

축방향 압축력을 받는 원통형 박막소재의 좌굴후 탄소성 대변형에 관한 실험 및 해석 연구

권세문* · 윤희도*

Experimental and Numerical Study on the Elastic-Plastic, Large Deflection, Post-Buckling Behavior of Axially Compressed Circular Cylindrical Tubes

Semun Kwon and Heedo Yun

Key Words: Buckling(좌굴), Post-Buckling(좌굴후), Circular Cylindrical Tubes(원형 튜브), Axial Compression(축 압축)

Abstract

Circular cylindrical tubes are widely used in structures such as vehicles and aircraft structures, where light weight and high compressive/bending/torsional load carrying capacity are required. When axially compressed, relatively thick circular cylindrical tubes deform in a so-called ring mode. Each ring develops and completely collapses one by one until the entire length of the tube collapses. During the collapse process the tube absorbs a large amount of energy. Like honey-comb structures, circular cylindrical tubes are light weighted, are capable of high axial compressive load, and absorb a large amount of energy before being completely collapsed. In this report, the subject of axial plastic buckling of circular cylindrical tubes was reviewed first. Then, the axial collapse process of the tubes in a so-called ring mode was studied both experimentally and numerically. In the experiment, steel tubes were axially compressed slowly until they were completely collapsed. Fixed boundary condition was provided. Numerical study involves axisymmetric, elastic-plastic, large deflection, self-contact mechanisms. The measured and calculated results were presented and compared with each other. The purpose of the study was to evaluate the load carrying capacity and the energy absorbing capacity of the tube.

기호설명

C instantaneous moduli matrix
 D diameter
 E Young's Modulus
 E_s Secant Modulus
 E_t Tangent Modulus
 R radius
 t thickness
 ν 포아송 비
 σ_{cl} buckling stress, classical theory
 σ_{cr} buckling stress, elastic-plastic case

λ_{cl} half wave length, classical theory
 λ_{cr} half wave length, elastic-plastic case

1. 서론

원통형 박막 소재는 비교적 높은 압축력을 견딜 수 있는 능력을 갖고 있어, 가벼우면서도 높은 강도가 요구되는 구조물의 용도에 복합재료 등의 형태로 많이 이용되고 있다. 특히, 적절히 설계된 원통형박막 소재는 좌굴 후에도 비교적

* 안동대학교 기계공학부

높은 압축력을 오래 유지하면서 소재의 거의 모든 부분이 소성 대변형을 일으키면서 Fig. 1, 2와 같이 붕괴하므로 에너지의 흡수를 위한 목적으로 사용하기에 적당하다. 원통형 박막소재를 다수 병렬로 겹쳐 결합하여 사용하면 벌집형 구조물 같은 가볍고, 고강도의 복합재료를 얻을 수도 있다. 본 연구에서는 원통형 박막소재의 축강도, 좌굴후 대변형, 그리고 에너지 흡수 현상 등을 실험 및 수치해석적으로 분석하였다.

원통형 박막소재의 축 압축력에 의한 좌굴 현상의 해석은 1911년도에 Lorenz [1]에 의하여 처음 발표되었다. 그의 이론은 후에 다른 학자들에 의하여 보강되어 이른바 고전이론을 이루었다. 고전이론에 의한 탄성소재의 축 좌굴시의 응력은 다음과 같다.

$$\sigma_{cl} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{t}{R} \quad (1)$$

좌굴의 모드는 축대칭 및 축비대칭의 두종류가 모두 가능하다. 비교적 높은 D/t 비의 소재는 축비대칭 (소위 다이아몬드 모드)의 모드로, 그리고 비교적 낮은 D/t 비의 소재는 축대칭 (소위 링 모드)의 모드로 좌굴함을 실험적으로 알 수 있다. 본 논문에서는 축대칭의 모드로 좌굴하는 비교적 낮은 D/t 비 (< 30)의 소재만을 고려하였다. 고전이론에 의한 탄성소재의 축대칭 모드의 반파장의 길이는 다음과 같다.

$$\lambda_{cl} = \pi \left[\frac{R^2 t^2}{12(1-\nu^2)} \right]^{1/4} \quad (2)$$

소재의 두께가 얇지 않은 경우에는 재료의 탄성 영역의 밖에서 좌굴현상이 일어날 수 있다. Timoshenko [2]는 소성영역에서의 좌굴응력 및 반파장 길이의 근사치를 다음과 같이 제안하였다.

$$\sigma_{cr} = \frac{\sqrt{E E_t}}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{t}{R} \quad (3)$$

$$\lambda_{cr} = \pi \left[\frac{R^2 t^2}{12(1-\nu^2)} \frac{E_t}{E} \right]^{1/4} \quad (4)$$

소성 좌굴현상의 체계적인 이론은 Bijlaard [3]에 의하여 최초로 소개되었다. 그는 J_2 Deformation 이론에 기초하여 원통형 박막소재의 소성 좌굴 현상은 항상 축대칭으로 먼저 발생하며, 경우에 따라 후에 축비대칭으로 전환 발전할 수 있다고 하였다. Bijlaard의 이론은 후에 많은 학자들의 다양한 실험 [4]을 통하여 실제와 비교적 잘 일치함이 입증되었다. Batterman [5]은 J_2 Flow 이론을 적용하여 소성 좌굴 현상을 체계적으로 해석하였다. 이들의 좌굴 응력 및 반파장의 길이의 결과를 다음에 요약하였다.

$$\sigma_{cr} = \left[\frac{C_{11} C_{22} - C_{12}^2}{3} \right]^{1/2} \frac{t}{R} \quad (5)$$

$$\lambda_{cr} = \pi \left[\frac{C_{11}^2 R^2 t^2}{12 (C_{11} C_{22} - C_{12}^2)} \right]^{1/4} \quad (6)$$

$C_{\alpha\beta}$ 는 다음과 같이 정의되는 좌굴시 재료의 instantaneous moduli 이다.

$$\begin{pmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_2 \end{pmatrix} \quad (7)$$

J_2 Deformation 이론과 J_2 Flow 이론의 $C_{\alpha\beta}$ 는 각각 다음과 같다.

$$[C]_{def} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_t}, & (\frac{1}{2} - \nu) \frac{1}{E} - \frac{1}{2} \frac{1}{E_t} \\ sym, & \frac{1}{4} \frac{1}{E_t} + \frac{3}{4} \frac{1}{E_s} \end{bmatrix}^{-1} \quad (8)$$

$$[C]_{flow} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_t}, & (\frac{1}{2} - \nu) \frac{1}{E} - \frac{1}{2} \frac{1}{E_t} \\ sym, & \frac{1}{4} \frac{1}{E_t} + \frac{3}{4} \frac{1}{E} \end{bmatrix}^{-1} \quad (9)$$

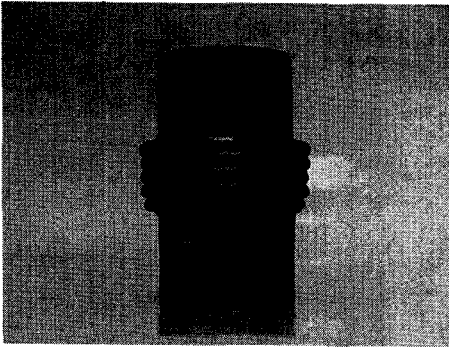


Fig.1 Collapsed tube (48.6 mm diameter, 2.0 mm thickness)

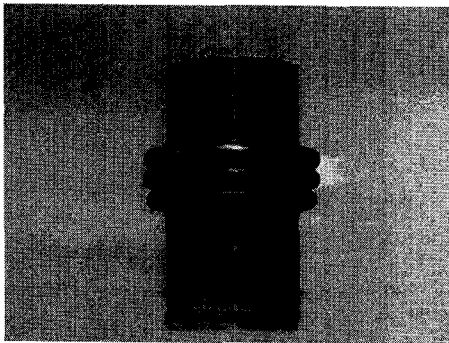


Fig.2 Collapsed tube (48.6 mm diameter, 3.0 mm thickness)

D/t 비의 감소와 함께 좌굴현상은 탄성영역에서 소성영역으로 이동한다. 소성 좌굴이론의 좌굴 응력은 탄성 좌굴이론의 값에 비하여 매우 낮다. D/t 비의 감소와 함께 소성의 영역으로 들어서면서 초기에는 소성 좌굴이론의 좌굴 반파장의 길이가 탄성 좌굴이론의 값에 비하여 작으나 (더 짧은 파형), 매우 낮은 D/t 비에 대하여는 더 높은 값을 예측한다 (더 긴 파형).

상기한 좌굴의 해석은 모두 좌굴의 현상이 튜브의 전체 길이에 대하여 균일하게 발생함을 가정하고 있다. 실제의 실험에서는 경계조건에 영향, 소재의 재료, 모양 및 크기의 작은 결함 등에 의한 영향을 받아 실험으로부터 얻는 좌굴하중은 일반적으로 이론적인 예상값보다 다소 작다.

좌굴 발생 후에 소재가 연속하여 압축됨에 따라 좌굴 모드의 파형들은 모두 계속하여 성장하며, 어느 순간에는 여러 개의 파형 중 하나의 파에 변형이 집중되는 변형의 국부화 현상이 일어난다. 일반적으로 경계면의 영향을 받으므로 경계면에 위치한 파에 변형이 집중되며, 다른 파형은 변형이 감소한다. 변형이 집중된 파형은 완전히 붕괴될 때까지 계속 성장하여 하나의 완성된 주름을 형성하며, 연속하여 부근의 파에 변형의 집중, 붕괴의 과정이 되풀이 된다. 이와 같은 과정은 Fig. 1, 2 의 실험 결과에서 보는 바와 같이 소재의 길이 전체가 완전 붕괴될 때까지 계속되면서 많은 변형 에너지를 흡수한다. Fig.1, 2 에 제시된 소재 중간의 주름진 부분이 축 압축력에 의하여 완전히 붕괴된 부분이고, 위 아래의 부분은 경계면에 고정되었던 부분으로 변형이 일어나지 않았다.

본 연구에서는 Fig. 1, 2 의 실험 결과와 같은 소재의 완전 붕괴 현상을 실험 및 수치해석의 방법으로 고찰하고, 그 결과를 상호 비교, 보완하였다.

2. 실험적 연구

직경 48.6 mm, 두께 2 mm 와 3 mm 의 2 종의 용접 제작된 연결 재료의 원통형의 튜브를 사용하여 실험하였다. 튜브의 양쪽 끝단의 부분은 특별히 설계, 제작된 매우 단단한 크램프를 사용하여 튜브의 내외부를 모두 고정하여 양 끝단이 고정된 경계조건을 주었다. 사용된 크램프의 한쪽 부분이 결합되어 있는 시편의 사진이 Fig. 3 에 제시되어 있다. 길이 150 에서 200 mm 의 튜브는 MTS 회사의 UTM 장비 [6] 를 이용하여 좌굴, 좌굴후 변형, 및 완전 붕괴 까지 서서히 축방향 압축 하여 실험 하였다. 실험의 결과 두께 2 mm 와 3 mm 의 튜브는 모두 축대칭의 모양으로 좌굴 및 좌굴후 변형을 거쳐 Fig. 1, 2에서 보는 바와 같이 완전 붕괴되었다.

실험중에는 튜브 길이의 변화와 압축하중을 측정하였다. 두께 2 mm 튜브의 측정값은 Fig. 4

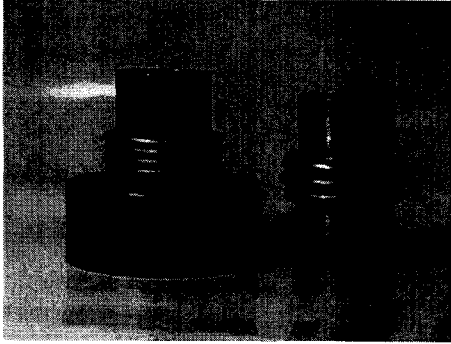


Fig.3. Collapsed tube connected with one of the two end clamps

에, 그리고 두께 3 mm 튜브의 측정값은 Fig. 5 에 각각 실선의 'experiment' 로 표시되어 있다. 축 압축력은 평균응력과 항복응력의 비로, 그리고 튜브의 길이의 변화는 튜브 직경의 비로 각각 무차원화 하여 도시하였다. 두께 3 mm 튜브의 변형 과정을 Fig. 5 에 표시된 번호의 순으로 정리하면 다음과 같다.

- (1) 첫 번째의 좌굴 현상이 발생하였다. 경계면에 가장 가까운 곳에 위치한 좌굴 파에 변형이 집중되어 좌굴후 변형과 붕괴가 시작되면서 하중이 급격히 감소한다. 첫 번째 주름의 밖으로의 형성이 시작된다.
- (2) 첫 번째 주름의 밖으로의 형성이 완료되었다.
- (3) 첫 번째 주름의 안으로의 붕괴가 시작된다.
- (4) 첫 번째 주름의 형성/붕괴가 완료되었다. 두 번째 주름의 좌굴 직전에 하중이 급격히 증가하고 있다.
- (5-8) 두 번째 주름이 좌굴되면서 이곳에 변형이 집중되며, 좌굴후 변형과 붕괴가 시작되며 하중이 급격히 감소된다. 두 번째 주름의 밖으로의 형성이 시작된다. 첫 번째 주름의 (1-4) 의 과정을 반복하여 두 번째 주름의 붕괴 과정 (5-8) 이 진행된다.

Fig. 4 의 두께 2 mm 의 튜브에서는 두 번째와 그 이후의 좌굴 하중들은 첫 번째의 좌굴 하중에 비해 다소 작음을 볼 수 있다. 그러나 Fig. 5 의 두께 3 mm 의 튜브에서는 첫 번째와 그 이

후 좌굴의 하중이 모두 비슷함을 볼 수 있다. Fig. 4 의 두께 2 mm 의 튜브에서는 첫 번째의 주름의 안쪽으로의 좌굴 과정이 명확치 않음을 볼 수 있다. 두께 3 mm 의 튜브의 경우 붕괴시의 단위 변위당 흡수 에너지는 115 kJ/m 으로 산출되었다.

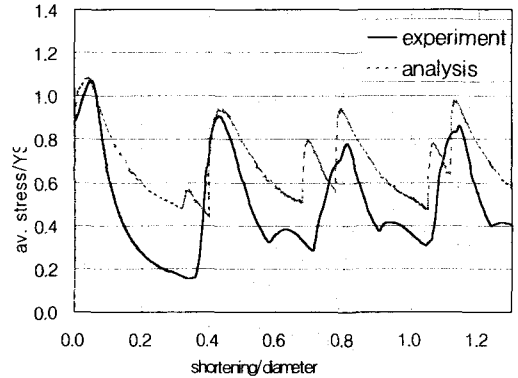


Fig.4 Load-deflection curves of 2 mm thick steel tube, experimental and numerical analysis results

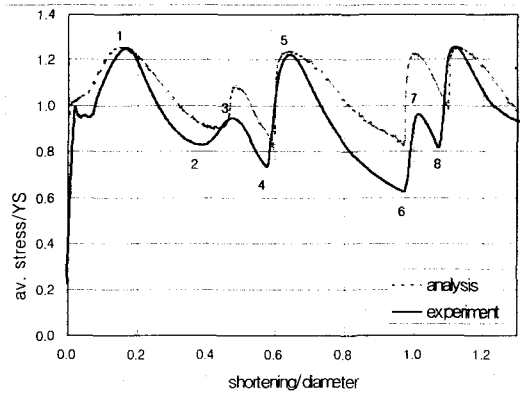


Fig.5 Load-deflection curves of 3 mm thick steel tube, experimental and numerical analysis results

3. 수치해석적 연구

튜브의 모양, 하중, 변형 등이 모두 축대칭임을 이용하여 2 차원의 축대칭 유한요소법으로 해석하였다. HKS 회사의 구조 해석용 코드인

ABAQUS/Standard [7] 를 이용하였다. 튜브는 경계면에서 붕괴를 시작하여 첫 번째 주름의 형성이 완료되면서 경계면 크래프의 면과 접촉을 하게 되며, 두 번째와 그 이후의 주름들은 붕괴의 완료시에 튜브 자신과 안팎으로 접촉을 하는 이른바 self-contact 의 현상이 일어난다. 이러한 튜브의 접촉 현상, 튜브 재료의 비교적 큰 소성 변형의 현상, 그리고 비선형 대변위 현상 등은 유한 요소 해석을 매우 비선형적으로 하는 원인이 되었다. 본 해석에서는 수치해석의 안정성을 위하여 선형의 reduced integration 요소인 CAX4R 요소를 사용하였다. 튜브 접촉면의 마찰 계수는 일률적으로 0.1 으로 설정하였다. 크래프의 튜브와의 경계면에는 2 mm 의 곡률을 주었다. 크래프는 튜브의 한쪽 끝에만 적용하였고, 튜브의 다른 끝에는 변위의 대칭 조건과 축방향의 변위 제어의 경계조건을 부여하였다. 튜브 재료의 탄소성 물성치는 폭 17 mm 가량의 튜브의 인장시편으로 인장시험하여 얻은 데이터를 적용하였다. Unloading, reloading 등의 현상이 미미할 것으로 예상되므로 해석의 편의성을 고려하여 J₂-Flow 이론과 Isotropic Hardening 의 소성이론을 적용하여 해석하였다. 반경방향과 축방향의 면에, 크래프는 rigid surface 로 모델링하였고, 튜브는 두께 방향에 5개의 요소, 길이 방향에 200 개의 요소, 크래프의 내부에 삽입된 부분은 40개의 요소로 총 1,200 개의 요소로 모델링 하였다. 유효길이 200 mm (D/L = 4.1) 의 튜브가 붕괴후의 길이 약 40 mm 로 완전 붕괴하는 해석에는 300-400 개의 increment가 필요하며, SUN Ultra-60 Workstation에서 수시간의 CPU 시간을 요하였다.

초기 형상에 결함이 없는 튜브를 변위제어하여 축압축함에 따라 튜브 내부의 압축력은 급격히 증가하여 곧 소성의 영역으로 들어간다. 재료의 소성변형과 함께 식 (5)의 하중 근처에서 식 (6)의 반과장의 길이를 갖는 좌굴현상이 튜브의 길이 전반에 걸쳐 발생한다. 이와 동시에 발생하는 크래프 주위의 응력 집중의 현상에 따라 좌굴후 변형은 그 곳에 집중하면서 첫 번째의 주름이 형성된다. 첫 번째 주름의 붕괴 후에는 그 부근의 튜브에 또 하나의 주름의 형성, 성장의 과정이

반복되어 튜브 전체가 모두 붕괴할 때까지 순차적으로 진행된다. 축 변위 제어에 따른 하중의 변화가 Fig. 4, 5 에 점선의 'analysis' 로 도시되어 있다. 일반적인 하중의 변화양상은 실험의 결과와 잘 일치한다. 좌굴시의 최대하중의 값은 대체로 잘 일치하나, 붕괴시의 최저하중의 값은 실험값에 비하여 높게 산출되었다. 또한 변위의 값은 일반적으로 실험 값에 비하여 다소 과다 산출되었다. 두께 3 mm 의 튜브의 경우 붕괴시의 단위 변위당 흡수 에너지는 138 kJ/m 으로 산출되어, 실험 값보다 약 20% 과도하게 예측되었다.

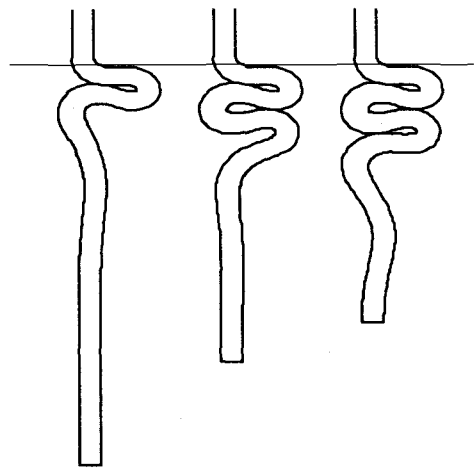


Fig.6 Tube collapse sequence, numerical analysis results

4. 결론

축방향 압축력을 받는 원통형 튜브의 좌굴 및 붕괴현상의 연구를 위하여 본 연구에서는 먼저, 좌굴의 이론을 정리하였고, 직경 48.6 mm, 두께 2 mm 와 3 mm 의 두 개의 튜브를 모델로하여 실험 및 수치해석을 하였고, 그 결과를 비교, 분석하였다.

실험 및 수치해석의 결과 비교적 두꺼운 튜브들은 좌굴후 축대칭 링 모드의 변형을 일으키며, 붕괴현상은 하나의 주름이 완성된 후 부근에 다음의 주름이 순차적으로 형성되어 튜브의 길이

전체가 붕괴하는 현상을 확인하였다. 실험의 결과와 수치해석의 결과는 대체로 잘 일치하였다. 붕괴시 최대하중의 값 들은 잘 일치하였으나, 최저하중의 값 들은 수치해석이 다소 과대 예측하였다. 변위의 값 들도 수치해석이 다소 과대 예측하였다. 결과적으로, 붕괴시 흡수하는 단위 변위 당의 에너지의 값도 수치해석이 과대 예측하였다.

대 변형도 영역에서의 인장시험 데이터의 정확성, 경계조건의 모델링, 재료의 소성 이론 등의 변수 들을 향상시킨다면, 실험과 해석 결과의 차이를 앞으로 더욱 좁힐 수 있을 것으로 기대된다.

후기

본 연구 수행 경비의 일부가 안동대학교 BK21 기계기술 사업팀으로부터 충당 되었다. 안동대학교 공동실험관 보유의 UTM 장비 등이 본 연구의 실험연구에 사용되었다.

참고문헌

- (1) Lorenz, R., 1911, "Die nichtachsensymmetrische Knickung dünnwanger Hohlzylinder," Physik.Z., vol. 13, pp.241-260
- (2) Timoshenko, S. P. and Gere, J. M., 1961, "Theory of Elastic Stability," 2nd ed., McGraw-Hill Book Co.
- (3) Bijlaard, P. P.,1941, "Theory and tests on the plastic stability of plates and shells," Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 16, pp. 529-541
- (4) Sobel, L. H. and Newman, S. Z., 1980 "Plastic buckling of cylindrical shells under axial compression," ASME Journal of Pressure Vessel Technology, vol. 102, pp. 40-44,
- (5) Batterman, S. C.,1965, "Plastic buckling of axially compressed cylindrical shells," AIAA Journal, vol. 3, no. 2, pp. 316-325
- (6) 1998,MTS Manual, MTS Systems Corporation
- (7) 2000,ABAQUS/Standard User's Manual, Version 6.1, HKS