

인공위성 카메라 주반사경의 위상 최적화

박강수* · 장수영* · 이응식* · 윤성기**

Topology Optimization of the Primary Mirror of a Multi-Spectral Camera

Kang-Soo Park, Su-Young Chang, Enug-Shik Lee and Sung-Kie Youn

Key Words: Topology optimization(위상 최적화), Primary mirror(주반사경), Optical aberrations(광학수차), Zernike polynomials(제르니케 다항식)

Abstract

A study on the topology optimization of a multi-spectral camera for space-use is presented. A multi-spectral camera for space-use experiences degradation of optical image in the space, which can not be detected on the optical test bench on the earth. An optical surface deformation of a primary mirror, which is a principal component of the camera system, under the self-weight loading is an important factor affecting the optical performance of the whole camera system. In this study, topology optimization of the primary mirror of the camera is presented. Total mass of the primary mirror is given as a constraint to the optimization problem. The sensitivities of the objective function and constraint are calculated by direct differentiation method. Optimization procedure is carried out by an optimality criterion method using the sensitivities of the objective function and the constraint. As a preliminary example, topology optimization considering a self-weight loading is treated. For practical use, the polishing pressure is included as a loading in the topology optimization of the primary mirror. Results of the optimized design topology for the primary mirror with varying mass ratios are presented.

1. 서론

위성에 탑재된 지구관측용 카메라는, 지상의 망원경과 같은 원리로, 우주상공에서 지표면 관측을 자동적으로 수행하고 관측 정보를 지상으로 전달해 주는 역할을 한다. 반사경을 사용하는 카메라의 구조는 Fig. 1에 나타내었다.

인공위성 카메라는 발사 시 발생하는 각종 하중조건(진동, 충격 등)과 우주 환경(무중력, 진공, 복사 등)을 겪으며 작동을 해야 한다.

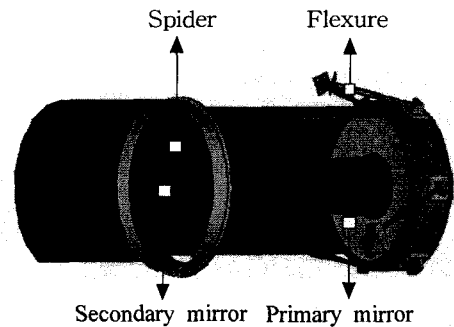


Fig. 1 The multi-spectral camera system.

위와 같은 환경 하에서 카메라 내부의 각종 광학부품과 그를 지지하는 구조물의 변형은 광학적 성능 전반에 큰 영향을 미친다. 그 중에서도 목

* 한국과학기술원 기계공학과

** 정희원, 한국과학기술원 기계공학과

표로 하는 광학적 성능을 얻기 위한 위성용 카메라 주반사경의 설계기술이 가장 중요한 부분에 속한다. 따라서 주반사경에 있어서의 상의 질적 저하 즉, 상의 열화(image degradation)와 관련이 있는, 광학면의 변형을 최소화하여 상의 질을 높이기 위한 고 강성·경량화 구조로의 설계를 신중히 고려하여야 한다.

이를 위해 일반적으로 주반사경 후판 형상을 벌집구조(honeycomb structure)로 만드는 경우가 많으며, 여러 가지 후판 형상에 따른 성능 비교가 Valente, 등[1]에 의해 시도되었다. 여기서 저자는 경량화 및 고 강성화를 위한 주반사경의 설계 기준을 제시하였다. Cho, 등[2]은 주반사경 광학면의 파면 오차(wavefront error)를 최소화하고 주반사경을 지지하기 위한 최적의 지지점의 위치를 설계기준으로 설정하여 자중이 작용하는 경우 최적의 경량화된 주반사경의 설계를 위한 절차와 방법을 제시하였다. Genberg, 등[3]은 비선형 계획법을 이용하여 주반사경 경량화를 위한 최적설계를 수행하였다. 크기 최적화를 통해 먼저 주반사경의 후 판에 사용될 코어(core)의 최적 두께를 결정하고 여기서 얻어진 코어의 최적 배치를 찾는 형상 최적화를 수행하였다.

그러나 이러한 기존의 연구들에서 주반사경의 경량화 및 강성화를 위해 제시된 방법들은 주로 제작 경험이나 숙련 정도에 따라 광학적인 성능의 차이가 큰 전통적인 방법에서 크게 벗어나지 못하였다. 이 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위한 방법으로 위상 최적화기법을 이용한 주반사경의 경량화 및 강성화 설계방법을 제안하고자 한다.

2. 광학적 물성치 해석

2.1 제르니케 다항식의 정의 및 성질

주반사경 광학면의 변형을 광학적인 오차로 분석하기 위해 제르니케 다항식 분할과정을 거친다. 제르니케 다항식은 단위원 상에서 정의된다. 따라서 극좌표계를 사용하면 용이하게 표현할 수 있고 주로 원주방향 삼각함수와 반경방향의 다항식의 곱으로 표현된다. 본 논문에서의 제르니케 다항식은 놀(Noll)의 직교화 방법을 사용하는 다항식이다[7].

$$Z_i(r, \theta) = R_n^m(r) \theta_n^m(\theta) \quad (1)$$

여기서 반경방향과 원주방향 다항식은 각각 다음과 같이 표시된다.

$$R_n^m(r) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! \left[\frac{(n+m)-s}{2} \right]! \left[\frac{(n-m)-s}{2} \right]!} r^{n-2s} \quad (2)$$

$$\theta_n^m(\theta) = \sqrt{2(n+1)} \begin{pmatrix} \cos m\theta \\ \sin m\theta \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\theta_n^0(\theta) = \sqrt{n+1} \quad (4)$$

식(1)~식(4)에서 n과 m은 다음 조건을 만족하여야 한다.

$$m \leq n \quad (5)$$

$$n-m = \text{짝수} \quad (6)$$

Z_i 의 순서는 i가 1에서 시작하며 n에 대해서 작은 m의 순서로 번호를 부여한다. 처음 7개의 제르니케 다항식의 정의는 Table 2.1에 나타내었다. 또한 제르니케 다항식들은 다음과 같은 직교 조건을 만족한다.

$$\int_0^1 \int_0^{2\pi} Z_i Z_j W(r) r \, d\theta \, dr = \delta_{ij} \quad (7)$$

여기서 δ_{ij} 는 크로네커 델타이고 $W(r) = 1/\pi$ 이다.

Table 1 Values of indices m and n for some Zernike polynomials (Z1 to Z7)

Term No.	n	m	Definition	Abberation
1	0	0	$Z_1=1$	piston
2	1	1	$Z_2=2r \cos(\theta)$	x-tilt
3	1	1	$Z_3=2r \sin(\theta)$	y-tilt
4	2	0	$Z_4=\sqrt{3} (2r^2-1)$	defocus
5	2	2	$Z_5=\sqrt{6} r^2 \sin(2\theta)$	astigmatism
6	2	2	$Z_6=\sqrt{6} r^2 \cos(2\theta)$	astigmatism
7	3	1	$Z_7=\sqrt{8} (3r^3-2r) \sin(\theta)$	3rd order y-coma

2.2 제르니케 다항식을 이용한 수직 변위 근사

광학면상의 변위가 다음과 같이 n_{term} 개의 제르니케 다항식을 사용하는 급수로 표현된다고 하자.

$$\Phi(r/R, \theta) = \sum_{j=1}^{n_{term}} a_j Z_j(r/R, \theta) \quad (8)$$

여기서 R은 주반사경의 반지름이다. 제르니케 급수로 표현되는 변위와 유한요소법을 사용해서 얻은 변위의 수직 성분 값의 차이는 다음과 같이

표시된다.

$$v^2 = \int_{\Omega} (U_n - \Phi)^2 d\Omega \quad (9)$$

여기서 U_n 은 광학면에 수직한 변형성분을 의미한다. v 를 최소로 하는 제르니케 급수의 계수 a_j 는 다음과 같은 조건일 때 얻어진다.

$$\frac{\partial v^2}{\partial a_j} = \left(\sum_{i=1}^{n_{cm}} \int_{\Omega} Z_i Z_j a_i d\Omega - \int_{\Omega} U_n Z_j d\Omega \right) = 0 \quad (10)$$

식(10)으로부터 다음과 같이 급수의 계수들을 미지수로 가지는 연립 대수방정식을 얻는다.

$$P \{a_j\} = R \quad (11)$$

여기서 대칭 양의 정부호 행렬(symmetric positive definite matrix) P 와 벡터 R 은 광학면상의 평면 요소의 수를 n_{se} 라 하면 다음과 같이 각 평면 요소의 적분의 합으로 표현된다.

$$P_{ij} = \int_{\Omega} Z_i Z_j d\Omega = \sum_{e=1}^{n_{se}} \int_{\Omega_e} Z_i Z_j d\Omega \quad (12)$$

$$R_i = \int_{\Omega} Z_i U_n d\Omega = \sum_{e=1}^{n_{se}} \int_{\Omega_e} Z_i U_n d\Omega \quad (13)$$

식(11)을 가우스 소거법을 사용하여 해를 구하면 광학면 상의 변형은 식(8)로 표현되는 제르니케 급수로 표현된다.

2.3. 광학적 물성치의 표현

광학면의 오차를 확인하기 위한 방법으로 주로 사용되고 있는 값으로는 광학면의 수직변위에 대한 피크-밸리값(P-V value)과 제곱 평균 근호값(RMS)이 있다. 광학면 오차의 피크-밸리값은 간단히 변형의 최저값과 최고값의 차이로 정의된다. 그리고 광학면 오차의 제곱 평균 근호값은 다음과 같이 표현된다.

$$(RMS_{U_n})^2 = \frac{\int_{\Omega} U_n^2 d\Omega}{\int_{\Omega} d\Omega} = \frac{\sum_{e=1}^{n_{se}} \int_{\Omega_e} U_n^2 d\Omega}{\sum_{e=1}^{n_{se}} \int_{\Omega_e} d\Omega} \quad (14)$$

3. 위상 최적화 기법 및 적용

3.1 형상 표현 방법

구조물의 위상을 자유롭게 표현하는 방법으로 지시 함수를 이용하는 방법이 있다. 이 지시 함수는 재료가 있으면 1, 없으면 0을 갖는 함수로 다양한 위상을 표현할 수 있다. 즉 지시함 수는

다음과 같이 정의될 수 있다.

$$X(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in \Omega^m \\ 0 & \text{if } x \notin \Omega^m \end{cases} \quad (15)$$

여기서 Ω^m 는 재료 존재 영역이다. 위의 지시 함수를 이용하여 설계영역 내의 각 지점에서 재료 물성치를 표현하면 다음과 같다.

$$E_{ijkl(x)} = X(x) E_{ijkl}^m \quad (16)$$

여기서 E_{ijkl}^m 는 재료 물성치 텐서이다. 설계영역을 구조물의 형상을 표현할 수 있도록 충분한 개수로 분할하여 각 요소 내의 지시 함수값이 일정하다고 가정하고 지시 함수값을 구하는 것으로 완화할 필요가 있다.

형상을 표현하기 위해 도입되는 0과 1의 값만을 갖는 엄격한 지시 함수를 이용한다면 일반적으로 해의 존재성이 보장되지 않는다[4]. 이런 문제를 해결하기 위해 첫 접근 방법으로 복합 재료의 개념을 도입하여 요소 내에 재료가 일부만 존재하는 상태를 포함시켜 요소 내의 지시 함수가 0과 1사이의 값을 연속적으로 가질 수 있도록 완화시켰다. 여기서 복합재료라는 것은 차 있는 재료와 빈 공간으로 이루어진 재료를 의미한다. 0과 1의 모든 값을 연속적으로 갖는 완화된 지시 함수를 이용할 경우, 지시 함수가 0과 1사이의 값을 가질 때의 재료 물성치를 가정하여야 한다.

3.2 문제 정의 및 수식화

지시함수 개념을 도입하여 위상 최적화 문제를 아래와 같이 일반적인 최적화 문제로 표현할 수 있다. 이 때 설계 과정 중에 변화시키는 설계변수는 설계영역을 분할한 각 요소 내의 완화된 지시 함수값, 즉 밀도가 된다.

$$\begin{aligned} \text{최소화} & f(X) \\ \text{제한조건} & h_i(X) \leq 0, \quad 1 \leq i \leq M \\ & g_j(X) = 0, \quad 1 \leq j \leq N \\ & X = [x_1, x_2, \dots, x_{n_{do}}]^T \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 X : 설계변수벡터
 x_i : i 번째 설계변수의 밀도
 n_{do} : 설계영역 내 설계변수의 수

질량 제한조건 하에서 주만사경의 광학적 물성치와 밀접한 관계를 가지는 강체모드를 제거한 광학면의 수직변위에 대한 제곱 평균 근호값을 최소화시키기 위한 목적함수와 제한조건식을 고려한다. 목적함수는 3차원 유한요소 해석으로부터 얻어지는 변위에서 광학면에 수직한 성분에서

강체모드를 뺀 변위에 대한 제곱 평균 근호값으로 설정하였다.

$$f(X) = \sqrt{\frac{\int_{\Omega_s} \widehat{U}_n^2 d\Omega}{\int_{\Omega_s} d\Omega}} = \sqrt{\frac{\sum_{e=1}^{n_{se}} \int_{\Omega_e} \widehat{U}_n^2 d\Omega}{\sum_{e=1}^{n_{se}} \int_{\Omega_e} d\Omega}} \quad (18)$$

여기서 U_n 은 광학면에 수직한 변위성분, n_{se} 은 광학면에 위치한 평면 총 요소의 수, Ω_s 은 광학면을 나타낸다.

제르니케 다항식의 항들 중에서 강체모드에 해당하는 값들은 광학적으로 쉽게 보정 가능하므로 일반적으로 이를 고려하지 않는다. 다음으로 최적화 과정 중에 만족해야 하는 제한조건식은 주반사경의 질량을 어느 이하로 제한하는 것이다. 이는 카메라의 제작비용과 함께 카메라를 장착한 위성체의 발사 비용도 줄일 수 있다는 점에서 설계과정에서 주어지는 일반적인 제한조건이다. 주반사경의 질량 제한조건은 다음과 같다.

$$h(X) = \int_{\Omega_d} \rho d\Omega - M_0 = \sum_{idu=1}^{n_{idu}} \rho_0 x_{idu} \Omega_{idu} - M_0 \leq 0 \quad (19)$$

여기서 ρ : 밀도, ρ_0 : 재료 밀도, Ω_d : 설계영역
 Ω_{idu} : idu 번째 설계영역의 체적
 M_0 : 재료 제한량, x_{idu} : idu 번째 설계변수값

앞에서 제안된 목적함수와 제한조건식의 설계변수에 관한 민감도는 아래와 같이 해석적으로 구하였다. 강체모드를 제거한 새로운 수직변위 \widehat{U}_n 을 이용하여 목적함수를 구성하는 경우 민감도 해석은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x_{idu}} \frac{\partial \widehat{U}_n}{\partial x_{idu}} &= \frac{\partial}{\partial x_{idu}} \left(\sqrt{\frac{\sum_{e=1}^{n_{se}} \int_{\Omega_e} \widehat{U}_n^2 d\Omega}{\sum_{e=1}^{n_{se}} \int_{\Omega_e} d\Omega}} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{\sum_{e=1}^{n_{se}} \int_{\Omega_e} d\Omega}} \frac{\partial}{\partial x_{idu}} \left(\sqrt{\sum_{e=1}^{n_{se}} \int_{\Omega_e} \widehat{U}_n^2 d\Omega} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{\sum_{e=1}^{n_{se}} \int_{\Omega_e} d\Omega}} \frac{1}{\sqrt{\sum_{e=1}^{n_{se}} \int_{\Omega_e} \widehat{U}_n^2 d\Omega}} \left(\int_{\Omega_e} \frac{\partial \widehat{U}_n}{\partial x_{idu}} d\Omega \right) \end{aligned} \quad (20)$$

위의 식(20)의 마지막 식에서 우변의 괄호 안의 식을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \frac{\partial \widehat{U}_n}{\partial x_{idu}} d\Omega \\ = \int_{\Omega_e} \frac{\partial}{\partial x_{idu}} (U_n - a_1 Z_1 - a_2 Z_2 - a_3 Z_3 - a_4 Z_4) d\Omega \end{aligned} \quad (21)$$

식(21)에서 강체모드에 대한 항들의 설계변수에

대한 민감도는 다음의 식으로 표현된다. 즉 제르니케 다항식의 계수를 결정하는 과정에서 식(11)으로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial P}{\partial x_{idu}} a + P \frac{\partial a}{\partial x_{idu}} = \frac{\partial R}{\partial x_{idu}} \quad (22)$$

여기서 $\frac{\partial P}{\partial x_{idu}} = 0$ 이므로

$$\frac{\partial a}{\partial x_{idu}} = P^{-1} \frac{\partial R}{\partial x_{idu}} \quad (23)$$

식(3.9)에서 각 설계변수에 관한, 강체모드에 해당하는 항들의 민감도를 구한다. 식(3.5)을 이용할 때 제한조건식의 민감도는 다음과 같다.

$$\frac{\partial h}{\partial x_{idu}} = \rho_0 \Omega_{idu} \quad (24)$$

3.3. 최적화 알고리즘

위상 최적화를 통해 얻은 결과로부터 구조물로서 의미 있는 형상을 얻어내기 위해서는 설계영역을 충분히 많은 수의 요소로 분할하여야 한다. 이렇게 많은 수의 설계변수를 다루는 최적화 문제에서는 효율적인 개선 규칙을 필요로 한다. 보통 고려하는 설계 제한조건은 전체 구조물의 질량이다. 본 연구에서도 질량을 제한조건으로 부여하였다. 이처럼 제한조건이 간단하고 설계변수의 수가 많은 경우 최적 조건법(optimality criterion)을 이용하는 것이 유리하다.

일반적인 정적인 문제의 경우 각 설계변수에 대한 목적함수의 민감도가 모두 음수로 같은 부호를 가진다. 이와는 달리 자중에 관한 정적문제를 고려하는 경우 문제가 발생한다. 설계영역 내 위치에 상관없이 설계영역의 밀도가 증가하여 더 많은 양의 재료를 이용하게 될 때 이 추가적인 재료사용에 의해 강성은 감소한다. 따라서 특정 설계영역 내의 재료 밀도에 대한 목적함수의 변화량이 양수가 될 수도 있다. 이런 경우 일반적인 정적 문제의 근사화 방법을 그대로 이용한다면 라그랑지 함수가 블록 근사화가 되지 않아 수렴성이 좋지 않으며 효율적이지 못하다[6]. Ma, 등[6]은 이동 변수를 도입하여 라그랑지안 함수를 내부적으로 변형한 후 라그랑지안 함수가 각 축 차과정에서 항상 블록하도록 근사화하는 방법을 제안하였다. 위에서 제안된 알고리즘을 자중이 작용하는 정적인 문제에 적용하였을 때 근사화를 통해 구한 밀도 분포가 공학적 지식과 부합되고 수렴성도 좋다고 판단된다.

4. 주반사경 설계에의 응용

최적화 과정의 흐름도는 Fig. 2와 같다.

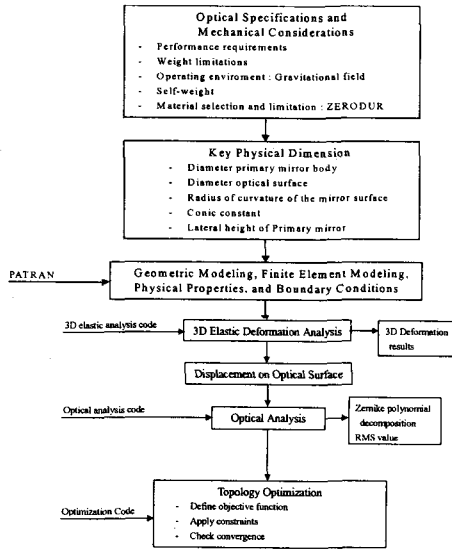


Fig 2 Flowchart of analysis procedure

4.1 주반사경 모델 및 최적화 과정에의 적용

주반사경의 재료는 모두 제로더(Zerodur)로 되어 있으며 재료 물성치는 다음과 같다.

$$E_0 = 91 \text{ GPa}, \nu = 0.24, \rho_0 = 2530 \text{ kg/m}^3$$

반사경의 대칭성을 고려하여 실제로는 경계조건을 포함하여 전체모델의 1/6 부분만 따로 유한요소로 모델링하여 해석하였다. 주반사경의 1/6 모델은 Fig. 3과 같다. 광학면이 존재하는 주반사경의 위 판과 원주방향으로는 주반사경의 조립 혹은 다른 기능상의 이유로 설계변경이 불가능하므로 이를 비 설계영역으로 설정하였다.

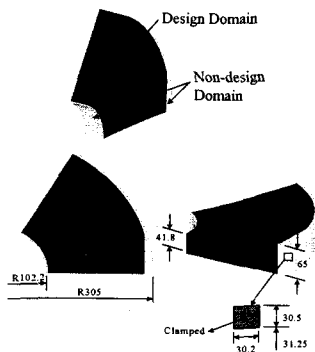


Fig. 3 1/6 model of the primary mirror

주반사경의 3차원 변형 해석에서 사용된 요소는 8절점 선형 요소이며 요소의 수를 10080개로 하여 해석하였다. 또한 높이 방향으로의 요소들 간의 그룹화를 통해 주반사경의 높이 방향으로 동일한 설계변수를 갖도록 하였다. 높이 방향으로 설계변수 즉 밀도가 동일하게 존재한다고 설정하여 최적화 후 밀도 분포를 2차원적인 형상이 되도록 하였다. 이는 또한 일반적인 3차원의 위상 최적화를 수행할 경우 발생하게 되는 제작성의 곤란을 해결하기 위해 제시된 방법이기도 하다. 재료의 물성치 함수로 제한된 식으로 복합재료 물성치 하한에 근거한 분수 함수식을 이용하였다[5].

$$\frac{E}{E_0} = \frac{\rho}{1 + a*(1-\rho)}, \text{ 여기서 } a = 20$$

세부적인 실행 방법으로는 우선 실제로 사용되고 있는 주반사경의 질량 제한조건을 바탕으로 하여 기준 질량비를 설정해 두고 이보다 작은 값을 가질 때와 큰 값을 가질 때를 설정하여 수렴 후의 결과를 비교하였다.

최종적으로는 실제 주반사경에서 적용된, 질량비가 0.22인 경우에 대한 최적 밀도 분포와 광학면의 변형 형상을 구하였다. 우선 자중에 관해 위상 최적화를 통한 형상을 도출하였고 다음으로 주반사경의 광학면에 평균 폴리싱 압력이 0.3psi로 작용하는 경우 최적 형상을 얻었다. 우선 자중에 관해서 질량비를 0.1, 0.15, 0.22, 0.3, 0.4, 0.5로 바꾸어 가면서 최적화 과정을 수행하였다. Fig. 4에서는 자중에 대하여 질량비 0.22에서의 주반사경의 최적형상을 나타낸다. 자중만 고려할 경우 대다수의 재료가 경계조건이 있는 곳에 존재하며 가운데 부분에서는 거의 나타나지 않는다. 질량비 0.22에 대하여 축차수에 따른 목적함수 값의 변화를 Fig. 5에 나타내었다.

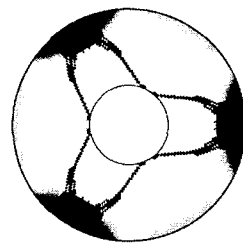


Fig. 4 Density distribution during iterations for mass ratio 0.22 under self-weight loading

이 경우 단조 감소하는 형태의 목적함수값을 가짐을 확인하였다.

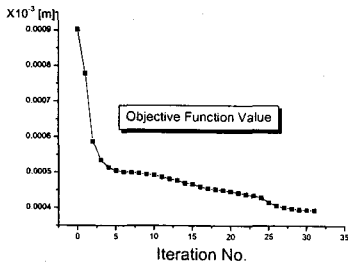


Fig. 5 Objective function values for mass ratio 0.22 under self-weight loading

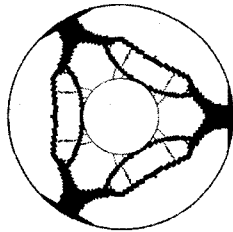


Fig. 6 Density distribution during iterations for mass ratio 0.22 under self-weight and polishing pressure loading

다음으로 자중과 함께 제작 시 고려되는 광학면의 폴리싱 과정의 압력을 고려한 경우 질량비 0.22에 대한 최적 형상은 Fig. 6에 나타내었다. 이 경우 폴리싱 압력으로 인하여 자중만 고려하였을 때 볼 수 없었던 주반사경의 가운데 부분에서의 밀도의 분포가 존재하는 것을 확인할 수 있었다.

4. 결론

본 논문에서는 위상 최적화 기법을 이용하여 인공위성 탑재용 고해상도 카메라의 주반사경에 자중과 폴리싱 압력이 작용하여 변형이 발생하는 경우, 주반사경 자체의 구조 변형에 대한 상의 열화와 관련하여 강체모드를 제거한 광학면의 수직 변위에 대한 제약 평균 근호값을 목적함수로 설정하여 위상 최적화를 수행하였다.

일반적인 정적인 문제와는 다른 하중 특성을 가지는 자중과 제작에 관련된 폴리싱 압력에 대한 위상 최적화 수행하여 이를 통해 발생하게 되는 문제점을 보안하고 고려해야 할 사항들을 직

접 주반사경의 해석에 적용하였다.

주반사경에 적용되는 자체 무게의 경량화를 만족시키는 동시에 목적함수의 값을 감소시키기 위해 구조적 강성을 줄 수 있는 최적해를 구했다. 구조물의 재료 제한에 대한 최적의 밀도 분포를 고려했을 때 재료의 사용제한이 강할수록 주로 재료는 구조물을 지지하는 부분에 대부분 존재하게 됨을 확인하였다. 또한 광학면에 작용하는 폴리싱 압력에 대해 주반사경의 가운데 부분으로의 재료분포가 존재함을 알 수 있었다.

참고문헌

- (1) T. M. Valente and D. Vukobratovich, 1989, "A comparison of the merits of open-back, symmetric sandwich, and contoured back mirror as light-weighted optics", Proc. of SPIE, Precision Engineering and Optomechanics, Vol.1167, pp. 20~36.
- (2) M. K. Cho, R.M. Richard and D. Vukobratovich, 1989, "Optimum mirror shapes and supports for light weight mirrors subjected to self-weight", Proc. of SPIE, Precision Engineering and Optomechanics, Vol. 1167, pp. 2~19.
- (3) V. Genberg and N. Cormany, 1993, "Optimum design of a lightweight telescope", Proc. of SPIE, Optomechanical Design, Vol. 1998, pp. 60~71.
- (4) M. P. Bendsoe and N. Kikuchi, 1988, "Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method", Comp. Meth. Appl. Mech. Engng., 71, pp. 187~224.
- (5) S. K. Youn and S. H. Park, 1997, "A study of the shape extraction process in the structural topology optimization using homogenized material" Computers & Structures, Vol. 62, No. 3, pp. 527~538.
- (6) Z. D. Ma, N. Kikuchi, and I. Hagiwara, 1993, "Structural topology and shape optimization for a frequency response problem" Comp. Mech. 13, pp. 157~174.
- (7) R. J. Noll, 1976, "Zernike Polynomials and Atmospheric Turbulence.", J. Opt. Soc. Am., Vol. 66, No. 3, pp. 207~211.