

유한요소법에 의한 점용접된 두 사각평판의 정적굽힘강도해석

한근조*·김태형**·안성찬***·심재준***·한동섭***

Static Bending Strength Analysis of Two Rectangular Plates Spot-welded Using Finite Element Method

Geun-Jo Han, Tae-Hyung Kim, Sung-Chan Ahn,
Jae-Joon Shim and Dong-Seop Han

Key Words: Spot-weld(점용접), Plate(판), F.E.M(유한요소법), Bending(굽힘)

Abstract

In order to reinforce the plate in bending spot-welding method is usually used. To analyze the effect of the reinforcement of the plates spot-welded, finite element method was employed to take advantage of the deflection obtained with respect to the change of the aspect ratio and area ratio.

The reinforcement effect represented by the equivalent thickness. Was maximum when the aspect ratio was around 1.2~1.6 and the area ratio was 0.05.

기호설명

- a = Length of plate
- b = Width of plate
- t = Thickness of plate
- w = Deflection of plate
- Q = Area ratio
- r = Aspect ratio
- T_e = Equivalent thickness

이런 박판은 성형성과 취급성이 뛰어나고, 가볍기 때문에 아무리 복잡한 3차원 형상이라 할 지라도 쉽게 성형이 가능한 반면에 작은 외력에도 쉽게 변형되어 외관을 손상시키는 문제점을 안고 있다. 이를 보완하기 위하여 일반적으로 두께를 증가시키거나 부분적으로 보강재를 사용하여 강성을 증가시키는데, 전자의 경우 강성과 강도는 증가하나 구조물의 무게와 재료비가 증가하므로 후자를 많이 사용하게 된다.

1. 서 론

산업의 발달과 더불어 산업 구조물은 대형화 경량화 됨에 따라 박판에 대한 관심이 높아지고, 그 활용범위도 항공기, 자동차, 철도차량, 선박 등 산업 전반에 걸쳐 광범위하게 사용되고 있다.

보강재(stiffener)가 장착된 판을 국부적으로 판 구조물에 부착시킬 때, 두께가 1.5mm 이하인 박판의 경우 점용접을 이용하여 부착시키게 되는데, 현재 이러한 점용접의 영향에 대한 연구가 미비한 실정이므로 대부분 경험적으로 이루어지고 있어 비효율적이고 많은 시행착오를 범하게 된다.

따라서, 본 연구에서는 보강된 판을 다른 판에 부착시키는데 사용되는 점용접의 영향평가에 있어서 점용접의 면적비와 형상비의 변화를 설계 파라메타로 선택하여 수직하중이 작용할 때 등가

* 동아대학교 기계공학과
 ** 경남정보대학 기계산업계열
 *** 동아대학교 기계공학과 대학원

두께로서 점용접의 부착효율을 평가하여 점용접이 보강에 미치는 영향을 파악하고자 한다.

연구에 사용되는 사각평판의 재질은 STS 304로서 두께가 1mm인 평판을 직경 8mm인 점용접을 사용하여 결합한 겹판으로 폭은 100mm이고 길이는 형상비에 따라 20~200mm이며, 기계적인 특성은 Table 1에 나타내었고, JIS E 4049의 최소용접피치를 고려하면 최소용접피치 P_{min} 는 17mm 이상이어야 한다.

Table 1 Mechanical properties of STS 304

Material	STS 304
Elastic modulus	2.14×10^2 MPa
Tensile strength	519.4 MPa
Yield strength	205.8 MPa
Poisson's ratio	0.29

2. 연구 방법

2.1 이론

완전고정된 사각평판에 하중이 가해질 때, 평판 처짐식은 최소 포텐셜 이론에 근거하여 구할 수 있다.

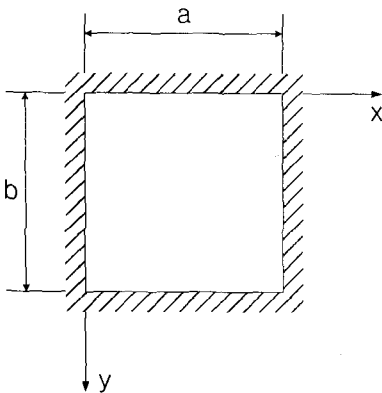


Fig. 1 Plane built-in edged plate

Fig. 1에서 판에 작용하는 수직하중이 한 일은 다음과 같다.

$$W = \int_A wp \, dx dy \quad (1)$$

여기서, A는 판의 면적이다.

포텐셜에너지 $\Pi = U - W$ 이므로,

$$\Pi = \frac{D}{2} \int_A \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - w(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] - wp \right\} dx dy \quad (2)$$

이다. 완전고정경계에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (x = 0, x = a) \quad (3)$$

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad (y = 0, y = b)$$

식(2)에 경계조건인 식(3)을 대입하여 간단히 하면 다음과 같다.

$$U = \frac{D}{2} \int_A \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 dx dy \quad (4)$$

완전고정경계에서 처짐을 다음과 같이 가정하자.

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left(1 - \cos \frac{2m\pi x}{a} \right) \left(1 - \cos \frac{2n\pi y}{b} \right) \quad (5)$$

이것은 경계조건 식(3)을 만족하며 이것을 식(1)과 (4)에 대입하여 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Pi = & 2\pi^4 abD \\ & \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[3 \left(\frac{m}{a} \right)^4 + 3 \left(\frac{n}{b} \right)^4 + 2 \left(\frac{m}{a} \right)^2 \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right] a_{mn}^2 \right. \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} 2 \left(\frac{m}{a} \right)^4 a_{mr} a_{ms} \\ & + \left. \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} 2 \left(\frac{n}{b} \right)^4 a_{rn} a_{sn} \right\} \\ & - pab \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \end{aligned} \quad (6)$$

Ritz 법으로부터 $\partial \Pi / \partial a_{mn} = 0$ 을 적용하면 다음을 얻는다.

$$4D\pi^4 ab \left\{ \left[3\left(\frac{m}{a}\right)^4 + 3\left(\frac{n}{b}\right)^4 + 2\left(\frac{m}{a}\right)^2 \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right] a_{mn} + \sum_{r=1}^{\infty} 2\left(\frac{m}{a}\right)^4 a_{mr} + \sum_{r=1}^{\infty} 2\left(\frac{n}{b}\right)^4 a_{nr} \right\} - pab = 0 \quad (7)$$

이것은 $r \neq m, r \neq n$ 인 경우에 성립한다. 첫 번째 항인 a_{11} 을 계산하면 다음과 같다.

$$a_{11} = \frac{pa^4}{4\pi^4 D} \frac{1}{3 + 3(a/b)^4 + 2(a/b)^2}$$

형상비가 1인 경우 ($a=b$), 최대처짐식은 다음과 같다.

$$w_{\max} = 0.00128 \frac{pa^4}{D} \quad (8)$$

여기서, D 는 휨강성계수이며 다음과 같다.

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

최대 처짐은 오직 t 에 관한 함수이고 나머지는 모두 상수이다. 따라서, 최대처짐에 의한 두께효과를 계산하기 위하여 두께가 1mm인 사각평판과 비교하여 등가두께(T_e)를 무차원화시켜 나타내면 다음과 같다.

$$T_e = \frac{t}{t_1} = \left(\frac{w_{1\max}}{w_{\max}} \right)^{1/3} \quad (9)$$

2.2 유한요소해석

2.2.1 해석모델

해석은 범용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS 5.6을 사용하여 해석을 수행하였고, 사용요소는 각 절점에서 3자유도(U_x, U_y, U_z)를 갖는 8절점 육면체요소를 사용하여 모두 사각형 요소로써 한 변의 크기가 4mm보다 작게 되도록 모델링하였으며, Fig. 2는 $r=1, Q=0.025$ 인 모델의 메쉬된 형상을 나타내었다.

해석에 사용한 절점은 788~10280개, 요소는 632~7696개를 사용하였고, 점용접점은 절점을 공유하였으며 나머지 접합면은 접촉요소를 사용

하여 밀리는 효과를 주었다.

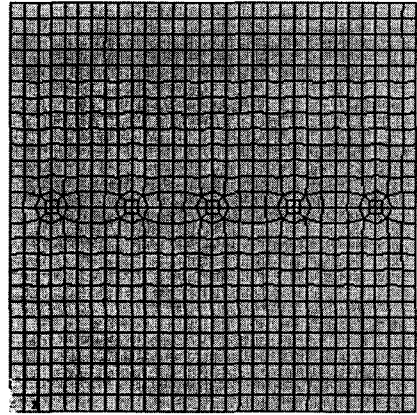


Fig. 2 Meshed shape of model ($r=1, Q=0.025$)

2.2.2 경계조건 및 하중조건

굽힘에 대한 등가두께(T_e)는 오직 두께 t 만의 함수이므로 하중조건으로는 단위하중인 1N을 판의 면적($a \times b$)으로 나눈 $1/ab$ MPa의 분포하중을 상판에 적용하여 굽힘에 의한 영향만을 살펴보고, 경계조건은 완전고정경계조건이므로 상·하판의 네 변에 있는 모든 절점의 자유도를 구속하였으며, Fig. 3에 경계조건을 나타내었다.

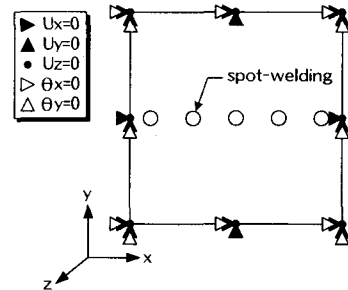


Fig. 3 Boundary condition of a rectangular plate

2.3 파라메타의 정의

점용접 면적비가 변화함에 따라 굽힘에 미치는 영향을 살펴보기 위해서 10종류의 형상비(r) 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0에 대해 5종류의 면적비(Q) 0.025, 0.050, 0.075, 0.100, 0.125를 조합하여 총 50종류의 모델을 사용하였다. 여기서, 면적비는 사각평판의 면적에 대한 총 점용

접점의 면적의 비로써 다음과 같다.

$$\text{면적비}(Q) = \frac{\text{총 점용접 면적}}{\text{평판의 면적}} = \frac{n \times 16\pi}{a \times b} \quad (10)$$

여기서, n 은 점용접 개수이다. 형상비가 1인 경우에 대해 5종류 중 2가지의 면적비에 대한 점용접 형상을 Fig. 4에 나타내었으며, 형상비 변화에 관계없이 한 종류의 면적비는 모두 동일하도록 하기 위해 길이방향의 점용접점수는 형상비 0.2를 기준으로 0.2만큼 증가 할 때마다 1개씩 증가시켰고, 폭방향 점용접점수는 5종류의 면적비를 갖도록 각 형상비에 대해 폭방향으로 1~5로 증가시켰다.

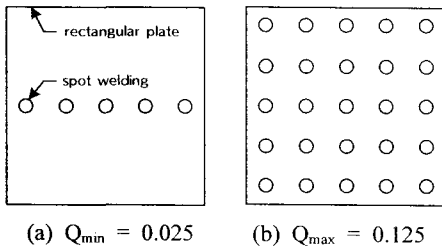


Fig. 4 Various shape of spot welding on the change of area ratio ($r=1$)

3. 해석결과 및 고찰

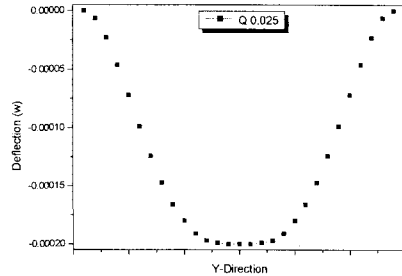
총 50가지 모델에 대하여 해석을 수행하여 각각의 형상비(r)에서 면적비(Q) 변화에 따른 처짐의 양상을 살펴보고, 점용접된 두 사각평판의 최대처짐을 계산하여 두께가 1mm인 평판의 최대처짐에 대한 비로서 식 (9)를 사용하여 등가두께 (T_e)를 계산하였다.

3.1 면적비 변화에 따른 처짐 비교

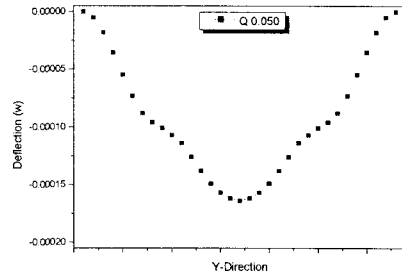
형상비가 1인 경우에 대해서 면적비 변화에 따라 중앙에서의 y 축 방향에 따른 밀판의 처짐형상을 Fig. 5에 나타내었다. 그림에서와 같이 면적비가 0.025(1열), 0.075(3열), 0.125(5열)일 때, 최대처짐의 위치는 점용접점의 영향으로 중앙점이 아니고 인접한 점이며, 면적비가 0.050(2열), 0.100(4열)일 때, 최대 처짐의 위치는 중앙점이다.

따라서 면적비가 홀수 배열인 0.025(1열), 0.075

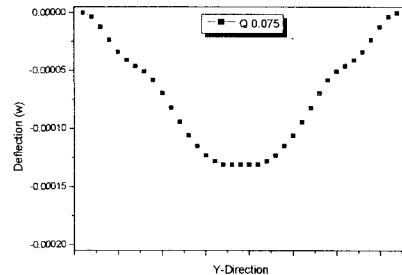
(3열), 0.125(5열)의 경우를 case I, 면적비가 짝수 배열인 0.050(2열), 0.100(4열)의 경우를 case II로 각각 나눠 점용접된 두 사각평판의 면적비 변화에 따른 등가두께를 비교 분석하고자 한다.



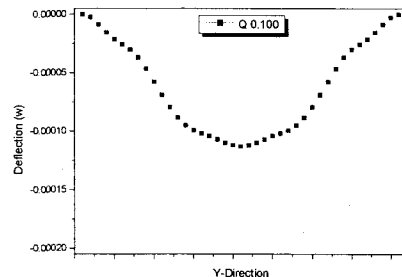
(a) $Q = 0.025$



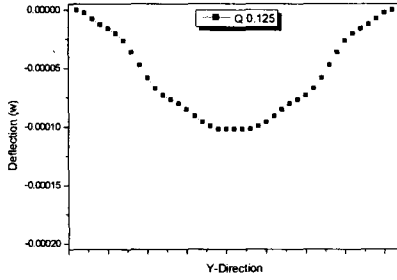
(b) $Q = 0.050$



(c) $Q = 0.075$



(d) $Q = 0.100$



(e) $Q = 0.125$

Fig. 5 Deflection shape along y-axis with respect to the change of area ratio ($r=1$)

3.2 면적비 변화에 따른 등가두께

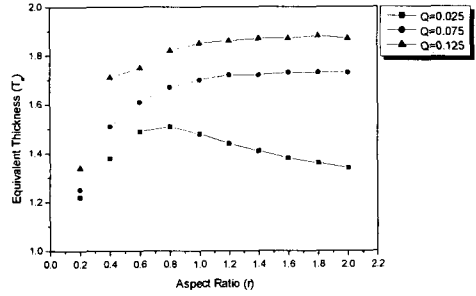
각 형상비에서 면적비 변화에 따른 점용접된 두 사각평판의 등가두께(T_e)를 case I과 case II으로 나눠 각각 Table 2, Table 3과 Fig. 6에 나타내었다.

Table 2 Equivalent thickness with respect to the change of the aspect ratio and area ratio (case I)

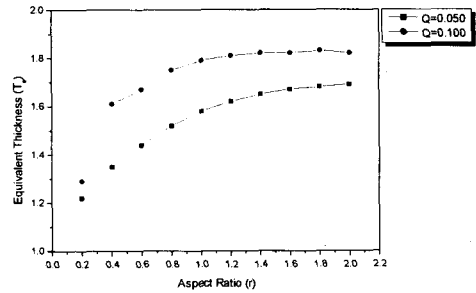
r \ Q	Q		
	0.025	0.075	0.125
0.2	1.22	1.25	1.34
0.4	1.38	1.51	1.71
0.6	1.49	1.61	1.75
0.8	1.51	1.67	1.82
1.0	1.48	1.70	1.85
1.2	1.44	1.72	1.86
1.4	1.41	1.72	1.87
1.6	1.38	1.73	1.87
1.8	1.36	1.73	1.88
2.0	1.34	1.73	1.87

Table 3 Equivalent thickness with respect to the change of the aspect ratio and area ratio (case II)

r \ Q	Q	
	0.050	0.100
0.2	1.22	1.29
0.4	1.35	1.61
0.6	1.44	1.67
0.8	1.52	1.75
1.0	1.58	1.79
1.2	1.62	1.81
1.4	1.65	1.82
1.6	1.67	1.82
1.8	1.68	1.83
2.0	1.69	1.82



(a) case I



(b) case II

Fig. 6 Relationship between the equivalent thickness and aspect ratio with respect to the area ratio

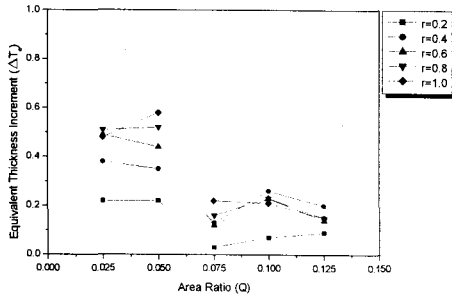
Fig. 6(a)에서와 같이 홀수 배열인 case I의 경우 형상비가 커짐에 따라 각 면적비에 따른 등가두께를 살펴보면, $Q=0.025$ (1열)은 형상비가 0.8일 때 1.51까지 증가하였다가 점점 감소하는 경향을 보이고, $Q=0.075$ (3열)은 1.73에, $Q=0.125$ (5열)은 1.87에 각각 수렴함을 알 수 있다.

Fig. 6(b)에서와 같이 짝수 배열인 case II의 경우 형상비가 커짐에 따라 각 면적비에 따른 등가두께를 살펴보면, $Q=0.050$ (2열)은 1.69에, $Q=0.100$ (4열)은 1.82에 각각 수렴함을 알 수 있다.

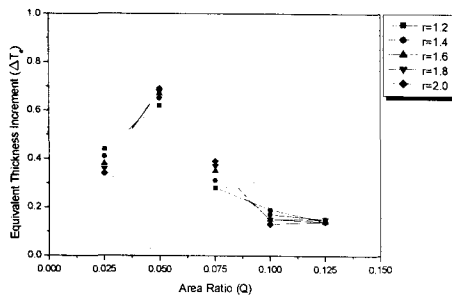
또한, 두 경우 모두 형상비가 0.8보다 작을 때는 점용접의 영향보다는 형상 자체에 영향을 더 받는다는 것을 알 수 있고, 형상비가 0.8을 넘어서면서부터 점용접의 영향이 현저하게 나타남을 알 수 있다.

Fig. 7에 면적비 증가에 따른 등가두께의 증가 폭을 형상비에 따라 나타내었는데, 형상비에 따라 다소 차이는 있지만 1.0를 넘어서면서부터 증가했다가 감소하는 일정한 경향을 보이며 면적비가 0.050일 때 등가두께 증가치가 가장 크게 나

타났으며, 면적비가 더 커질 수록 등가두께 증가율이 줄어들 수 있다. 따라서 적절한 점용접 개수와 적정위치의 선택에 관한 연구가 뒤따라야 할 것이다.



(a) $r \leq 1$



(b) $r > 1$

Fig. 7 Relationship between the equivalent thickness and area ratio with respect to the aspect ratio

4. 결론

본 연구에서는 점용접을 이용하여 평판구조물에 보강판을 부착할 때 점용접의 접합효과를 굽힘상태에서 등가두께로서 살펴보았다. 여러 설계변수 중에서 우선 점용접 면적비(Q)만을 살펴보았으며, 유한요소해석을 수행하여 두께가 1mm인 평판의 최대처짐을 기준으로 점용접된 두 사각평판의 최대처짐을 비교한 값인 등가두께를 계산한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 면적비(Q) 변화에 따라 중앙에서의 y축 방향에 따른 밀판의 처짐형상을 살펴보면, 면적비가 홀수배열인 0.025(1열), 0.075(3열), 0.125(5열)일 때 최대처짐의 위치는 점용접의 영향으로 중앙점이 아닌 인접한 점이고, 짝수배열인 0.050(2열),

0.100(4열)일 때 중앙점에서 최대처짐이 발생하였다.

2. 사각평판의 형상비(r) 증가에 따른 각 면적비(Q)에서 등가두께를 살펴보면, Q=0.025는 1.51까지 증가하였다가 감소하였고, Q=0.050는 1.69, Q=0.075는 1.73, Q=0.100는 1.82, Q=0.125는 1.87에 각각 수렴하였다.

3. 점용접에 의한 두께효과는 최대 1.88로써 매우 크게 나타났으며, 면적비(Q)의 증가에 따른 두께효과의 증가폭은 0.050을 기점으로 현저하게 줄어들어오므로 점용접 개수의 증가에 따른 두께효과와 증가폭은 점점 줄어드는 것으로 나타났다.

참고문헌

- (1) S. P. Timoshenko and J. M. Gere, 1961, "Theory of Elastic Stability," McGraw-Hill, pp. 319~347.
- (2) S. P. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, 1959, "Theory of Plates and Shells," McGraw-Hill, pp. 180~228
- (3) A. C. Ugural, 1981, "Stresses in Plates and Shells," McGraw-Hill, pp. 153~173.
- (4) Demeter G. Gertis and Chin T. Lee, 1993, "Elastic and Inelastic Analysis of Variable Thickness Plates, Using Equivalent System," *Mech. Struct. & Mach.*, Vol. 12, No. 2, pp. 201~236.
- (5) S. C. Chapra and R. P. Canale, 1998, "Numerical Methods for Engineers," McGraw-Hill, pp. 438~472.
- (6) 서승일, 이재호, 장상길, 차병우, 1996, 점용접시 압흔 깊이 감소를 위한 최적 용접조건 선정에 관한 연구, 대한용접학회지, 제14권, 제2호.
- (7) 한근조, 안성찬, 심재준, 장활수, 2000, 보강판의 설계변수 변화에 따른 평판구조물의 보강효과에 관한 연구, 대한기계학회 추계학술대회논문집 A, pp. 807~812.