

# Lined Pipe 이론 해석

정진한\* · 최재승\*

## Theoretical Analysis of Lined Pipe

Jin-Han Jung and Jae-Seung Choi

**Key Words :** Fluid Catalyst Cracking(FCC) Unit(유동성 촉매 분해 장치), Chemical Pressure Vessel(화공 압력 용기), Equivalent Mechanical Property(등가 물성치), Refractory Lining(내화벽돌)

### Abstract

The refractory-lined pipe is used to protect the system from high-temperature of the internal flow. The property of the refractory has an effect upon the stress analysis for fluid catalyst cracking(FCC) unit piping design. The equivalent elastic modulus and density considering steel and refractory must be applied in the stress analysis of the system. In the research, the theoretical method to obtain the value of the equivalent property is introduced and then the parametric analysis is carried out to understand the characteristic of the material properties.

### 1. 서론

석유 정제용 FCC Unit는 유동성 촉매 분해 장치(Fluid Catalytic Cracking Unit)의 약어로 중질유인 Bunker-C 유 및 잔사유를 고온에서 촉매(Catalyst)와 반응시켜 Bunker-C 유 및 잔사유의 탄소 입자를 촉매가 흡수함으로써 가솔린과 같은 정제된 상태의 경질유를 생산하고, 탄소 입자의 흡수로 손상된 촉매는 700~800 °C의 더운 공기와 혼합되어 촉매에 흡수된 탄소 입자를 분리함으로써 정제된 양질의 촉매를 재사용하는 장치이며, 일반적으로 반응로와 재생기로 구성되어 있다.<sup>(1)</sup>

FCC Unit는 일반 화공 압력용기와는 달리 고온의 내부 유체로부터 시스템을 보호하기 위해 내벽에 내화물(Refractory)이 설치되어 있어 FCC Unit 응력 해석을 위해서는 내화물의 영향을 반드시 고려해야만 한다. 그러나 건전성 평가를 위한 배관 해석, 응력해석 프로그램들은 1차원 Pipe 요소나 3차원 Shell 요소를 주로 사용하고 있어 Steel과 내화벽돌을 동시에 고려해서 해석할 수 없다. 그래

서 내화 벽돌이 설치된 시스템의 응력해석을 위해서는 등가 물성치의 개념이 도입되어야 한다.<sup>(2-4)</sup> 즉 내화벽돌의 특성이 고려된 등가 물성치를 계산하여 이를 Lined Pipe 해석에 적용해 사용하게 된다.

본 연구에서는 내화벽돌이 설치된 FCC Unit의 응력해석을 위한 등가 탄성 계수 및 등가 밀도를 계산하는 방법을 제시하였다.

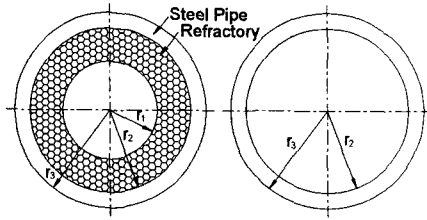
### 2. 이론

#### 2.1 등가 밀도

Fig.1의 (a)는 내화물이 설치되어 있는 실제 Piping System의 치수를 나타내고 (b)는 해석용 모델을 보여준다. 해석용 모델의 치수는 실제 Steel Pipe의 치수와 일치하고, 물성치는 내화재의 영향을 고려해서 새로이 결정한다. 실제 배관내의 유체의 중량이 해석용 모델에 흐르는 중량과 같다고 가정하면 등가 유체밀도(Equivalent Fluid Density)는 다음과 같이 정의할 수 있다.

여기서  $\rho_f$ 는 실제 관에 흐르는 유체의 밀도를 나타낸다.

\* 두산중공업(주) 기술연구원



(a) Real system (b) Model for analysis  
**Fig. 1 Piping system geometry**

$$\rho_{feq} = \rho_f \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \quad (1)$$

실제 Piping System 에서 Pipe 와 Refractory 의 중량 합은 해석용 모델의 중량과 동가한 것으로 가정을 하면 해석용 모델의 밀도는 다음과 같이 표현된다.

$$\rho_{eq} = \rho_s + \rho_L \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_3^2 - r_2^2} \quad (2)$$

여기서  $\rho_s$  는 관의 밀도,  $\rho_L$  은 내화재의 밀도를 나타낸다.

## 2.2 등가 탄성 계수

등가 탄성계수를 계산하기 위해서는 Steel 과 내화 벽돌 사이에 미끄럼(Slip)이 일어나지 않고 두 재질이 하나의 재질처럼 굽힘이 일어난다고 하면 총 굽힘 모멘트는 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$M = M_s + M_L \quad (3)$$

**Case I** ) 인장에서의 내화벽돌의 탄성계수가 압축일 때의 탄성계수와 같은 경우에 중립축은 관의 중심에 위치하고 Simple Beam Theory 를 이용하면 식(3)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>(5-6)</sup>

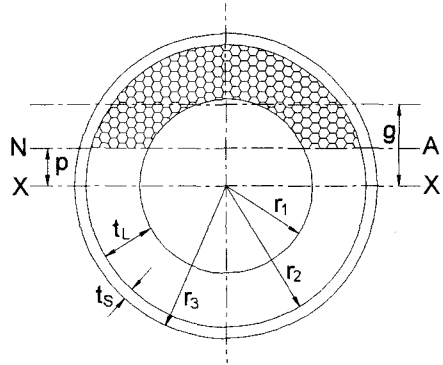
$$E_{eq1} = E_s + E_L \frac{I_L}{I_s} = E_s + E_L \frac{r_2^4 - r_1^4}{r_3^4 - r_2^4} \quad (4)$$

**Case II** ) 내화벽돌의 특성상 인장은 받지 않고 압축만을 받고 또한 내화벽돌의 평균 반경( $r_L$ ) >>  $t_s, t_L$  이고 중립축 Offset 'p' 는 작다고 가정한다.

내화벽돌이 인장을 받지 않으면, Fig. 2 에서 보는 것처럼 중립축은 단면의 압축측으로 'p' 만큼

이동한다.

여기서 중립축의 위치는 중립축 위의 면적 모멘트와 아래의 면적 모멘트 합이 같다는 원리를 이용해서 구할 수 있다. Fig. 2 에서 중립축(N-A)에 관한 면적 모멘트를 취하면,



**Fig. 2 Cross section of lined pipe of Case II**

$$(\text{Steel 의 면적}) \times p = \frac{1}{n} \times (\text{Honeycomb 면적}) \times (g-p)$$

즉 다시 말해서,

$$\pi(r_3^2 - r_2^2)p = \frac{1}{n} \left[ \frac{\pi}{2}(r_2^2 - r_1^2) - 2t_L p \right] (g-p) \quad (5)$$

여기서 탄성계수비  $n = \frac{E_s}{E_L}$

X-X 축에서 무게중심 g까지의 거리를 얻기 위해서 Lining 영역을 3부분(N-A 축위, X-X 와 N-A 축사이, X-X 축 아래)로 나눈 후 X-X 축에 대한 3부분의 모멘트 합은 0 이어야 한다.

$$\left[ \frac{\pi}{2}(r_2^2 - r_1^2) - 2pt_L \right] g + 2(pt_L) \frac{p}{2} - \frac{\pi}{2}(r_2^2 - r_1^2) \frac{2r_L}{\pi} = 0$$

요약하면, 다음과 같이 표현된다.

$$\left[ \frac{\pi}{2}(r_2^2 - r_1^2) - 2pt_L \right] g = (r_2^2 - r_1^2)r_L - p^2 t_L \quad (6)$$

식 (5)와 (6)을 이용해서,

$$p^2 - \frac{\pi}{2t_L} \left[ 2n(r_3^2 - r_2^2) + (r_2^2 - r_1^2) \right] p + \frac{r_L}{t_L} (r_2^2 - r_1^2) = 0 \quad (7)$$

식(7)을 이용하여 Offset 'p'를 구할 수 있다. Fig. 2의 중립축에 관한 등가 탄성계수는 다음과 같다.

$$E_{eq2} = E_s + E_L \frac{I_L}{I_s} \quad (8)$$

여기서  $I_s$ 는와  $I_L$ 은 평행축 이론(Parallel-Axis Theorem)을 적용해서 쉽게 구해진다.

$$I_s = \frac{\pi}{4} (r_3^4 - r_2^4) + p^2 \pi (r_3^2 - r_2^2)$$

$$I_L = \frac{\pi}{8} (r_2^4 - r_1^4) - \frac{2}{3} p^3 t_L - \frac{(r_2^2 - r_1^2)}{2} (4r_L p - p^2 \pi)$$

Case III) Case II의 가정과는 달리  $t_s$ ,  $t_L$ 과  $p$ 의 치수를 고려하고 나머지 가정은 Case II와 같다.

Fig. 3에서 힘의 평형(Static Equilibrium)을 고려하면

$$F_s + F_L = 0 \quad (9)$$

$$F_s = \frac{E_s}{\rho} \int_{r_2}^{r_3} \int_0^{2\pi} (r \sin \theta + p) r d\theta dr = \frac{E_s}{\rho} p \pi (r_3^2 - r_2^2)$$

$$\begin{aligned} F_L &= \frac{E_L}{\rho} \int_{r_1}^{r_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} (r \sin \theta + p) r d\theta dr \\ &= \frac{E_L}{\rho} \left[ -\frac{1}{3} (r_2^3 - r_1^3) (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} (r_2^2 - r_1^2) p (\theta_2 - \theta_1) \right] \end{aligned}$$

여기서,

$\rho$  : Composite Cylinder의 곡률 반경

$$\theta_1 : \pi + \sin^{-1} \left( \frac{p}{r_L} \right)$$

$$\theta_2 : 2\pi - \sin^{-1} \left( \frac{p}{r_L} \right)$$

식(9)에 대입하면,

$$\begin{aligned} p \pi (r_3^2 - r_2^2) &= -\frac{1}{n} \left[ \frac{1}{3} (r_2^3 - r_1^3) (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \right. \\ &\quad \left. + \frac{p}{2} (r_2^2 - r_1^2) (\theta_2 - \theta_1) \right] \quad (10) \end{aligned}$$

Case II에서 구한 p 값을 식(10)의 초기치로 가정해서 수치해석에 의해 새로운 p 값을 구한다.

Case III에서 등가 탄성계수는 다음과 같다.

$$E_{eq3} = E_s + E_L \frac{I_L}{I_s} \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned} I_s &= \int_{r_2}^{r_3} \int_0^{2\pi} (r \sin \theta + p)^2 r d\theta dr \\ &= \frac{1}{4} \pi (r_3^4 - r_2^4) + \pi p^2 (r_3^2 - r_2^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_L &= \int_{r_1}^{r_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} (r \sin \theta + p)^2 r d\theta dr \\ &= \frac{1}{4} (r_2^4 - r_1^4) \left[ \frac{\theta_2 - \theta_1}{2} - \frac{\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1}{4} \right] \\ &\quad - \frac{2}{3} p (r_2^3 - r_1^3) (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \\ &\quad + \frac{1}{2} p^2 (r_2^2 - r_1^2) (\theta_2 - \theta_1) \end{aligned}$$

실제의 경우에는 아래 식이 평균 탄성계수를 계산하는데 사용되어 질 수 있다.

$$E_{eq4} = 0.6 \cdot E_{eq1} + 0.4 \left[ \frac{E_{eq2} + E_{eq3}}{2} \right] \quad (12)$$

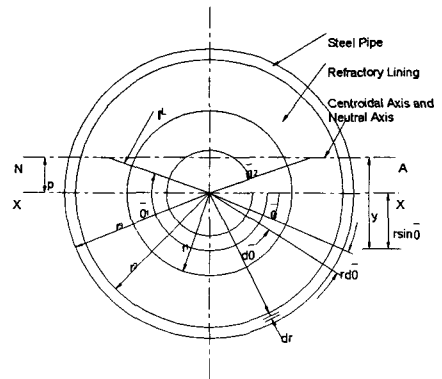


Fig. 3 Cross section of lined pipe of Case III

### 3. 해석

앞 Section에서 이론적으로 구한 식들을 이용해서 내화재 두께, Pipe 두께, Pipe 내경 등의 치수들을 변화시켜 물성치들의 특성을 파악하였다.

등가 유체 밀도는 단지  $r_1$ 과  $r_2$ 의 함수이기 때

문에 Steel Pipe 의 두께 변화는 영향을 주지 않는다. Fig.4 에서 보면 Lining 두께가 증가하면 등가 유체 밀도는 감소한다. 이는 흐르는 유체의 중량이 작아지기 때문이다. Lining 두께와 Pipe 의 두께가 일정하고, Pipe 의 내경이 변화할 때는 Fig.5 에서처럼 Pipe 내경이 증가할수록 등가 유체의 밀도는 증가한다. 다시 말해서 식 (1)은 다음과 같이 변화시킬 수 있기 때문에

$$\frac{\rho_{feq}}{\rho_f} = \left( \frac{r_2 - t_L}{r_2} \right)^2, \quad (r_2 > t_L) \quad (13)$$

$r_2$  가 일정하고 Lining 두께  $t_L$  이 증가하면 등가 유체 밀도는 감소하게 되고,  $t_L$  이 일정하고 Pipe 내경  $r_2$  가 하면 등가 유체 밀도도 증가하게 된다.

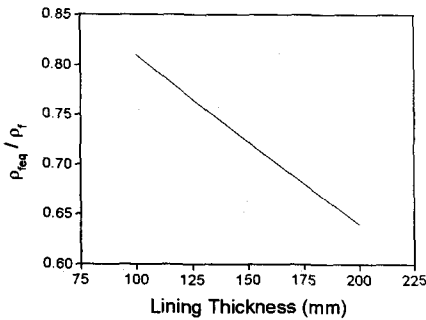


Fig. 4 Lining thickness vs. equivalent fluid density

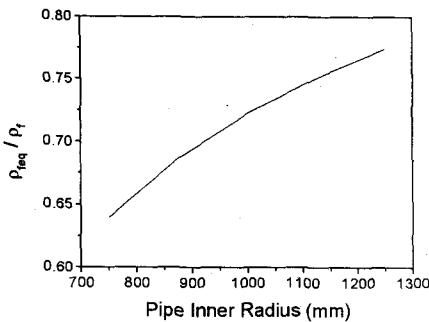


Fig. 5 Pipe inner radius vs. equivalent fluid density

등가 유체 밀도의 경우와는 다르게, Lining 두께를 증가시킬 경우 등가 모델 밀도는 증가한다. 이는 Lining 중량이 늘어나 전체 중량(Lining + Steel)에 영향을 끼치기 때문이다.(Fig.6) Pipe 두께가 증가 시 증가 모델 밀도는 감소하고 Pipe 의 내경이 증가하면 등가 모델 밀도는 증가한다.(Fig.7, 8)

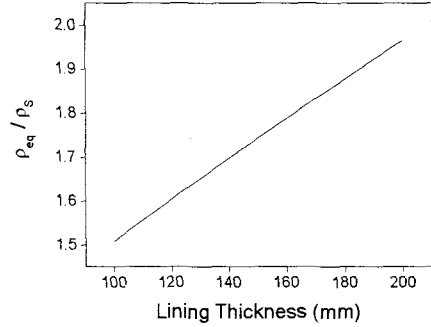


Fig. 6 Lining thickness vs. equivalent model density

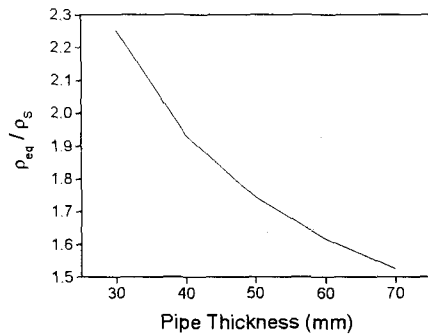


Fig. 7 Pipe thickness vs. equivalent model density

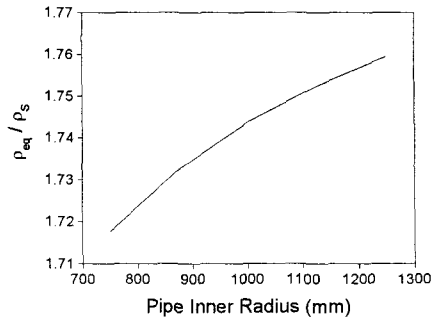


Fig. 8 Pipe inner radius vs. equivalent model density

등가 탄성 계수를 나타내는 식 (4), (8), (11)은 등가 모델 식 (2)와 기본 형태가 같기 때문에 그래프 형태는 유사한 모양을 가진다.

여기서 Pipe 의 탄성 계수는 Steel 의 물성치를 사용하였고, Lining 은 주어진 값 또는 물성치를 알 수 없는 경우 다음과 같은 근사식을 사용한다.<sup>(7)</sup>

$$E = (1089 p^3 G)^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

여기서  $E$  : Modulus of Elasticity (psi)  
 $p$  : Refractory Density (lb/ft<sup>3</sup>)  
 $G$  : Modulus of Rupture (psi)

위 식을 사용하여 내화재의 탄성계수를 구할 경우, 항상 영미 단위계를 적용하여야 한다.

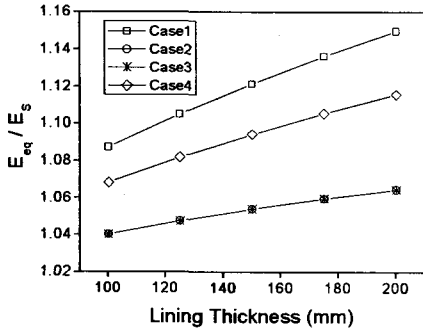


Fig. 9 Lining thickness vs. equivalent elastic modulus

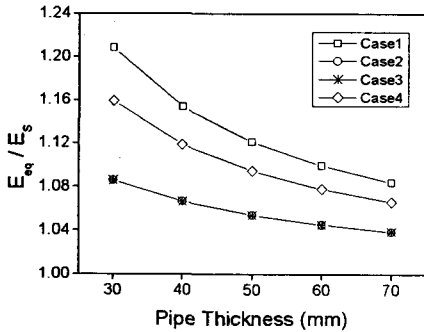


Fig. 10 Pipe thickness vs. equivalent elastic modulus

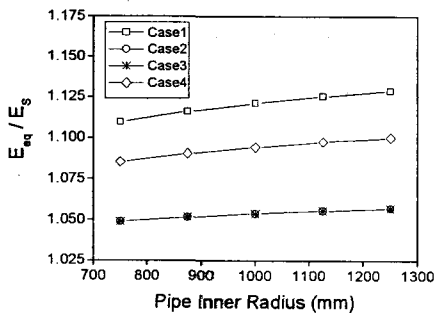


Fig. 11 Pipe inner radius vs. equivalent elastic modulus

Case I)은 실제 설계에서 많이 사용하고 계산

방법이 간편하지만 가장 보수적인 해석 방법으로 과잉 설계의 가능성이 있다. Fig.9, 10, 11에서 보는 것 처럼 Case IV)는 Case II), Case III)보다는 보수적이고 Case I)보다는 덜 보수적인 계산법이다. Case II)와 Case III)은 커다란 차이를 발견할 수 없다.

Lining 두께가 증가함에 따라 등가 탄성 계수도 증가하고(Fig.9), Pipe 두께가 증가함에 따라 등가 탄성 계수는 감소하는 경향을 보인다.(Fig.10)

Pipe 내경의 변화는 등가 탄성 계수에 큰 영향을 미치지 않는다. Fig.11은 Pipe 내경과 등가 탄성 계수와의 관계를 보여준다.

#### 4. 결론

석유 정제용 FCC Unit와 같이 고온의 내부 유체로부터 시스템을 보호하기 위하여 내벽에 내화벽돌을 설치한 압력 용기의 응력해석 수행을 위한 등가 탄성계수 및 등가 밀도를 구하는 방법을 제시하였고, Pipe 두께, 내화재 두께, 내경의 변화에 따른 특성을 고찰하였다.

#### 참고문헌

- (1) 김태완, 최재승, 정진한 1999, "석유 정제용 FCC Unit의 Pipe Stress 해석을 위한 등가 물성치 계산", 기술보고서, 한국중공업.
- (2) Chadda, T. S. 1981, "Effect of Refractory Lining on the Stiffness of Steel Pipe", ASME, pp. 79 ~ 87.
- (3) Manuel Aguirre G. 1969, *Bending of Composite Cylinders*, Master Thesis, Rice University.
- (4) Mogbo Nathan C., Jirsa James O., and Wilhoit, Jr. J.C. 1972, "Effective Stiffness of Concrete Coated Line Pipe", ASME 71-Pet-26, pp. 1 ~ 9.
- (5) Truong, K. T. 1998, "Improve FCCU Refractory Lined Piping Design", *Hydrocarbon Processing*, pp. 69 ~ 74.
- (6) 정진한, 최재승, 하대홍 2000, "Lined Pipe 해석을 위한 등가 탄성계수 계산", 한국정밀공학회 추계학술대회논문집, pp.547~550.
- (7) 1998, *Project Book for Stress Analysis in FCCU-Reactor/Regenerator*, RTI.