

취성재의 결함을 고려한 파괴기준에 대한 연구

여은구*·이용신**

Failure Criterion Including Brittle Damage

Eun-Gu Yoh, Yong-Shin Lee

Key Words: Brittle Damage(취성결함), Failure Criterion(파괴기준), Continuum Damage Mechanics(연속체결함역학)

Abstract

Brittle failure mechanism has been well known as growth of initial micro-damage, that causes macro crack and failure in the end. Several precise criteria are suggested recently, based on experiments values in a whole load range. Among them, Mohr-Coulomb's criterion is used widely these days, but it has a big error compared with the real failure behavior since it does not show reciprocal actions of stresses. In this study, a new brittle failure criterion is proposed, which includes the effects of brittle damage evolution by taking a brittle damage parameter specifically. Comparisons between the proposed model and the previous ones are also given.

1. 서론

취성재의 파괴는 초기에 존재하고 있는 미세결함의 성장에 의해 초기 크랙이 발생하고 그 성장이 급격히 이루어져 파괴에 이른다라는 것은 이미 알려진 취성파괴 메카니즘이다. 현재 취성재의 파괴기준으로 일반적으로 사용하고 있는 것은 Mohr-Coulomb의 기준인데 이것은 응력의 상호작용을 거의 반영하고 있지 못하므로 실제 파괴거동과의 오차가 상당히 크다. 최근에는 실험값들과 전 하중범위에서 근사값을 나타내는 정교한 몇몇 기준들이 제안되었다⁽¹⁻⁹⁾. 그러나 결함을 고려한 취성재의 파괴기준에 대해서는 아직 미흡한 상태이다.

본 연구에서는 여러 가지 취성파괴기준을 설명하고 최근 제안된 Willam의 파괴기준⁽⁸⁾에 취성결

함을 매개변수로 포함시켜 결함을 고려한 취성재료의 파괴기준을 제안하고자 한다.

2. 취성파괴 모델연구

취성파괴기준을 특징짓는 요소로는 매개변수(parameter)와 경선(meridian)의 형태를 들 수 있는데 본 논문에서는 매개변수를 기준으로 분류하여 정리한다. 각 매개변수는 실험값들로부터 결정되며 각 기준에서 매개변수를 결정하기 위해서는 매개변수의 수만큼 각각 다른 조건하에서 얻어진 실험값들이 필요하다. 대표적인 1매개변수 파괴기준으로는 Tresca와 von Mises를 들 수 있는데 이들이 제안한 기준은 연성재의 경우 항복기준으로 사용하지만, 응착성이 없는 취성재의 경우 파괴기준으로도 사용한다. 단지 인장강도(f_t')와 압축강도(f_c')를 같다고 가정하기 때문에 취성재의 경우 인장강도에 비해 압축강도가 크기 때문에 취성재의 파괴기준으로 부적합하다고 볼 수 있다.

* 국민대학교 자동차대학원

** 국민대학교 기계·자동차공학부

이러한 단점을 보완한 것이 인장강도와 압축강도를 매개변수로 삼은 2매개변수 파괴기준이다. Tresca 기준의 일반화된 형태인 Mohr-Coulomb 파괴기준은 주응력공간에 하나의 꼭지점을 가지고 있고 정수압 응력축에 대하여 선형기울기를 가지고 있어 1매개변수의 오차를 줄일 수 있었지만 고압축의 영역으로 갈수록 인장과 압축경선 모두 오차가 증가한다.

$$f(\xi, \rho, \theta) = \sqrt{2}\xi \sin \phi + \sqrt{3}\rho \sin(\theta + \frac{\pi}{3}) + \rho \cos(\theta + \frac{\pi}{3}) \sin \phi - \sqrt{6}c \cos \phi \quad (1)$$

여기서, 정수거리 ξ , 편차거리 ρ , 방향각 θ 및 내부마찰각 ϕ 는 다음과 같다.

$$\xi = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 \quad (2)$$

$$\rho = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} = \sqrt{2J_2} \quad (3)$$

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \quad (4)$$

여기서 I_1 는 1차 응력불변량, J_2, J_3 은 2, 3차 편차응력불변량이다.

또한 von Mises 기준을 단순히 수정하여 정수압응력의 영향을 감안한 Drucker-Prager 파괴기준⁽¹⁾은 정수압 응력축에 대하여 선형적인 기울기를 가지고 있으면서 응력공간의 편차면에 나타난 파괴면을 곡선형으로 표현하여 Mohr-Coulomb 파괴기준을 보완하였다.

$$f(\xi, \rho) = \sqrt{6}a\xi + \rho - \sqrt{2}k = 0 \quad (5)$$

여기서, a 와 k 는 재료상수이며,

압축경선을 따라 $\theta = 60^\circ$ 일때

$$a = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)}, \quad k = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)}$$

인장경선을 따라 $\theta = 0^\circ$ 일 때 다음과 같다.

$$a = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)}, \quad k = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)}$$

Fig. 1은 두가지 기준곡선에 대하여 응력공간에서 비교하였다. 응력공간의 편차면에서 연속적인 파괴면을 나타내며 타원형의 곡선으로 Willam은 3매개변수 파괴기준⁽³⁾을 제안하였다. 그가 제안한 파괴기준은 Hoek와 brown 이 제안한 실험에 의한 파괴기준을 기초로 했다.

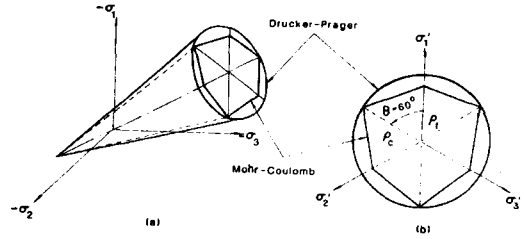


Fig. 1 Drucker-Prager and Mohr-Coulomb criteria matched along the compressive meridian: (a) in principal stress space (b) in the deviatoric plane.

$$F(\sigma_1, \sigma_3) = \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{f_c'} \right] + m \frac{\sigma_1}{f_c'} = 0 \quad (6)$$

여기서 c 는 응착강도계수(cohesive strength parameter), m 은 마찰강도계수(frictional strength parameter)이다. f_c' 는 단축 압축강도이다. 이 식은 Rankine의 최대 인장응력상태조건과 Mohr-Coulomb의 극한전단강도의 마찰조건을 결합시킨 식으로 취성재의 경화와 연화의 성질을 나타내는 구성방정식에 사용되었다. Willam이 제안한 최종적인 취성파괴기준은 다음과 같다.

$$F(\xi, \rho, \theta) = \left[\sqrt{1.5} \frac{\rho}{f_c'} \right]^2 + m \left[\frac{\rho}{\sqrt{6}f_c'} r(\theta, e) + \frac{\xi}{\sqrt{3}f_c'} \right] - c = 0 \quad (7)$$

여기서, $r(\theta, e)$ 는 타원함수이다.

$$r(\theta, e) = \frac{4(1 - e^2) \cos^2 \theta + (2e - 1)^2}{2(1 - e^2) \cos \theta + (2e - 1)A} \quad (8)$$

$$A = \sqrt{4(1 - e^2) \cos^2 \theta + 5e^2 - 4e} \quad (9)$$

여기서, e 는 편심율이며 인장 ($\theta = 0$)과 압축 ($\theta = \frac{\pi}{3}$) 경선을 따라 타원함수는 다음과 같은

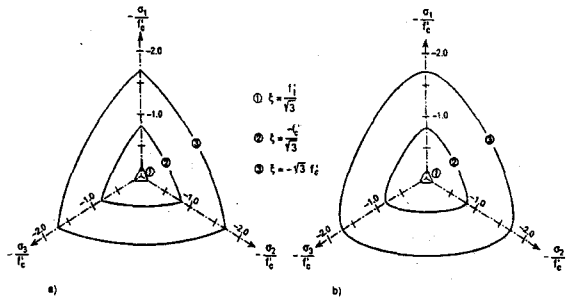


Fig. 2 Three deviatoric sections of three-parameter brittle criterion for eccentricities : (a) $e=0.5$ (b) $e=0.6$

값을 갖는다.

$$r(\theta=0, e) = \frac{1}{e} \quad \text{인장경선}$$

$$r(\theta = \frac{\pi}{3}, e) = 1 \quad \text{압축경선}$$

비록 타원함수는 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ 구간만 정의 되지 만 3축에 대하여 축대칭이므로 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 로 확장 하여 사용한다. Fig. 2는 변수 ξ 와 e 의 영향에 대하여 보여주고 있다.

Ottoson에 의하여 4매개변수 파괴기준⁽⁴⁾이 제안 되었다. 그 기준은 Willam의 3매개변수의 특성에서 인장과 압축경선의 모양을 포물선형태로 표현 함으로 고압축 영역에서 좀더 오차를 줄일 수 있는 기준이다.

$$f(I_1, J_2, J) = a \frac{J_2}{(f_c')^2} + \lambda \frac{J_2}{f_c'} + b \frac{I_1}{f_c'} - 1 = 0 \quad (10)$$

여기서 a, b 는 재료상수이다.

Willam는 3매개변수의 특별한 형태로 5매개변 수 파괴기준⁽³⁾을 제안하는데, 인장과 압축경선의 모양을 3차방정식의 형태로 표현한 것으로 Fig. 3에서 보여주고 있다.

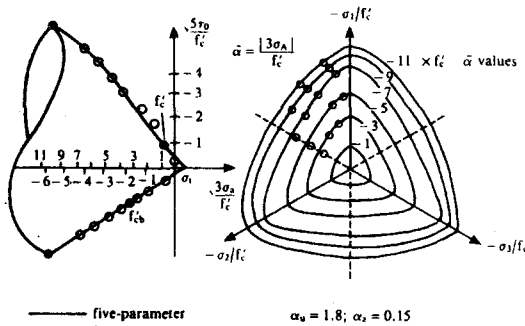


Fig. 3 Five-parameter failure criterion

3. 취성결함을 고려한 파괴모델제안

여러 연구자들에 의해서 취성재의 파괴기준이 제안되었는데 최근 초기에 제안된 기준들을 보강 하는 연구가 활발히 진행되고 있다. 취성파괴의 실제적 현상을 모사하기 위하여 취성결함변수를 포함하는 취성결함 파괴기준을 새롭게 제시한다.

3.1 취성결함파괴기준

본 연구에서는 앞서 정의한 취성결함모델을 사

용하여 결함으로인해 열성화된 압축강도(f_c')와 초기결함상태의 압축강도(f_c) 비를 다음과 같이 정의하였다.

$$\frac{f_c'}{f_c} = (1 - \omega) \quad (11)$$

여기서 $\omega = \omega_N N$ 는 결함변수이다. 취성재 결 함의 기하학적 정의는 평면 동전모양으로 가정하 는데 주결함면의 법선방향벡터와 주결함면의 기 공밀도로 결함벡터를 표현한다. 결함은 일정하중 에 의해 팽창과 회전을 한다고 가정하며 이러한 결함의 성장에 의해 취성재의 기계적 성질은 열 성화됨을 알수있다.

변형이 진행될 때 결함과 응력상태에 따라 결 함은 성장하며 결함으로 인해 열성화된 재료가 극한강도에 다달았을 때 파괴가 일어나는데 이러 한 취성파괴를 모사하기 위해서는 결함을 변수로 갖는 취성파괴기준식이 필요하다.

Willam의 3매개변수 파괴기준식⁽⁸⁾에서 압축강 도의 열성화가 취성결함의 성장에 의한 것으로 가정하여 다음과 같은 파괴기준식을 제안한다.

$$F(\zeta, \rho, \theta, \omega) = \frac{1}{(1-\omega)^2} \left[\sqrt{1.5 \frac{\rho}{f_c}} \right]^2 + \frac{m}{(1-\omega)} \left[\sqrt{\frac{\rho}{6 f_c}} r(\theta, e) + \sqrt{\frac{\zeta}{3 f_c}} \right] - c = 0 \quad (12)$$

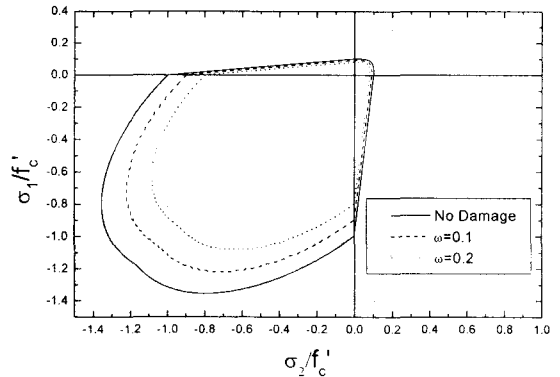


Fig. 3 Comparison of failure criterion for Damage evaluation

3.2 비교 및 검토

Fig. 4와 Fig. 5는 본 연구에서 제안한 파괴기준 식에의해 계산된 파괴면을 결함의 성장에 따라 비교해주고 있다. 결함이 존재하지 않을때 초기

극한강도에 의한 초기파괴면을 나타내다가 결함이 성장함에 따라 극한강도 또한 열성화가 일어나며 그로인해 초기에 보여졌던 파괴면은 축소되는데 특히 인장에 의한 파괴면의 변화보다 압축에 의한 파괴면이 더욱 큰 폭으로 줄어드는 것을 볼 수 있다. 이것은 취성재의 경우 인장강도보다 압축강도의 절대값이 크므로 결함에 의한 열성화의 영향도 더욱 크게 나타난 것이라고 생각된다.

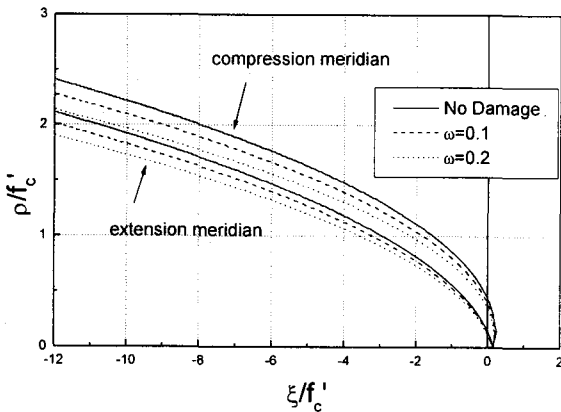


Fig. 5 Comparison of failure criterion for Damage

4. 결론

본 연구에서는 여러 연구자들에 의해 제안된 취성재의 파괴기준을 설명하고 취성결함을 고려한 파괴모델을 제안하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 취성재 파괴의 경우 매개변수의 갯수를 통한 파괴기준을 분류하여 설명하였다.
2. 취성결함이있는 재료의 파괴를 예측하기 위한 파괴조건식을 제안하였다
3. 제안된 파괴조건식으로 2축응력면에 생기는 파괴면을 계산하였다. 결함의 성장에 따라 압축 극한강도의 열성화가 더욱 크게 일어나는 것을 확인하였다.

후기

본 연구는 국민대학교 자동차 대학원 두뇌한국

21 사업에 의한 것입니다.

참고문헌

- (1) Drucker, D.C., and Prager, W., 1952, "Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design," *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 10, pp.157-165.
- (2) Romano, M., 1969, "On Leon's Criterion," *Meccanica*, pp.48-67.
- (3) Willam, K.J., 1974, "Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete", IABSE Seminar, ISMES, Bergamo, Italy, May.
- (4) Ottoson, N.S., 1977, "A failure criteria for concrete," *J. Eng. Mech. Div, ASCE*, Vol. 103, pp.527-535.
- (5) Ho, E., and Brown, E.T., 1980, "Empirical Strength Criterion for Rock Masses," *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, Vol. 106, No. GT9, pp.1013-1035.
- (6) Klisinski, M., 1985, "Degradation and Plastic Deformation Concrete," IFTR Report 38, PhD thesis, Polish Academy of Sciences.
- (7) Willam, K. J.; Hurlbut, B.; and Sture, S., 1985, "Experimental, Constitutive and Computational Aspects of Concrete Failure," ASCE U.S.-Japan joint seminar, University of Tokyo, May.
- (8) Mene'trey, Willam, K.J., 1995, "Triaxial Failure Criterion for Concrete and Its Generalization," *ACI Struct. J.*, Vol.92, pp311-318.
- (9) Chen, W. f, and Han, D. J., 1988, *Plasticity for Structural Engineers*, Springer-Verlag.