

정전기력을 이용한 미소기전 구동기의 고유치 변화 해석에 관한 연구

이완술* · 권기찬* · 김봉규* · 조지현* · 윤성기**

Numerical Approach for Frequency-Shifting Analysis of Electrostatic Micro-Mechanical Actuator

Wan-Sul Lee, Kie-Chan Kwon, Bong-Kyu Kim, Ji-Hyon Cho, and Sung-Kie Youn

Key Words : Eigenvalue Analysis(고유치 해석), Electrostatic Field(정전기장), Natural Frequency shifting(고유진동수 변화), Coupled analysis(연계해석).

Abstract

An eigenvalue analysis of a tunable micro-mechanical actuator is presented. The actuator is modeled as a continuum structure. The eigenvalue modified by the tuning voltage is computed through the linearization of the relation between the electrostatic force and the displacement at the equilibrium. A staggered algorithm is employed to perform the coupled analysis of the electrostatic and elastic fields. The stiffness matrix of the actuator is modified at this equilibrium state. The displacement field is perturbed using an eigenmode profile of the actuator. The configuration change of the actuator due to perturbation modifies the electrostatic field and thus the electrostatic force. The equivalent stiffness matrix corresponding to the perturbation and the change in the electrostatic force is then added to stiffness matrix in order to explain natural frequency shifting. The numerical examples are presented and compared with the experiments in the literatures.

1. 서 론

정전기력으로 작동되는 초소형 구동기는 신뢰성이 높고 전력 소모가 적기 때문에 초소형 거울 등의 실제 미소기전 시스템(MEMS)에서 널리 사용되고 있다. 이러한 초소형 구동기는 작동 효율을 높이기 위해서 주어진 구동 전압에 대해서 가장 큰 진폭을 나타내는 시스템의 공진 주파수 영역에서 주로 사용되고 있다[1,2]. 또한 대부분의 경우 정전 구동형 초소형 구동기는 제작 공정 오차의 영향을 제거하고 구동기의 정밀도나 구동 범위를 사용 조건에 맞추기 위해서, 제작 후에 공진 주파수 조정작업이 필요하게 된다. 정전기력을 이용하는 구동기 시스템은 교류 구동 전압에 추가로 직류 조정 전압을 걸어줌으로써 공진 주파수를 조정

할 수 있다.

이와 같은 방식으로 주파수 조정이 가능한 정전 구동기에 대한 기존의 연구들에서는 구동기 시스템을 하나의 질량-스프링 시스템으로 가정하는 아주 간단한 모형들을 이용하여 해석하고 있다[3-5]. 하지만 일반적인 시스템은 변형이 가능한 구조이므로 변형 가능한 연속체로 모델링 해야 한다. 또한 전극에 걸리는 전압에 의해서 발생하는 정전기장과 구동기 구조물의 탄성 변형이 서로 삼차원적으로 연계되어 있으므로 실제 시스템의 작동 상태를 정확하게 예측하기 위해서는 삼차원 복합장 연계 해석이 요구된다. 시스템을 연속체로 모델링하여 수치 해석을 시도한 연구[6]가 있었지만 직류 전압에 의해서 시스템에 걸리는 정전기력의 계산에만 적용하고 있다. 또한 정전기장이 시스템의 고유진동수 변화에 미치는 영향을 정확하게 고려하는 방법이 필요하게 된다.

본 연구에서는 주파수 조정이 가능한 정전 구동기의 고유 진동수를 수치적으로 해석하는 방법을

* 한국과학기술원 대학원 기계공학과

** 회원, 한국과학기술원 기계공학과

제안하였다. 유한요소법(FEM)과 경계요소법(BEM)을 이용하여 정전기장과 구조물의 변형이 서로 연계되어 있는 시스템의 삼차원 해석을 수행하였고, 시스템에 걸리는 직류 조정 전압이 구동기의 고유진동수에 미치는 영향을 고려하기 위해서 정전기력에 의한 유효 강성 계수를 도입하였다. 정전기력에 의한 유효 강성은 구조물이 작동되는 진동모드를 이용하여 아주 작은 편차 변형을 임의로 가해주고 그에 따른 정전기력의 변화를 선형화하여 결정하였다. 예로서 간단한 형상의 보 구조물과 주파수 조정이 가능한 정전 구동형 초소형 거울을 해석하였고 실험결과와 비교하였다.

2. 정전기장-구조 변형 연계해석

정전기력을 이용한 초소형 구동기 시스템은 구동 전압에 의해서 발생하는 정전기력과 구조물의 탄성 복원력에 의해서 동시에 지배된다. 구조물에 작용하는 정전기력에 의해서 구조물이 변형하게 되고 이러한 구조물의 변형으로 인해서 구조물 사이의 정전기장이 바뀌게 되므로 두 가지 영역이 연계되어 있는 경우이다. 따라서 평형 상태에서의 시스템의 특성을 정확하게 해석하기 위해서는 정전기장과 구조 변형의 연계해석이 필요하다. 본 연구에서는 정전기장-변형 삼차원 연계 해석을 위해서 축차 알고리즘[7]을 이용하였고 간단한 순서도는 Fig. 1과 같다.

전극에 걸리는 전압에 의해서 유도되는 정전기

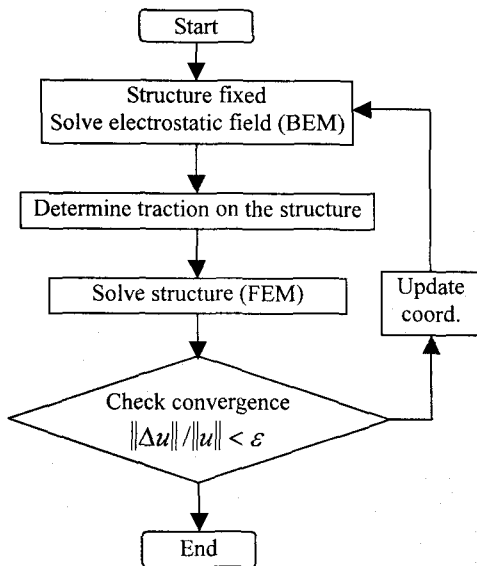


Fig. 1 Flow chart of the solution procedure

장은 경계요소법을 이용하여 해석하였고 그 결과로 얻어지는 도체 표면에서의 정전기력은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f(x) = -\frac{1}{2} \frac{q(x)^2}{\epsilon} n(x) \quad (1)$$

여기서 $q(x)$ 는 도체 표면에서의 전하 밀도, ϵ 은 매질의 유전률, $n(x)$ 는 도체 내부방향으로의 방향 벡터이다.

유도된 정전기력에 의한 구조물의 변형은 3차원 연속체 유한요소를 이용하여 해석하였고 구조물의 변형에 의한 정전기장의 변화를 다시 계산하여 도체 표면에서의 새로운 정전기력을 계산하는 과정을 시스템이 평형 상태에 이를 때까지 축차적으로 수행한다.

3. 미소 구동기의 주파수 조정

일반적으로 구조물의 평형방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$M\ddot{U} + KU = F \quad (2)$$

여기서 K 와 M 은 각각 시스템의 강성 행렬과 질량 행렬이고 유한요소 근사법을 이용해서 구성한다. 행렬식으로 구성된 평형방정식은 고유벡터를 이용한 선형 좌표 변환을 통하여 각각의 고유모드에 관계된 1 자유도 평형방정식으로 변환할 수 있다. 이러한 변환을 통하여 각각의 고유모드에 대한 정전기장의 영향을 쉽게 분리하여 고려할 수 있게 된다.

특정한 고유모드에 대한 구조물의 거동은 전체 평형방정식 대신에 식(3)과 같이 고려한 고유벡터를 이용하여 변환된 1 자유도 평형방정식에 관계됨을 알 수 있다.

$$m\ddot{q} + kq = f \quad (3)$$

여기서 q 는 고유모드에 대한 일반 좌표, k 는 집중 강성 계수, m 은 집중 질량 계수, f 는 집중 하중 계수이다. 이때 각 집중 계수들은 다음과 같이 정의된다.

$$m = Q^T M Q \quad (4)$$

$$k = Q^T K Q \quad (5)$$

$$f = Q^T F \quad (6)$$

여기서 Q 는 고려하고자 하는 모드에서의 고유 벡터이다. 이와 같이 변환된 식을 이용하면 고려하고자 하는 작동모드에서의 고유치는 k/m 으로 간단하게 얻어질 수 있다. 예로서 간단한 형태의

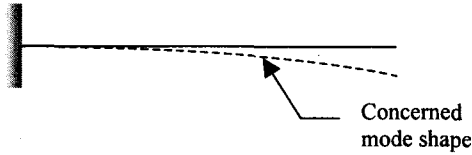


Fig. 2 A simple structure and its mode shape

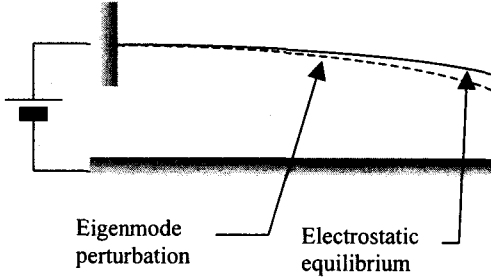


Fig. 3 Equilibrium state and perturbation

구조물과 고려하고자 하는 고유모드를 Fig. 2 에 도시하였다.

고유모드에 대한 일반 좌표와 집중 하중은 정적 평형 부분과 평형으로부터의 편차 부분으로 분리할 수 있고 평형방정식은 다음과 같은 형태로 변환된다.

$$m \Delta \ddot{q} + k(q_0 + \Delta q) = f_0 + \Delta f \quad (7)$$

여기서 $q_0, f_0, \Delta q$ 와 Δf 는 각각 평형 상태의 일반 좌표, 평형 상태의 하중, 그리고 각각의 편차 성분이다. 예로 사용한 간단한 구조물의 평형 상태에서의 형상과 추가로 가해지는 작은 편차 변형의 형상을 Fig. 3 에 나타내었다.

정적 평형 상태에서의 정전기력과 탄성 복원력은 상쇄되기 때문에 식(7)을 다음과 같이 증분 변수들에 관한 식으로 변환할 수 있다.

$$m \Delta \ddot{q} + k \Delta q = \Delta f \quad (8)$$

이때 전체 하중 Δf 는 구동 하중 Δf_{ext} 과 직류 조정 전압에 의한 하중 Δf_{tuning} 의 합으로 볼 수 있다. 정전 조정 하중 Δf_{tuning} 은 작은 편차 변형 Δq 에 의해서 정전기장이 변화하면서 발생하므로 편차 변형이 작을 경우에는 정전기력의 1 차 미분을 이용하여 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$\Delta f = \Delta f_{ext} - \Delta f_{tuning} = \Delta f_{ext} + \frac{\partial f_e}{\partial q} \Delta q \quad (9)$$

여기서 f_e 는 구조물에 작용하는 정전기력이다. 식(8)과 식(9)으로부터 평형방정식 (7)은 다음과 같이 변환된다.

$$m \Delta \ddot{q} + \left(k - \frac{\partial f_e}{\partial q} \right) \Delta q = \Delta f_{ext} \quad (10)$$

위식에서 시스템의 강성 계수는 정전기장의 변화를 고려하여 $(- \partial f_e / \partial q)$ 만큼 수정되어 유효 강성 계수로 변환되고 이에 따라 조정 전압을 걸었을 때의 고유치는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\lambda = \frac{k - \partial f_e / \partial q}{m} = \frac{k - k_{tun}}{m} \quad (11)$$

이때 조정 강성 계수 k_{tun} 는 유한차분법(FDM)을 이용해서 계산할 수 있다. 우선, 평형 상태의 시스템 형상을 고유모드 방향으로의 아주 작은 편차 변형, $\Delta U = \Delta q Q$ 에 의해서 수정하고, 이러한 형상 변화에 따른 정전기력의 변화를 계산한다. 그 결과를 이용하여 조정 강성 계수를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$k_{tun} \equiv \frac{\Delta f_e}{\Delta q} = \frac{Q^T \Delta F_e}{\Delta q} \quad (12)$$

여기서 ΔF_e 는 연속체 모델에서의 정전기력의 증분 벡터이다. 식(11)과 식(12)를 이용하여 정전기장에 의해서 조정되는 고유치는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\lambda_{tun} = \frac{k - k_{tun}}{m} = \left(k - \frac{Q^T \Delta F_e}{\Delta q} \right) / m \quad (13)$$

4. 수치 예 제

4.1 단순한 보 형태의 구조물

제안된 해석 기법의 물리적 타당성을 검증하기 위해서 단순한 보 형태의 구조물의 주파수 조정을 계산하였다. 이 구조물은 Fig. 4 의 개략도에 나타난 것과 같이 양끝이 고정되어 있고 변형이 가능한 보(beam) 부분과 고정된 기층(substrate) 부분으로 이루어져 있다. 이 구조물은 실제 미소기전 시스템으로 제작된 것이 아니고 해석을 위해서 고안된 가상의 경우이고 이때 보 구조물은 Table 1 과 같은 물성을 가지는 실리콘으로 가정하였다.

Table 1 Material Properties.

Property	Value
Density	2330 kg /m3
Elastic modulus	130 GPa

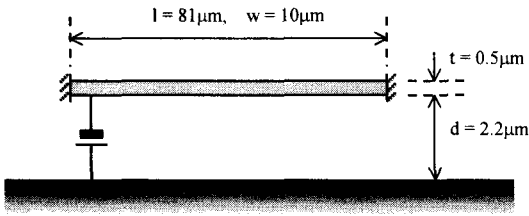


Fig. 4 Structure of beam type resonator

구조물은 두 전극(보와 기층)에 걸여주는 전압의 차이로 유도되는 정전기력에 의해서 변형한다. 이러한 형상의 보 구조물은 원래 620kHz의 고유진동수를 가지게 되는데 앞에서 살펴본 바와 같이 구조물에 직류 전압을 걸어서 정전기장의 강도를 바꾸어줌으로써 고유진동수를 조정할 수 있다. 본 연구에서는 경계요소법을 이용하여 두 전극 사이의 정전기장을 해석하였고 3 차원 유한요소법을 이용하여 보 구조물의 변형해석과 원래상태의 고유치 해석을 수행하였다. 정전기장에 의한 구조물의 고유진동수 조정은 앞의 식(13)을 이용해서 계산하였다.

주파수 조정을 위해서 고려하고자 하는 고유모드(첫번째)의 형상을 유한요소법으로 해석한 결과를 Fig. 5에 도시하였다. 평형 상태에서의 구조물의 변형에 고유모드의 형태로 가상의 편차 변형을 가하고 이에 따른 정전기력의 증분을 계산하는데, 이때 고유벡터의 최대치가 최대 변형의 0.1%이 되도록 변환하여 적용한다.

10 volt의 직류 조정 전압을 걸었을 경우, 경계요소법에 의해서 계산되는 평형 상태의 도체 표면에서의 전하밀도는 Fig. 6과 같고, 이 상태에서 도체표면에 걸리는 정전기력은 식(1)에 의해서 계산되고 Fig. 7과 같이 나타난다. 이러한 평형 상태에 고유 벡터의 형태로 편차 변형을 가하여 정전기력의 증분을 계산하고 이를 이용하여 직류 조정 전

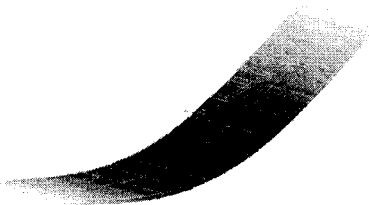


Fig. 5 Concerned mode shape of the beam structure

압에 의한 유효 강성과 정전기력에 의해서 조정된 고유진동수를 계산할 수 있다. 이러한 해석을 통하여 얻어지는 직류 조정 전압의 변화에 따른 구조물의 고유진동수 변화는 Fig. 8과 같다.

직류 조정 전압을 걸어주지 않은 원래 상태에서 620kHz의 고유진동수를 가지는 보 형태의 구조물은 60volt의 직류 조정 전압에 의해서 고유진동수가 546kHz로 낮아지는 것을 볼 수 있다. 이러한 결과를 통해서 본 연구에서 제안된 해석방법이 정전기력에 의한 고유진동수 조정을 적절히 고려할 수 알 수 있다.

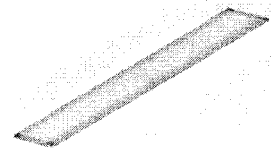


Fig. 6 Charge density of the structure

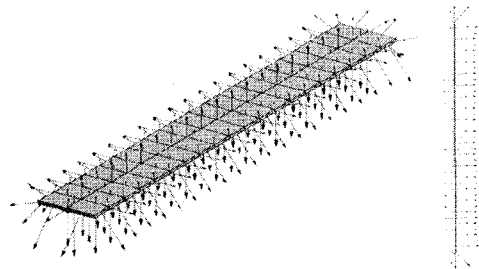


Fig. 7 Electrostatic force on the beam

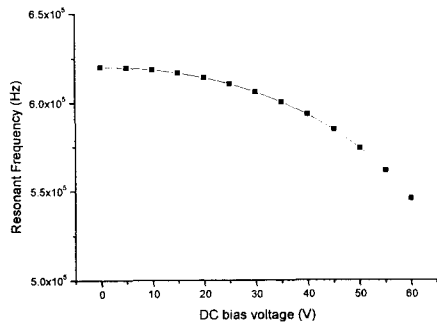


Fig. 8 Resonant frequency of the beam structure

4.2 정전 구동형 초소형 거울

주파수 조절이 가능한 정전 구동형 초소형 거울은 초소형 광학 스위치, 초소형 셔터(shutter), 레이저 광선 단속기(chopper), 초소형 광학 필터 등의 정적, 동적 미소 광기계 장치로 널리 사용되고 있다. 본 연구에서 제안된 고유진동수 해석 방법의 정확성을 확인하기 위하여, 실제로 제작, 실험된 정전 구동형 초소형 거울을 해석하였다. 예제로 사용된 초소형 거울은 (110)실리콘 기판의 이방성 식각 특성을 이용하여 제작 [4]되었으며, 구조물의 주사 전자 현미경(SEM) 사진은 Fig. 9 와 같다. 초소형 거울 구조물은 붕소 확산 공정(boron diffusion process)에 의해서 제작된 두 쌍의 초소형 보가 실리콘 식각 공정(bulk-machining)에 의해서 제작된 초소형 거울을 매달고 있는 형태이다. Fig. 10 은 고정부를 포함한 초소형 거울의 개략도이다.

수직 방향의 거울은 정전 구동력에 의해서 기판에 평행한 방향으로 작동하게 된다. 두 전극(거울-고정부)에 걸리는 전위차에 의해서 구조물에는 정전기장이 발생되고 그에 따른 유도 정전기력이 거울에 작용한다. 거울에 작용하는 유효 정전기력은

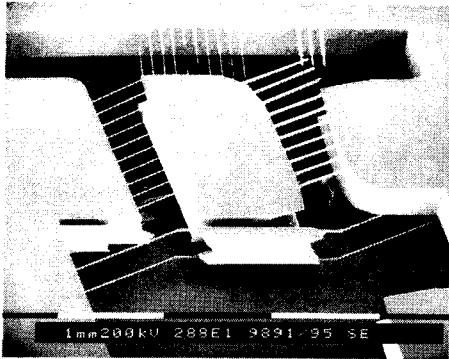


Fig. 9 Photograph of micromirror structure

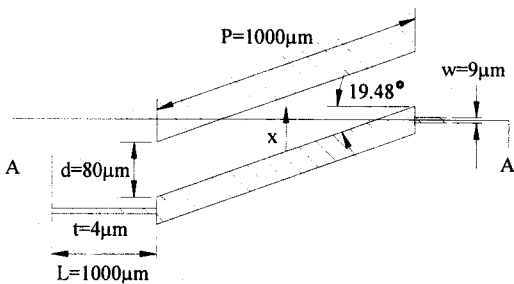


Fig. 10 Top view of the silicon micromirror with a counter electrode.

서로 끌어당기는 방향이다. 따라서 너무 큰 전압을 걸어주면 초소형 거울은 불안정해지고 허용 전압을 넘어서면 고정 전극에 달라붙어 버리게 된다. 정적 성능 시험을 통해서 이러한 초소형 거울의 안정적인 작동 범위는 최대 전압 330 volt 까지임을 알 수 있었다[4].

초소형 거울은 전극 사이에 교류 구동 전압을 걸어줌으로써 작동시키고, 시스템의 공진 주파수는 직류 조정 전압에 의해서 조절 가능하다. 실리콘 식각 공정에 의해서 제작된 정전기력을 이용한 미소 구동기의 공진 주파수는 구동기를 작동시키기 위해 걸어주는 교류 전압의 주파수를 바꾸어갈 때에 구동기의 변위가 가장 큰 경우의 주파수로 실험적으로 얻어낼 수 있다. 수치적으로는 앞장에서 제안한 과정을 거쳐서 식(13)에 의해서 간단하게 계산할 수 있다.

초소형 거울의 여러 고유모드 중에서 거울의 작동 모드인 기판과 평행한 방향의 고유모드(두번째 모드)의 형상을 유한요소법을 이용하여 해석한 결과를 Fig. 11 에 나타내었다. 이 시스템의 첫 번째 모드는 기판에 수직인 방향이므로 거울의 구동과는 무관한 모드이다. 직류 조정 전압에 의한 공진 주파수의 변화를 계산하기 위해서, 초소형 거울이 작동하는 방향으로의 고유모드 형상을 이용하여 작은 편차 변형을 가해주고 정전기력의 증분을 계산하였다. 이때 편차 변형의 크기는 최대변형의 0.1%로 하였다.

시스템에 사용된 실리콘의 기계적 재료 물성치는 Table 1 과 같다. 150 volt 의 직류 조정 전압을 걸어주었을 때, 평형 상태에서의 거울 표면에서의 전하 밀도와 정전기력의 분포는 Fig. 12 와 Fig.13

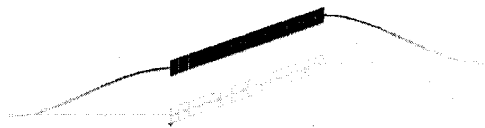


Fig. 11 Concerned mode shape of the micromirror

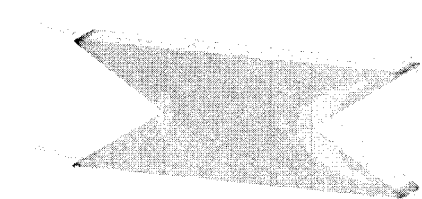


Fig. 12 Charge density on mirror surface at 150V

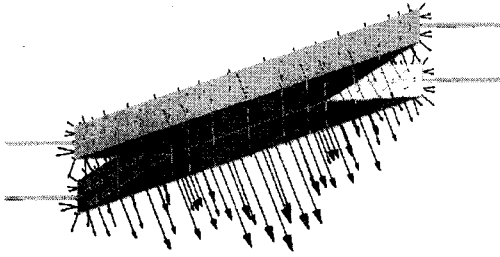


Fig. 13 Electrostatic force on mirror at V150

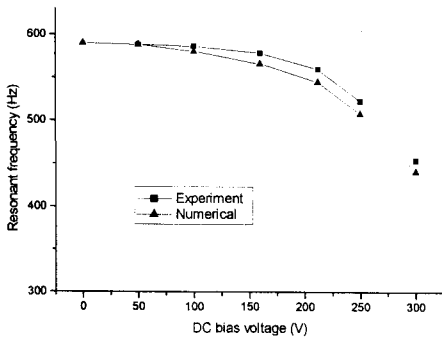


Fig. 14 Resonant frequency of the micromirror

에 각각 나타나 있다.

주파수 조절이 가능한 초소형 거울의 조절 전압에 따른 공진 주파수의 변화에 대해서 실험 결과와 비교하였다. 교류 구동 전압의 주파수를 바꾸어 가면서 실험적으로 구한 고유진동수와 본 연구에서 제안한 해석 방법을 통하여 계산한 고유진동수를 Fig. 14 에서 비교하였다. 300 volt 의 직류 조절 전압에 대해서 실험적으로는 23%의 공진 주파수 감쇠가 측정되었고 수치적으로는 25.3%의 주파수 감쇠가 계산되었다. 실험 결과와의 차이는 식각 공정에 의해서 제작된 거울 및 고정부 구조물의 불규칙한 형상을 정확하게 모델링하지 않았기 때문으로 보인다. 이러한 결과를 살펴볼 때 본 연구에서 제안한 수치적 해석 방법이 타당함을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 주파수 조절이 가능한 초소형 정전 구동기의 고유치 해석 방법을 제안하였다. 경계요소법과 유한요소법을 축차적으로 적용한 정전기장-변형 삼차원 연계해석을 통해서 평형 상태에서의 시스템을 정확하게 해석하였다. 또한 작동 모드를 고려한 작은 편차 변형을 평형 상태에 적

용하여 직류 조절 전압에 의한 시스템의 공진 주파수 변화를 효과적으로 계산하였다. 예제로 간단한 보 형태의 구조물과 정전 구동형 초소형 거울을 해석하고 그 결과를 실험 결과와 비교하여 본 연구에서 제안한 방법의 타당성을 확인하였다.

참고문헌

- (1) Tang, W.C., Nguyen, C.T.-C. and Howe, R.T., 1989, "Laterally driven polysilicon resonant microstructures," Sensors and Actuators A, 25-32.
- (2) Tang, W.C., Lim, M.G. and Howe, R.T., 1992, "Electrostatic comb drive levitation and control method," Journal of Microelectromechanical systems, 1(4), 170-178.
- (3) Adams, S.G., Bertsch, F.M., Shaw, K.A., Hartwell, P.G., Macdonald N.C. and Moon, F.C., 1995, "Capacitance based tunable micromechanical resonators," Proc. 8th Inter. Conf. Solid-State Sensors and Actuators(Transducers '95), Stockholm, 438-441.
- (4) Seo, K.-S., Cho, Y.-H. and Youn, S.-K., 1998, "A Tunable Optomechanical Micromirror Switch," Sensors and Materials, 10(3), pp.155-168.
- (5) Francais, O., 2000, "Analysis of an microactuator with the help of Matlab/simulink: transient and frequency characteristics," MSM2000, San Diego, California, USA, 281-284.
- (6) Lee, K.B. and Cho, Y.-H., 1998, "A Triangular Electrostatic Comb Array for Micromechanical Resonant Frequency Tuning," Sensors and Actuators, A70, 112-117.
- (7) Shi, F., Ramesh, P. and Mukherjee, S., 1996, "Dynamic analysis of micro-electro-mechanical systems," Inter-national Journal of Numerical Methods in Engineering, 39, 4119-4139.
- (8) Meirovitch, L., 1980, "Computational methods in structural dynamics," Sijthoff & Noordhoff.