

# 고무하우징을 갖는 장력센서의 변형거동 해석

이형욱\* · 장광걸\* · 허 훈\* · 강대임\*\*

## Stress Analysis of a Tension Sensor with a Rubber Housing for a Fence Intrusion Detection System

Hyoung-Wook Lee, Kwang-Keol Jang, Hoon Huh and Dae-Im Kang

**Key Words :** Tension Sensor(장력센서), Load Cell(로드셀), Finite Element Method(유한요소법), Hyperelasticity(초탄성), Mooney-Rivlin Model(무니-리블린모델)

### Abstract

This paper is concerned with the nonlinear hyperelastic problem for the incompressible characteristics of the rubber. Tension sensor is a strain gage type load cell element for a fence intrusion detection system and consists of the sensing part and the rubber housing. The analysis includes an elastic analysis and a hyperelastic analysis of a tension sensor for the deformed shape and variation of the maximum strain on the sensing part with respect to the vertical load. Numerical results show that the hyperelastic model is stiffer and less deformed than the elastic model. Comparing with the experimental test data, we know the hyperelastic model is the better approximation than the elastic model.

#### 기호설명

- $S_{ij}$  : Second Piola-Kirchhoff Stress Tensor
- $E_{ij}$  : Green-Lagrange Strain Tensor
- $L_{ijkl}$  : Material Characteristic Tensor
- $\lambda$  : Principal Stretch

### 1. 서론

장력센서는 장력을 측정하기위한 장치로 철조망 등으로 구성된 울타리의 자동감시 설비에 사용되고 있다. 현재 군사시설과 국가 기간 시설물 및 방위산업 시설물들은 외부 침입자들로부터 보호하기 위해서 시설물 주변을 대부분 철조망으로 구성하고 있다. 철조망의 관리를 효과적으로 하기 위하여 정확한 감지센서 시스템이 필요하며, 광케이블보다 저가의 설비를 위하여 기계적 장력센서의 개발이 요구된다. 감지센서 시스템의 핵심은 장력센서로, 스트레인 게이지를 이용한 로드셀 형태의

센서를 사용한다. 장력센서는 기본적으로 외부에서 사용되기 때문에 먼지, 수분 등의 이물질 침입을 방지하고, 로드셀을 보호하기 위하여 하우징을 사용한다. 이러한 장력센서는 오랜 기간동안 외부에서 사용하므로 환경에 대한 기밀성, 내오존성, 내마모성 등이 요구되며, 여러 환경에서 일정한 성능을 유지할 수 있어야 한다. 로드셀이 있는 감지부를 싸고 있는 하우징의 재질은 합성고무인 EPDM(Terpolymers of Ethylene, Pro-pylene and Diene)으로 내오존성, 내약품성, 내환경성, 인열강도 등이 우수하고 가격이 저렴한 특징이 있다.<sup>(1)</sup>

장력센서의 해석기술은 이론적인 해석방법과 시험적인 접근방법이 있는데, 이론적인 접근에서는 유한요소법을 이용한 전산해석이 많은 분야에서 활용되고 있다. 유한요소법을 이용하면 고무하우징을 갖는 장력센서의 비선형 변형, 특성 해석이 가능하므로 기존의 막대한 시험비용과 설계비용을 절감할 수 있을 뿐만 아니라 부품의 성능향상에도 지대한 기여를 할 수 있다. 그러나, 지금의 해석에서는 단순한 탄성이론을 이용한 수식해 등을 적용하여 근사해를 구하여 설계에 반영하고 있다.<sup>(1)</sup> 이러한 근사해를 이용한 설계는 한계가 있

\* 한국과학기술원 기계공학과

\*\* 한국표준과학연구원 질량·힘 그룹

으며, 특히 재료 자체의 비선형 거동 등 실제 고무부품의 변형을 모사하는데 상당한 차이를 보이게 된다. 고무는 초탄성체로서 비선형, 비압축성 또는 약간의 압축성, 대변형의 특성을 가지고 있다.<sup>(2)</sup> 이러한 특성은 변형을 에너지 함수로 표현되고 비선형 편미분방정식에 지배 받는다. 따라서 고무 하우징을 갖는 장력센서의 특성해석을 위해서는 비압축성을 가지는 고무의 특성인 비선형 초탄성 해석이 필수적<sup>(3-8)</sup>이며 형상적인 비선형성도 고려하여야 한다.

본 논문에서는 상용 내연적 유한요소 프로그램인 ABAQUS/Standard<sup>(9)</sup>를 이용하여 3 차원으로 EPDM 재질의 하우징을 갖는 장력센서의 변형을 해석하였다. EPDM 재질의 고무를 비선형 탄성과 초탄성으로 모델링 하였고, 하중에 따라 센서의 감지부에 나타나는 변형률과 응력의 변화를 실험과 비교하였다.

## 2. 이론

본 논문에서 이용한 유한요소해석의 기본적인 수식들은 다음과 같다.<sup>(9)</sup>

### 2.1 가상일의 원리

해석하고자 하는 변형체를 형상이  $\Omega$  이고, 경계표면이  $\Gamma$  인 자유물체로 생각하면, 경계표면은 표면력이 작용하는  $\Gamma_f$  와 변위가 규정된  $\Gamma_d$  로 나눌 수 있다. 이 물체가 평형상태에 있을 때  $\sigma_{ij}$  는 다음의 평형 방정식을 만족하는 임의의 응력장이다.

$$\frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} + f_i = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (1-a)$$

$$u_i = g_i \quad \text{on } \Gamma_d \quad (1-b)$$

$$t_i = \sigma_{ji} n_j \quad \text{on } \Gamma_f \quad (1-c)$$

여기서,  $f_i$  는 물체력이고,  $t_i$  는 임의의 응력장을 만족하는 Cauchy 응력 텐서이고,  $g_i$  는 변위경계 조건에 규정된 변위 벡터이며,  $t_i$  는 단위 수직벡터가  $n_j$  인 경계에 작용하는 표면력 벡터이다.

식(1)에 가상일의 원리를 적용하여 약형(Weak Form)으로 나타내면 다음과 같으며  $D_{ij}$  는 변형속도 텐서(Rate of Deformation Tensor)이다.

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta D_{ij} d\Omega = \int_{\Gamma} t_i \delta v_i d\Gamma + \int_{\Omega} f_i \delta v_i d\Omega \quad (2)$$

식(2)를 대변형 해석을 위해 라그랑지안 수식화를 하면 다음과 같이 나타내어진다.

$$\int_{\Omega_0} S_{ij} \delta E_{ij} d\Omega = \int_{\Gamma_0} t_i \delta v_i d\Gamma + \int_{\Omega_0} f_i \delta v_i d\Omega \quad (3)$$

여기서,  $S_{ij}$  는 2 차 Piola-Kirchhoff 응력 텐서이며,  $E_{ij}$  는 Green-Lagrange 변형률 텐서이다.  $\Omega_0, \Gamma_0$  는 각기 기준형상에서의 형상과 경계표면을 나타낸다. 일반적으로 식(3)을 기본으로 하여 개량 라그랑지안 수식화를 하며, 비선형 문제를 해석하기 위하여 뉴튼-랩슨 축차법을 사용한다.

### 2.2 구성 방정식

일반적으로 유한변형을 탄성적으로 해석하기 위하여 단위 체적당 변형률 에너지(Strain Energy)의 변화율이 응력에 의한 일률과 같다는 개념을 이용하여 다음과 같이 응력 변형률 관계를 기술할 수 있다.

$$S_{ij} = \frac{\partial U}{\partial E_{ij}} \quad (4)$$

위식에서 재료의 성질을 Hooke 의 법칙을 만족하는 선형으로 생각하면 다음과 같이 시간증분에서의 응력텐서의 증분을 표시할 수 있다.

$$\Delta S_{ij} = L_{ijkl} \Delta E_{kl} \quad (5)$$

$$L_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (6)$$

여기서,  $L_{ijkl}$  은 식(6)과 같이 표현되는 재료의 특성텐서이며,  $\lambda, \mu$  는 제 1, 2 Lamé 상수이고 탄성계수  $E$  와 푸아송비  $\nu$  로부터 구할 수 있다. 재료의 구성텐서  $L_{ijkl}$  는 일반적으로 1 축 인장시험을 통해 간단히 구해진다.

고무의 특성은 대변형일 때 하중과 변형의 관계가 약간의 비선형성을 갖게 되므로 변형이 매우 클 경우에는 선형 탄성으로 모델링하는 것은 실제와 오차를 발생하게 된다. 따라서, 대변형체의 정확한 모델링을 위해서는 초탄성(Hyperelasticity)으로 나타내는 것이 적합하다. 일반적으로 고무의 변형을 모사하기 위해서는 등방성, 탄성, 비압축성

으로 가정하여 해석한다. 이 가정에 따라 식(4)에서 에너지 함수  $U$ 를 다음과 같이 변형률 불변량(Strain Invariant)의 함수로 표현할 수 있다.

$$U = U(I_1, I_2, J) \quad (7)$$

여기서, 변형률 불변계수는 주신장률(Principal Stretch)  $\lambda$ 로 다음과 같이 표현된다.

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (8-a)$$

$$I_2 = \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 + \lambda_1^2 \lambda_2^2 \quad (8-b)$$

$$J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \quad (8-c)$$

재료의 비압축성을  $J=1$ 로부터 고려하고 변형 에너지항을 수정하면 다음과 같이 변형률 불변항에 대하여 다항식 형태로 나타낼 수 있다.

$$U = \sum_{i+j=N} C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (9)$$

위식에서  $N=1$ 일 때 Mooney-Rivlin 모델이 되고, 일반적으로 150% 이상인 대변형 해석에서는  $N=2$ 의 식을 많이 사용하며, 다음과 같은 식으로 나타내어진다.

$$U = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{02}(I_2 - 3)^2 \quad (10)$$

본 해석에서는  $N=2$ 인 경우를 사용하였으며, 식(10)의 계수 중  $C_{10}$ ,  $C_{01}$ ,  $C_{11}$ 의 3항만 사용하여 3항 Mooney-Rivlin 모델을 사용하였다. 식(10)의 상수들은 1축 인장시험, 2축 인장시험, 전단시험 중 두 가지 이상의 실험을 통하여 구해진다. 따라서 여러 가지 재료에 대하여 물성치를 얻기가 어려운 단점이 있다. 고무의 변형이 크게 발생되지 않는 경우에는 Hooke의 법칙을 만족하는 선형탄성 모델과의 오차는 별로 발생하지 않는다.

### 3. 유한요소 모델링 및 해석조건

#### 3.1 해석의 개요

Fig. 1은 장력센서의 조립도 및 단면도를 나타

낸다. 센서는 고무로 된 원형 하우징, 스트레인 게이지가 부착된 감지부, 센서를 장착하는데 사용되는 플레이트, 와이어를 체결하는데 사용되는 볼트부로 구성된다. 하우징에는 감지부가 장착될 수 있는 사각 홈이 있고, 감지부의 감도를 향상시키기 위한 홈을 제작하여 하우징의 굽힘이 집중되도록 하였다.

본 논문에서 해석한 장력센서의 하중모드는 한 쪽이 고정되고 자유단에서 하중이 가해지는 외팔보(Cantilever Beam)와 같으며 보는 감지부와 고무로 된 하우징의 결합으로 이루어져 있다. 이러한 외팔보 형태의 굽힘형 로드셀은 하중에 따라 보의 길이방향으로 선형적인 굽힘 모우멘트가 발생하고, 굽힘응력은 한 단면에서 두께 방향으로 선형적으로 변하며 윗면과 아랫면은 크기가 같고 부호가 반대인 응력이 생긴다. 이 응력에 의해 생긴 변형도를 스트레인 게이지로 측정함으로써 가해진 힘을 구해낼 수 있다. 이러한 굽힘형 로드셀은 감지부의 제작과 스트레인 게이지의 부착 등이 용이하지만 감지부 전체의 변위가 커져 선형도, 하중이력, 크리프 등의 특성이 나빠지고 고유진동수가 작아서 응답주파수의 범위가 좁아지는 단점으로 5kN 이하의 소용량에 많이 응용된다. 감지부의 재질은 코일스프링 및 비틀림 막대스프링에 많이 사용되는 스프링 강재 SPS 6(크롬 바나듐 강재)이다.

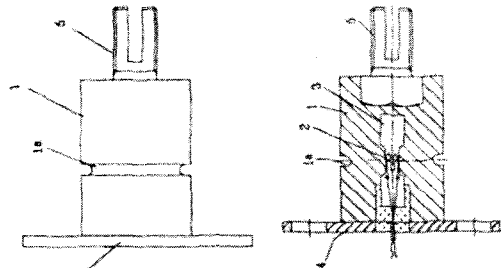


Fig. 1 Front and cross-sectional views of the tension sensor.

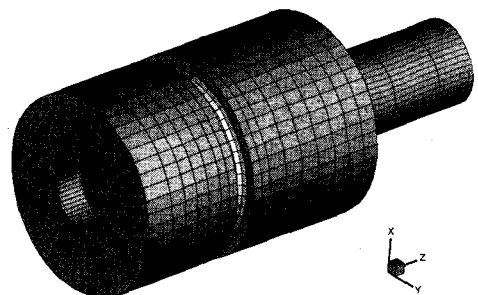
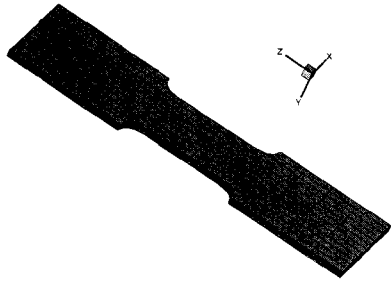
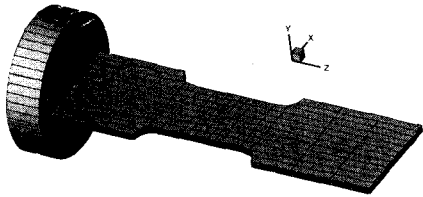


Fig. 2 Initial finite element meshes of the tension sensor.

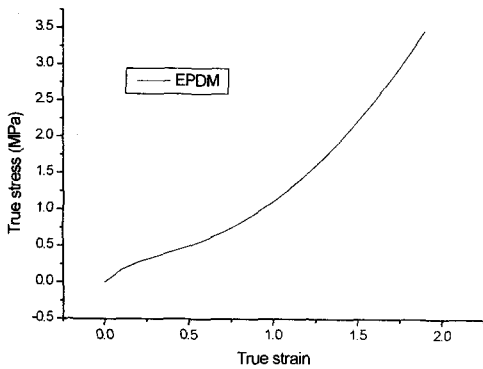


(a)



(b)

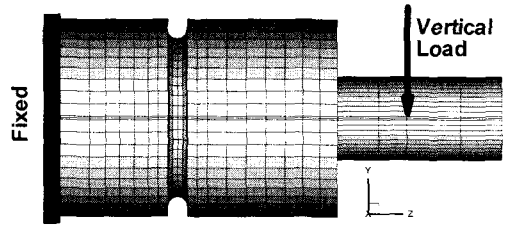
**Fig. 3** Initial meshes of the sensing part and assembly with the supporting: (a) sensing part; (b) assembly.



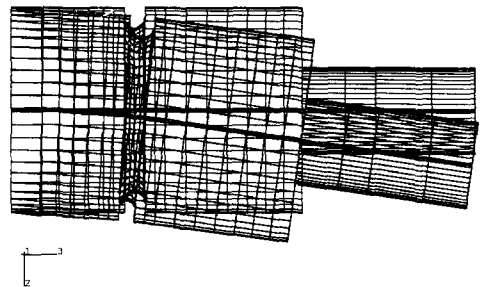
**Fig. 4** Stress-strain curve of the EPDM rubber.

### 3.2 유한요소 모델링

해석에 사용된 유한요소는 Fig. 2 와 같이 모델링 되었으며, 3 차원 Brick 요소를 사용하였다. 사용된 절점의 수는 19318 개이며, 요소의 수는 17756 개이다. 유한요소는 EPDM 재질의 하우징과 SPS 6 재질의 감지부, Silicon 재질의 접착부, Steel 재질의 볼트부로 나누어 모델링 되었다. 장력센서의 부품 중 스트레인 게이지가 부착된 감지부와 접착부까지 포함된 감지부는 Fig. 3 과 같이 모델링하였다.



**Fig. 5** Boundary conditions for the analysis of the tension sensor.



**Fig. 6** Initial and deformed shapes of the tension sensor.

### 3.3 해석조건

해석에 사용된 EPDM 합성고무의 응력-변형률 선도는 Fig. 4 와 같고, 3 항 Mooney 식으로 모델링 하였다. 구하여진 계수는  $C_{10} = -0.45443MPa$ ,  $C_{01} = 0.83828MPa$ ,  $C_{11} = 0.15679MPa$  이다. 선형 탄성으로 모델링 한 경우  $E = 0.68MPa$  이고,  $\nu = 0.45$  의 값을 사용하였다. 실리콘 재질은 고무재질과 동일한 물성으로 모델링을 하였다.

해석에 사용된 경계조건은 Fig. 5 와 같다. 장력 센서가 설치되는 조건을 적용하여 고무 하우징의 끝단을 고정시키고, 감지부에서 32mm 떨어진 위치의 볼트부에 하중을 부과하였다. 이 경우 감지부는 끝단에 고정되지않고 하우징의 변형양상에 따라 내부에서 움직이게 된다.

## 4. 유한요소 해석

### 4.1 해석 결과

EPDM 재료의 물성을 선형 탄성으로 모델링한 경우와 초탄성으로 모델링한 경우 두 가지의 해석을 통하여 하중-변형률 선도를 얻었다. 변형된 형상은 Fig. 6 과 같다. 중간에 있는 홈으로 인해 감지부에 변형이 집중되는 현상을 보이고 있으며, 대변형과 대회전 문제임을 알 수 있다.

중립면의 변형 형상은 Fig. 7(a)와 같으며, 감지부의 변형 형상은 Fig. 7(b)와 같다. 감지부의 지지단이 변형을 하여 감지부에는 전체적으로는 큰 변형률이 걸리지 않음을 알 수 있고, 감지부의 중간부분이 많이 꺾여 변형률이 집중됨을 알 수 있다. 중립면의 응력 분포를 Fig. 8 에 도시하였다. 응력이 감지부의 중심에 집중되어 힘을 이용한 기법이 장력센서의 설계에 효율적으로 적용될 수 있음을 알 수 있다.

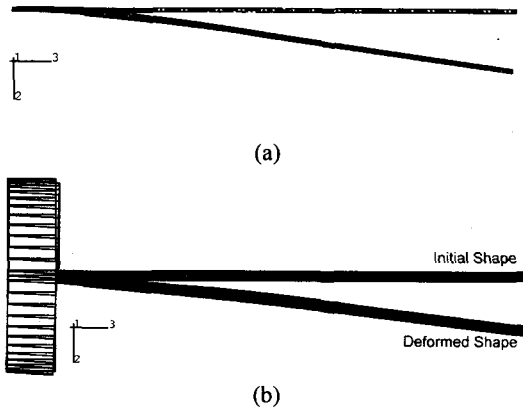


Fig. 7 Initial and deformed shapes of the mid plane and the sensing part with the supporting: (a) mid plane; (b) sensing part.

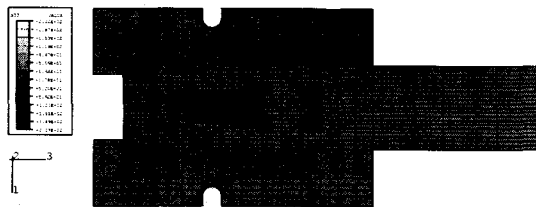


Fig. 8 Stress distribution of the mid plane of the tension sensor.

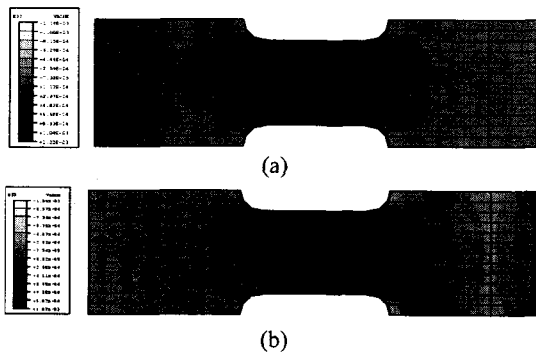
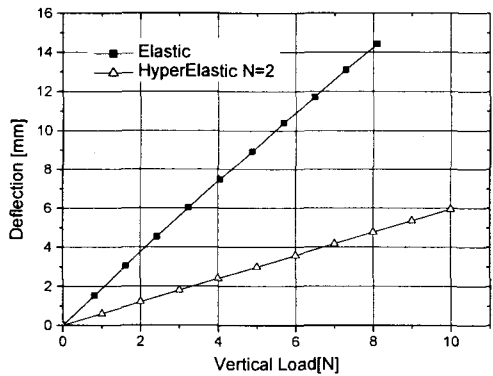


Fig. 9 Strain distributions of the sensing part for the elastic and hyperelastic material properties: (a) elastic material property; (b) hyperelastic material property.

Fig. 9(a)에는 EPDM 고무재질을 선형 탄성으로 모델링한 경우의 변형률 분포를, Fig. 9(b)에는 초탄성으로 모델링한 경우의 변형률 분포를 도시하였다. 감지부의 형상에 의하여 중간부분에서 변형률이 집중되는 것을 알 수 있으며, 선형 탄성으로 모델링한 경우보다 초탄성으로 모델링한 경우가 최대 변형률이 작음을 알 수 있다.

Fig. 10 은 볼트부에 부과된 수직하중에 따른 처짐량을 도시한 선도이다. 초탄성 모델링이 선형 탄성 모델링보다 더 강한 강성을 가지는 것을 확인할 수 있고, 대변형, 비선형 해석에서 많은 차이를 보이고 있어 초탄성 해석의 필요성을 알 수 있다. Fig. 11 은 수직하중에 따른 감지부에서의 최대 변형률을 도시한 선도이다. 제작된 장력센서를 이용하여 실험을 통하여 얻은 변형률과 유한요소 해석을 통한 변형률을 비교하였다. 초탄성 해석의 결과가 선형 탄성 해석보다 실험치와 더 정확한 값을 나타내고 있는 것을 알 수 있으며, 선형 탄성으로 모델링을 하거나 이론적인 근사해를 이용



Variation of the deflection with respect to the vertical load.

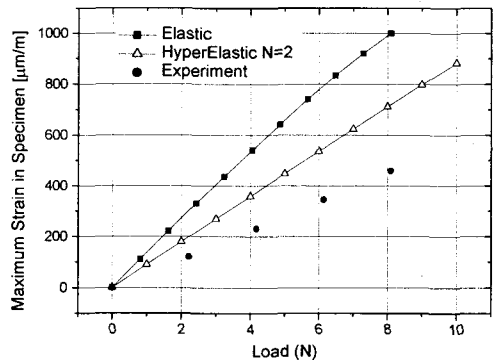


Fig. 10 Variation of the maximum strain in the sensing part with respect to the vertical load.

하여서는 하중에 따른 변형률 범위의 예측과 적용 가능 용량의 설정에 오류를 범할 수 있다는 것을 확인할 수 있다. 해석과의 오차는 감지부를 장입하기 위하여 사용한 실리콘의 물성에 의한 차이와, 실제적으로는 감지부가 내부에서 약간의 이동을 할 수 있는데, 이것을 고정되었다고 가정한 데서 나타난 차이라고 볼 수 있다. 감지부가 내부에서 약간의 이동을 하면, 감지부의 변형률이 줄어들어 최대 변형률이 약간 줄어들 것으로 예측된다. 추 후에 감지부와 하우징 사이에 간극요소나 자체접촉을 고려한 해석을 수행하여야 할 것이다. 그리고, 고무재질의 점탄성 특성이나 크리프 특성을 고려하여, 하중이력에 따른 변형률 선도를 얻어야 할 것이다.

### 5. 결 론

본 논문에서는 EPDM 재질의 고무하우징을 갖는 철조망 감시용 장력센서를 3 차원 유한요소해석한 결과로 다음과 같은 결론을 얻어낼 수 있다.

- (1) 상용 유한요소 프로그램 ABAQUS/ Standard 를 이용하여 고무하우징을 갖는 장력센서의 비선형 해석을 수행하여 부과된 하중에 따른 감지부에서의 변형률 선도를 얻었다.
- (2) EPDM 재질의 합성고무를 선형 탄성과 초탄성으로 모델링하였고, 각 경우에 따라 해석을 수행하였다. 선형 탄성의 경우 실제의 값과 많은 차이를 보이고 있으며, 초탄성 해석의 경우 선형 탄성의 경우보다 실험결과와 더 잘 맞음을 알 수 있다.
- (3) 선형 탄성으로 모델링을 하거나 이론적인 근사해를 이용하여서는 하중에 따른 변형률 범위의 예측과 적용가능 용량의 설정에 오류를 범할 수 있어 초탄성, 비선형 해석이 설계에 필요하다는 것을 알 수 있다.

본 연구는 표준과학연구원에서 시행한 연학과제에 의하여 연구한 결과 중 일부이며, 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다.

### 참고문헌

- (1) 한국표준과학연구원, 1997, 철조망 감시용 장력센서 개발 및 제작공정 연구.
- (2) Morton, J. E. 1987, Rubber Technology, 3<sup>rd</sup> Ed., Van Nostrand Reinhold, New York.
- (3) Sussman, T. and Bathe, K. J., 1987, "A Finite Element Formulation for Nonlinear Incompressible Elastic and Inelastic Analysis," *Comput. & Struct.*, Vol. 26, No. 1/2, pp. 357 ~ 409.
- (4) Beatty, M. F, 1987, "Topics in Finite Elasticity: Hyperelasticity of Rubber, Elastomers and Biological Tissues - with Examples," *Appl. Mech. Rev.*, Vol. 40, No. 12, pp. 1699 ~ 1733.
- (5) 김세호, 이형욱, 허훈, 이종화, 오승탁, 1998, "유한요소법을 이용한 등속 조인트 고무 부트의 변형해석 및 설계변경에의 응용," 한국자동차공학회 논문집, 제 6 권, 제 3 호, pp. 123 ~ 137.
- (6) 전만수, 문호근, 김성진, 1997, "방진고무 변형형상 및 하중-변위곡선 예측을 위한 단순 유한요소법," 대한기계학회 논문집, 제 21 권, pp. 217 ~ 222.
- (7) 신수정, 이태수, 오수익, 1998, "고무패드 변형의 3 차원 유한요소해석 (1)," 대한기계학회 논문집, 제 22 권, pp. 111 ~ 120
- (8) 신수정, 이태수, 오수익, 1998, "고무패드 변형의 3 차원 유한요소해석 (2)," 대한기계학회 논문집, 제 22 권, pp. 121 ~ 131.
- (9) Hibbit, Karlsson and Sorenson Inc., 1996, ABAQUS / Standard Manual