또한 X 축과 Y 축 두 방향의 절삭력에 비하여 매우 작기 때문에 무시할 수 있다. 따라서, 기구에 가해지는 외력을 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\Delta\mathbf{F} = \{F_x, F_y, 0, 0, 0, 0\}^T \quad (9)$$

2.3 변형

식(8)을 주파수 영역에서 나타내면 다음과 같은 직교좌표계에 대한 전달함수를 얻을 수 있다.

$$\Delta\mathbf{x} = [G_{ij}] \Delta\mathbf{F} \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6) \quad (10)$$

가공을 수행할 때 시스템 전체의 진동은 기구의 진동과 공구의 진동으로 나눌 수 있다. 엔드밀(end mill)이나 페이스밀(face mill)의 경우 X, Y 방향은 절삭력이 발생하는 방향이며 가공 정밀도를 결정하기 때문에 이 방향의 변형을 주로 고려해야 한다. 병렬형 기구의 변형은 직교 좌표계를 기준으로 하여, 병진변형 성분과 회전변형 성분으로 나눌 수 있다. 특히 회전변형 성분이 $X-Y$ 방향 변형에 미치는 영향을 고려하여야 한다.

먼저 기구의 X 축 및 Y 축 방향에 대한 병진 변형량은 식(11)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{cases} \Delta x_i \\ \Delta y_i \end{cases} = \mathbf{G}^t \begin{cases} \Delta F_x \\ \Delta F_y \end{cases} = \begin{bmatrix} G_{11} \Delta F_x + G_{12} \Delta F_y \\ G_{21} \Delta F_x + G_{22} \Delta F_y \end{bmatrix} \quad (11)$$

운동 플랫폼이 베이스에 대하여 ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z 만큼 회전된 상태에 있을 때, 베이스 좌표계에서 바라본 가공위치 \mathbf{b}_f 는 \mathbf{b} 와 변환행렬 \mathbf{R} 의 곱으로 구할 수 있다. 따라서 기구가 $\Delta\phi$ 만큼 회전변형이 생겼을 때, \mathbf{b}_f 의 변화량은 식 (12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta\mathbf{b}_f = [\mathbf{R}(\phi + \Delta\phi) - \mathbf{R}(\phi)] \mathbf{b} \quad (12)$$

식 (12)에 변환행렬 $\mathbf{R}(\phi)$ 와 \mathbf{b} 를 대입하여 행렬 형태로 정리하면, 회전변형성분에 의해서 발생한 가공 방향으로의 변형 관계를 구할 수 있다.

$$\Delta\mathbf{b}_f = \{\Delta x \ \Delta y \ \Delta z\}^T = \Phi \{\Delta\phi_x \ \Delta\phi_y \ \Delta\phi_z\}^T \quad (13)$$

여기서 행렬 Φ 는 상수행렬(constant matrix)로서 플랫폼

의 자세와 가공위치에 의해서 결정된다. 이상을 종합하면 외력이 가해질 때 기구의 변형으로 인한 가공위치의 변화는 병진변형 성분 (11)과 회전변형 성분 (13)의 합이 된다.

본 연구에서는 공구의 진동과 관련된 운동방정식을 $X-Y$ 평면에 대한 2 자유도 모델로 가정하였다.

$$\begin{Bmatrix} \Delta x_c \\ \Delta y_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} G_{xx}^c & G_{xy}^c \\ G_{yx}^c & G_{yy}^c \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \end{Bmatrix} \quad (14)$$

여기서 첨자 c 는 공구를 나타내며, 공구의 전달함수는 실험을 통하여 모델링 할 수 있다.

이상을 정리하여 절삭력과 관련된 $X-Y$ 평면에 대한 전달함수를 구할 수 있다.

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} + (\Phi_{11}G_{41} + \Phi_{12}G_{51}) & G_{12} + (\Phi_{11}G_{42} + \Phi_{12}G_{52}) \\ G_{21} + (\Phi_{13}G_{61}) + G_{xx}^c & G_{22} + (\Phi_{13}G_{62}) + G_{xy}^c \\ G_{21} + (\Phi_{21}G_{41} + \Phi_{22}G_{51}) & G_{22} + (\Phi_{21}G_{42} + \Phi_{22}G_{52}) \\ G_{31} + (\Phi_{23}G_{61}) + G_{yx}^c & G_{32} + (\Phi_{23}G_{62}) + G_{yy}^c \end{bmatrix} \quad (15)$$

3. 절삭력 모델링

3.1 절삭력

공구 축 방향으로 미소한 절삭깊이 dz 에 대한 절삭력을 공구 날의 접선방향과 반경방향 성분으로 다음과 같이 모델링 할 수 있다.

$$dF_y = K_i h(\theta_j) g(\theta_j) dz, \quad dF_y = K_r dF_y \quad (16)$$

여기서 K_i 와 K_r 은 밀링 가공에서 접선과 반경방향 절삭력 계수이며 공구 날 끝의 형상, 공구와 공작물의 재질 등에 의해 결정되는 상수이다. $g(\theta)$ 는 단위계단함수(unit step function)로서, 공구 날이 공작물을 가공하는 각도 영역에서는 1이며, 나머지에서는 0이 된다. 또한 θ_{ex} 는 공구 날이 가공을 시작하는 각도를, θ_{er} 는 가공이 끝나는 각도를 나타낸다. 접선방향과 반경방향의 절삭력을 고정 좌표계에 대하여 다시 정리하면, 퍼드 방향(X)과 그 수직 방향(Y) 성분으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} dF_{xy} &= [-dF_y(\theta_j) \cos \theta_j - dF_y(\theta_j) \sin \theta_j] g(\theta_j) \\ dF_{yy} &= [dF_y(\theta_j) \sin \theta_j - dF_y(\theta_j) \cos \theta_j] g(\theta_j) \end{aligned} \quad (17)$$

공구의 절삭깊이 전체에 대한 절삭력을 공구 축 방향의 미소 절삭력을 절삭깊이 a 까지 적분하여 구할 수 있다. 각 방향의 절삭력은 행렬 형태로 간단히 나타낼 수 있다

$$\begin{Bmatrix} F_{xy} \\ F_{yy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{xy}^s \\ F_{yy}^s \end{Bmatrix} + c \begin{Bmatrix} a_{xy} & a_{yy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} \quad (18)$$

여기서

$$c = \frac{1}{2} a K_r \quad (19)$$

로 정의되며, 이 계수 다음의 행렬 내 각 원소들은 밀링 절삭력의 동적 성분에 의한 변형의 관계를 나타내는 동적밀링 계수(dynamic milling force coefficient)이다.

밀링 공구의 절삭 날의 개수가 N 일 때, 전체 절삭력을 각 날에서 발생하는 절삭력을 합한 것과 같다. 따라서 공작기계와 공구에 대한 전체의 절삭력은 다음과 같이 정리 된다.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_c + c \mathbf{A}(t) \Delta \quad (20)$$

여기서 \mathbf{F}_c 는 공작기계의 플랫폼이 일정한 속도로 진행하면서 깎는 정적인 절삭량에 대한 절삭력을 나타낸다. 또한 $\mathbf{A}(t)$ 는 동적밀링계수행렬이라고 하며 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{A}(t) = \sum_{j=0}^{N-1} \begin{bmatrix} a_{xy} & a_{xy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{bmatrix} \quad (21)$$

3.2 안정성 예측

가공 시스템의 안정성은 공작기계와 공구의 동적인 진동성분에 의해서 판별할 수 있기 때문에 식(18)은 아래와 같이 단순하게 쓸 수 있다.

$$\mathbf{F} = c \mathbf{A}(t) \Delta \quad (22)$$

동적밀링계수행렬 $\mathbf{A}(t)$ 는 공구가 회전하면서 변하는 시변함수행렬(time-variable function matrix)이다. 따라서 식 (22)를 단순화 시키기 위하여 다음과 같이 각 원소들을 주기에 대하여 평균치를 취하여 사용하였다.

$$\mathbf{A}(t) \approx \mathbf{A}_0 = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{A}(t) dt = \frac{N}{2\pi} \begin{bmatrix} \alpha_{xx}^0(\theta) & \alpha_{xy}^0(\theta) \\ \alpha_{yx}^0(\theta) & \alpha_{yy}^0(\theta) \end{bmatrix} \quad (23)$$

공구와 공작기계 변형의 진동성분은 가공면에 물결무늬를 형성하게 된다. 이 물결무늬의 주파수를 ω_c 일 때, 연속된 공구 날이 깎은 형상은 서로 $\omega_c T$ 의 위상차를 갖는다. 앞의 식 (15)에서 구한 절삭력과 변형의 관계, 그리고 식 (22)의 침두끼와 절삭력의 관계를 이용하여 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\mathbf{F}(t) = c \mathbf{A}_0 \Delta(t) = c \mathbf{A}_0 (1 - e^{-i\omega_c T}) \mathbf{G}(i\omega_c) \mathbf{F}(t) \quad (24)$$

공작기계와 공구간의 상대적인 진동은 가공면에 반복적인 물결무늬를 만드는데, 식 (24)에서 시스템이 안정한 경우에는 일시적으로 발생한 변형은 시간이 지나면서 소멸하게 되어 가공면에 큰 지장을 주지 않는다. 하지만 시스템이 불안정한 경우에는 공구가 회전하면서 점차 그 변형이 증폭된다. 밀링 가공에서 채터의 발생은 특성방정식을 풀어서 안정성을 확인함으로써 예측할 수 있다.

식 (24)를 절삭력에 대한 식으로 정리하면,

$$\mathbf{F} \{ \mathbf{I} - c(1 - e^{-i\omega_c T}) \mathbf{A}_0 \mathbf{G}(i\omega_c) \} = 0 \quad (25)$$

이 식(25)가 유용해(nontrivial solution)를 갖기 위한 조건은 행렬값(determinant)이 0인 경우이다. 즉,

$$\det[\mathbf{I} - c(1 - e^{-i\omega_c T}) \mathbf{A}_0 \mathbf{G}(i\omega_c)] = \det[\mathbf{I} + \Lambda \mathbf{G}(i\omega_c)] = 0 \quad (26)$$

식 (26)에서 Λ 는 행렬 \mathbf{G}_0 의 고유치의 역수를 나타내며, 수치계산을 통하여 구할 수 있다. 이 고유치는 식 (19)와 (26)에서, 다음과 같은 절삭깊이와 고유치의 관계를 만족해야 한다.

$$\Lambda = -\frac{N}{4\pi} K_i a (1 - e^{-i\omega_c T}) \quad (27)$$

이를 절삭깊이 a 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$a_{lim} = -\frac{\Lambda}{\frac{N}{4\pi} K_i (1 - e^{-i\omega_c T})} \quad (28)$$

여기서 a_{lim} 은 시스템이 안정한 상태에 있는 최대의 절삭깊이를 나타내고, ω_c 는 채터가 발생할 수 있는 주파수이다.

밀링 가공에서 공구가 공작물을 깎는 축 방향의 절삭깊이는 실수값을 갖는다. 따라서 식 (28)의 허수부는 0이 되어야 한다.

$$\Lambda_r (1 - \cos \omega_c T) - \Lambda_i \sin \omega_c T = 0 \quad (29)$$

여기서 Λ_r 과 Λ_i 는 각각 고유치 Λ 의 실수부와 허수부를 나타낸다. Λ 의 실수부와 허수부의 비를,

$$\kappa = \frac{\Lambda_r}{\Lambda_i} = \frac{1 - \cos \omega_c T}{\pm \sqrt{1 - \cos^2 \omega_c T}} \quad (30)$$

라고 정의하고 위 식의 해를 구하면 다음과 같다.

$$\omega_c T = \cos^{-1} \left(\frac{1 - \kappa^2}{1 + \kappa^2} \right) + 2k\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (31)$$

절삭깊이를 나타낸 식을 다시 정리하면,

$$a_{lim} = -\frac{2\pi\Lambda_r}{NK_i} (\kappa + 1/\kappa) \quad (32)$$

그리고 스판들의 회전속도는 공구 날 간의 가공 주기 T 와 공구의 날수 N 으로 간단하게 구할 수 있다.

4. 채터 해석

지금까지 병렬공작기계에 대하여 전달함수행렬을 구하는 과정과 침투께와 절삭력의 동적인 관계를 이용하여 채터가 발생할 수 있는 절삭깊이와 스판들 회전속도의 관계를 분석하는 과정을 보여 주었다. 이 알고리즘을 Choi^[8]등이 제안한 육면형 병렬기구에 대하여 적용하였다. 육면형 병렬기구는 X 축 방향으로 1 개의 링크가 지지하고 있으며, Y 축 방향은 2 개, Z 축 방향으로 3 개의 링크가 지지하는 것을 기본 구조로 하고 있다. 이 구조는 기존의 스튜어트 플랫폼 구조에 비하여 공작기계에 있어서 가장 흔히 요구되는 축방향 운동과 실시간 제어가 비교적 용이하다는 장점이 있다.

계산에 사용된 사양은 다음과 같다: $m = 23.64\text{kg}$, $I_x = 0.497\text{kgm}^2$, $I_y = 0.666\text{kgm}^2$, $I_z = 0.782\text{kgm}^2$, 공구의 고유진동수 = 230Hz, 공구의 날수 = 3, $K_t = 600\text{Mpa}$, $K_r = 0.07$.

Fig. 2 는 k 를 증가시키면서 전 영역에 대하여 채터 안정선도를 그린 것이다. Fig. 3은 플랫폼의 원점을 중심으로 반경 10cm 원궤적을 가공하는 경우에 대하여 스판들 회전속도를 3000RPM으로 가공할 때 가공이 안정한 최대 절삭깊이를 나타낸 것이다. 병렬형 공작기계의 플랫폼의 위치에 따른 동특성의 변화로 인하여 가공의 안

정성이 변화됨을 확인할 수 있었다. 이 그림에서는 절삭깊이의 변화량이 우려할 정도로 크지 않다는 것을 알 수 있었으나 기구의 동특성이 변화되거나 자세가 한 곳에 치우쳐 강성이 크게 변화했을 경우 등에는 채터 안정성에 많은 영향을 미칠 것으로 예상된다.

5. 결 론

본 논문에서는 병렬형 기구를 이용하여 밀링 가공을 할 때, 공작기계와 공구 사이의 진동으로 인한 채터 발생과 가공의 안정성에 대한 조건을 해석하였다. 병렬형 기구에 대한 관심이 많아지고 있으며 공작기계에 응용하여 얻을 수 있는 이점을 고려해 볼 때 본 연구는 중요한 의의가 있을 것이다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 특정기초(과제번호: 1999-1-304-003-3)에 의해 지원을 받아 이루어 졌으며, 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다.

참고문헌

- (1) D. Stewart, 1965, "A Platform with Six Degrees of Freedom," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 180(15), pp. 371-386.

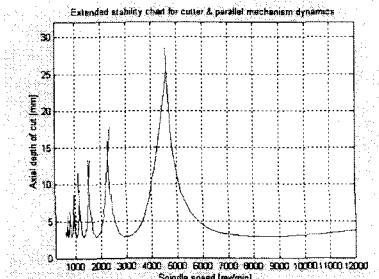


Fig. 2 Extended stability chart.

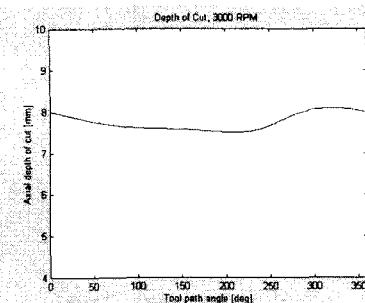


Fig. 3 Depth of cut at 3000RPM for circular path.

- (2) J. Trusty, J. Ziegret, and S. Ridgeway, 1999, "Fundamental Comparison of the Use of Serial and Parallel Kinematics for Machines Tools," Annals of CIRP., Vol. 48, pp. 351-358.
- (3) E. F. Fischer, 1986, "A Stewart Platform-Based Manipulator : General Theory and Practical Construction," Int. J. Robotics Research, Vol. 5, No. 2, pp. 157-182.
- (4) C. Gosselin, 1990, "Stiffness Mapping for Parallel Manipulators," IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 6, No. 3, pp. 377-382.
- (5) S. A. Tobias, 1965, "Machine Tool Vibration," John Wiley, New York.
- (6) S. Smith, and J. Tlusty, 1991, "An Overview of Modeling and Simulation of the Milling Process," Journal of Engineering for Industry, Vol. 113, pp. 169-175.
- (7) E. Budak, and Y. Altintas, 1998, "Analytical Prediction of Chatter Stability in Milling-Part I: General Formulation," Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 120, pp. 22-30.
- (8) 최우천, 장재형, 1999, "육면형 병렬기구의 동역학적 거동 해석," 한국정밀공학회 99년도 추계학술대회논문집, pp. 275~278.