

경사균열을 갖는 Skin/Stiffener 구조물의 보수에 의한 균열의 파괴역학적 거동

정기현* · 양원호** · 김 철*** · 허성필*** · 고명훈****

A Fracture Mechanics Analysis of Bonded Repaired Skin/Stiffener Structures with Inclined Central Crack

Ki-Hyun Chung*, Won-Ho Yang**, Cheol Kim***,
Sung-Pil Heo*** and Myung-Hoon Ko****

Key Words: Mixed Mode (혼합모드), Bonded Repair(접착보강), Reduction of Stress Intensity Factor (응력확대계수감소율), Maximum Tangential Stress Criteria(최대접선응력기준)

Abstract

Composite patch repair of cracked aircraft structures has been accepted as one of improving fatigue life and attaining better structural integrity. Analysis for the stress intensity factor at the skin/stiffener structure with inclined central crack repaired by composite stiffened panels are developed. A numerical investigation was conducted to characterize the fracture behavior and crack growth behavior. In order to investigate the crack growth direction, maximum tangential stress(MTS) criteria is used. The main objective of this research is the validation of the inclined crack patching design. In this paper, the reduction of stress intensity factors at the crack-tip and prediction of crack growth direction are determined to evaluate the effects of various non-dimensional design parameter including; composite patch thickness and stiffener distance. The research on cracked structure subjected to mixed mode loading is accomplished and it is evident that more work using different approaches is necessary.

1. 서 론

균열을 갖는 패널형 skin/stiffener 항공기 구조물은 다양한 하중을 받으면서 균열이 진전한다. 그런데 지금까지의 대부분의 연구 방향은 일축하중하에서의 파괴역학적 응력확대계수와 분리의 측면에서 접근을 해왔다.⁽¹⁻³⁾ 또한, 해석의 어려움 때문에 균열을 갖는 skin/stiffener 구조물을 단순화 시켜, 균열을 갖는 평판으로 가정하고 이 평판에 보강판을 부착하여 그 효용성을 검토하였다. 본 연구에서는 기존의 연구방향과는 달리 실

제적으로 균열을 갖는 skin/stiffener 구조물에서 응력확대계수 및 응력확대계수 감소율에 대해 연구를 수행하고, 더 나아가 균열성장 방향의 예측에 대한 기본적인 토대를 마련하고자 한다.

균열을 갖는 금속재에 복합재료 보강판이 부착되어진 구조물에 대한 해석은 복합재료와 금속재료의 접착과 균열을 갖는 금속에서의 파괴역학 해석에 관심을 두어야 한다. 또한 금속재와 복합재의 열적 성질의 불연속성, 접착부에서의 분리, 재료거동의 비선형성, 면외굽힘 및 접착부와 피접착부의 파손 등이 발생할 수 있는 문제이다.

Grief 와 Sanders⁽⁴⁾는 복소함수식을 이용한 유한균열과 무한한 패널(pannel)을 갖는 평판에서의 모드 I 문제를 해석하였다. 그는 패널을 1차원 요소로 고려하여 판재와 패널의 적합조건을 수치적인 미분방정식을 이용하여 풀었다. 그의 연구를 바탕으로 Erdogan과 Arin⁽⁵⁾은 복합재료로 만들

* 성균관대학교 대학원 기계공학부

** 성균관대학교 기계공학부

*** 성균관대학교 대학원 기계공학부

**** 대림대학 산업기술경영과

어진 패널에 대해 동일한 접근을 시도하였다.

Sethuraman과 Maiti⁽⁶⁾은 혼합하중 하에서 skin/stiffener 구조물의 응력-변형률과 응력확대계수를 구하기 위해 모드 I 과 모드 II 문제로 나누어 해석을 수행한 후, 두 모델을 중첩하는 방법으로 연구를 수행하였다. 그들은 보강판의 위치, 길이, 보강판과 접착제의 물성치 및 두께 등에 대한 파라미터 연구를 수행하였다.

본 논문의 연구 목적은 Fig. 1과 같이 경사균열이 존재하는 평판과 평판에 붙어있는 stiffener 및 복합재료로 만들어진 보강판사이의 응력상태, 응력확대계수 및 균열의 성장 방향 등에 대한 연구를 수행하고자 한다. stiffener와 보강판의 효과 및 균열 경사각에 따른 기초적인 연구를 수행하여 이를 통해 항공기와 같은 균열을 가지고 있는 구조물의 안전 보수개념뿐 아니라, 보수된 균열의 성장 거동을 정확히 살펴서 보수 후 관리라는 두 가지 측면에서 접근하고자 하였다.

2. 파괴역학적 연구

2.1 경사진 균열의 파괴역학적 연구

Smith⁽⁷⁾의 혼합하중하의 경사균열을 갖는 무한판재에서의 경계요소법을 이용해서 얻어진 응력확대계수값과 비교 검토하였다. Smith는 경사균열에서의 응력확대계수 계산식을 다음과 같이 제안하였다.

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \sin^2 \alpha \quad (1)$$

$$K_{II} = \sigma \sqrt{\pi a} \sin \alpha \cos \alpha \quad (2)$$

여기서, α 는 하중이 작용하는 축과 균열과의 각도이다.

2.2 응력확대계수 감소율

보강판이 부착된 균열 평판의 파괴역학적 안전성 평가 기준으로 응력확대 계수 감소율(reduction of stress intensity factor : K^*)을 다음과 같이 정의하였다.

$$K^* = 1 - K_p / K_u \quad (3)$$

여기서, K_p 는 보강판이 부착되었을 때의 응력확대 계수이며, K_u 는 보강판이 부착되지 않은 경우의 균열평판의 응력확대계수 값이다. K^* 는 이 값이 커질수록 보강판의 효과도 증대됨을 의미하는 무차원 값이며, K^* 가 증가하면 상대적으로 균열진전이 억제됨을 의미한다.

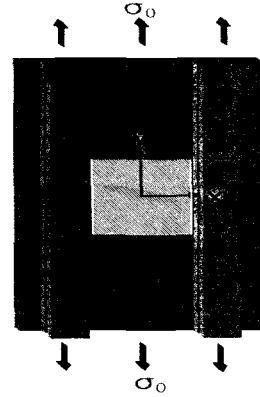


Fig. 1 Configuration of cracked skin/stiffener structure repaired by composite patch

2.3 MTS기준을 이용한 균열 성장방향예측

Griffith⁽⁸⁾는 균열성장에 대한 에너지 평형이론을 제시하였다. 이러한 그의 개념과 Inglis⁽⁹⁾해를 통한 그의 연구를 이용하여 Griffith는 이축응력상태의 타원형 구멍을 갖는 무한평판에서의 최대인장응력을 계산하였다. Griffith의 최대전단응력은 오늘날 혼합모드에서의 균열성장 예측을 하는 최대응력기준(maximum stress criterion)의 기초가 된다.

최대접선응력기준(maximum tangential stress criterion: MTS-criterion)은 Erdogan과 Sih⁽¹⁰⁾에 의해 체계화되었다. Fig. 2와 같이 혼합하중 하에서의 균열선단에서는 모드 I 과 모드 II 에 의한 응력확대계수 K_I 과 K_{II} 가 동시에 존재하며, 균열선단에서의 특이응력장(singular stress field)은 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_r = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{5}{4} \cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left(-\frac{5}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (4)$$

$$\sigma_\theta = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{3}{4} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left(-\frac{3}{4} \sin \frac{\theta}{2} - \frac{3}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (5)$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{1}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{1}{4} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (6)$$

이 기준은 균열선단 응력 요소에 대해 다음과 같은 가정을 포함하고 있다.

- 1) 균열개시는 균열 선단에서 σ_θ 가 최대가 될

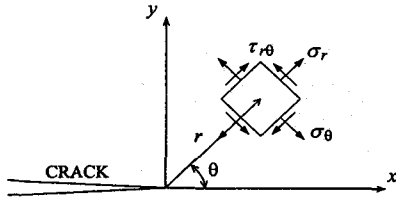


Fig. 2 Polar stress components in a stress element near a crack tip

때 반경방향 $\theta = \theta_c$ 으로 진전한다.

2) 최대접선응력 σ_θ 가 일축인장응력의 임계응력 σ_c 에 도달하면 파괴가 일어난다.

수학적으로 조건 1)은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0 ; \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} < 0 \quad (7)$$

$$\sigma_\theta(\theta_c) = \sigma_c \quad (8)$$

균열진전방향에서의 접선응력 σ_θ 가 주응력이고 전단응력 $\tau_{r\theta}$ 가 이 방향에서 무시할 수 있다면 균열진전각도 θ_c 는 다음과 같이 표현된다.

$$K_I \left(\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right) + K_{II} \left(\cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right) = 0 \quad (9)$$

또는, 다음과 같이 표현된다.

$$K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) = 0 \quad (10)$$

최대 접선 응력기준은 간단하고 많은 실험에서 증명되어 가장 보편적으로 사용되어지는 균열성장 방향 예측식이다.

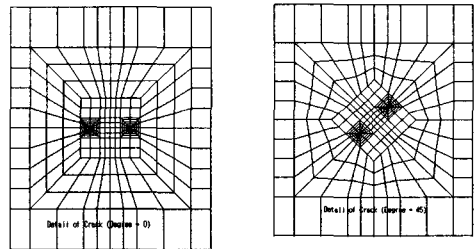
3. 보수되어진 경사균열의 유한요소해석

경사진 관통균열을 갖는 stiffener 구조물에 복합재료 보강판으로 보강된 모델과 보강되지 않은 모델에 대한 응력확대계수 및 응력확대계수 감소를 그리고 균열의 성장방향에 대한 연구를 하기 위해 Fig. 3과 같이 유한요소망을 구성하였다. 하중방향에 대해 균열의 경사각도를 변화시켜 가면서 stiffener의 위치에 따른 영향도 같이 평가하였다. Fig. 4는 균열 경사각이 0° , 45° 및 90° 일 때의 균열부분에서의 요소망을 도시한 것이다. 경사 균열을 갖는 알루미늄판재 형상은 $240 \times 360 \times 3\text{mm}$ 이며, $10 \times 360 \times 10\text{mm}$ 웹(web)과 $40 \times 360 \times$

3mm 의 캡(cab)의 형상을 갖는 I형 stiffener, $80 \times 160 \times 3\text{mm}$ 의 형상을 갖는 $[0/90]_s$ 적층구조를 가지는 Boron/ epoxy 복합재료 보강판을 사용하였다. 접착제는 0.3mm 의 얇은 epoxy-film을 사용했으며, 각각의 재료물성치는 Table 1과 같다. 하중은 10MPa 의 일축인장응력을 가하였다. 한편 보강(single-side patching)구조이므로 대칭면이 존재하지 않아 전체 모델을 요소망으로 구성하였다. 3차원 20절점 요소를 사용하였으며, 균열 선단에서 $1/\sqrt{r}$ 의 특이성(singularity)이 발생하므로 균열 선단에서는 붕괴된 등매개 요소(collapsed isoparametric element)로 구성하였다. 본 유한요소 해석에서 사용되어진 프로그램은 상용화된 ABAQUS v. 5.8이다.

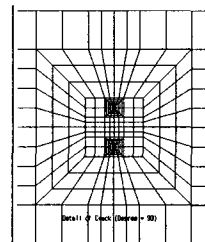
Table 1 Material properties for the aluminum, the boron/epoxy patch, and the adhesive layer

	Young's modulus (GPa)			Shear modulus (GPa)			Poisson's ratio		
	E_1	E_2	E_3	G_{12}	G_{13}	G_{23}	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}
Al-plate	71.02	-	-	-	-	-	0.32	-	-
Patch	208.1	8.18	8.18	7.24	7.24	4.94	0.677	0.677	0.035
Adhesive	2.2	-	-	-	-	-	0.32	-	-

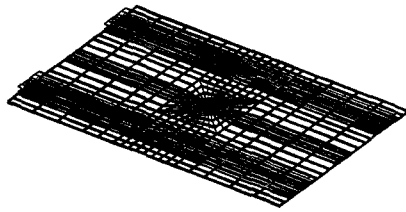


(a)

(b)



(c)



Distance (s=80mm)

(d)

Fig. 3 Finite element modeling around crack, inclined degree. (a): 0°, (b): 45°, (c): 90°, (d) whole mesh

4. 결과 및 고찰

4.1. 타당성 검토

패널이 없는 판재에 대한 타당성 검토는 본 연구 방법과 Smith⁽⁷⁾의 혼합하중하의 경사균열을 갖는 무한 판재에서의 경계요소법을 이용해서 얻어진 응력확대계수값과 비교 검토하였다.

본 유한요소 해석에서의 응력확대계수 계산식은 전술한 Ingraffea[12]의 식에 의해서 구해졌으며, Smith가 제안한 식에 의한 응력확대계수와 비교하여 Table 4.1에 도시하였다. Table 2에서 보는 바와 같이 약 7-10% 오차가 발생하였다. 이는 Smith의 모델은 무한한 판재인 반면 본 연구 모델은 유한한 모델을 사용함에 따라 발생된 오차라고 생각된다. 따라서 약간의 오차가 발생하였으나 경향이 동일하여 본 해석방법이 타당하다고 할 수 있다.

4.2 패널 위치에 따른 응력확대계수

패널의 위치를 균열 중심에서 각각 65mm, 80mm 및 95mm로 변화해 가면서 유한요소 해석을 수행하였다. 또한 보강판의 효과를 알아보기 위해 보강판을 부착한 경우와 부착하지 않는 경우에 대해 응력확대계수를 구하고 그 결과를 비교하였다. Fig. 4와 Fig. 5은 보강판을 부착한 경우와 부착하지 않는 경우 및 패널의 위치변화에 따른 응력확대계수를 도시한 결과이다. 보강판을 부착한 경우의 응력확대계수는 보강판을 부착하지 않는 경우 모드 I 응력확대계수보다 경사각이 0° 일 때 약 50%정도 감소하였다. 또한 경사각이 증가함에 따라 보강판의 효과는 점점 감소하며

70° 이상에서는 전혀 효과가 없었다. 모드 II 응력확대계수는 약 45%정도 감소하였다. 또한, 패널의 위치가 균열 선단에 가까울수록 응력확대계수값이 작아진다.

4.3 패널의 위치에 따른 응력확대계수 감소율

Fig. 6과 Fig. 7은 보강판을 부착한 경우의 패널의 위치에 따른 응력확대계수감소율을 도시한 것이다. 비교를 위하여 패널이 없는 보강된 평판의 결과도 같이 도시하였다. 이때 Ku는 보강재를 부착하지 않은 판재의 모드 I과 모드 II의 응력확대계수이다. 패널이 균열에 가까울수록 응력확대계수감소율은 증가하였다. 또한 패널이 있는 경우가 패널이 없는 경우보다 약 2배 이상의 효과를 나타냄을 알 수 있다. 이 결과로부터 보강판과 마찬가지로 패널도 균열의 진전을 억제하는 기능이 있으며 그 효과는 상당히 크다고 할 수 있다. 그러나 패널에 의한 균열진전의 억제효과보다 보강판에 의한 효과가 크며 이는 Young, Cartwright와 Rooke^(12,13)의 연구결과와 일치하는 것이다.

4.4 균열의 성장 방향 예측

유한요소 해석 결과를 통해 얻어진 응력확대계수값을 식(10)에 대입하여 균열의 성장 방향을 예측한다. 예측식은 Erdogan과 Sih⁽¹⁰⁾에 의해 제시되었던 최대접선응력기준을 사용하여 예측하였으

Table 4.1 Comparison of SIF for inclined cracked rectangular plates (unit : MPa√mm)

Inclined angle	Smith [21]		Present	
	Mode I SIF	Mode II SIF	Mode I SIF	Mode II SIF
0	56.06	0	60.38	0
10	54.36	9.60	58.60	10.91
20	49.50	18.02	53.34	20.46
30	42.04	24.27	45.32	27.59
40	32.90	27.60	35.50	31.41
45	28.03	28.03	30.23	31.88
50	23.16	27.60	25.02	31.43
60	14.01	24.27	15.13	27.63
70	6.56	18.02	7.08	20.52
80	1.69	9.60	1.82	10.91
90	0	0	0	0

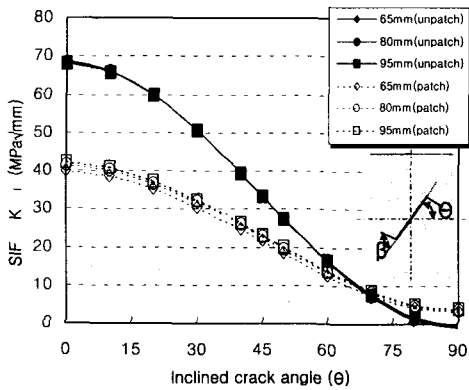


Fig. 4 Stress intensity factor with respect to inclined crack angle (Mode I)

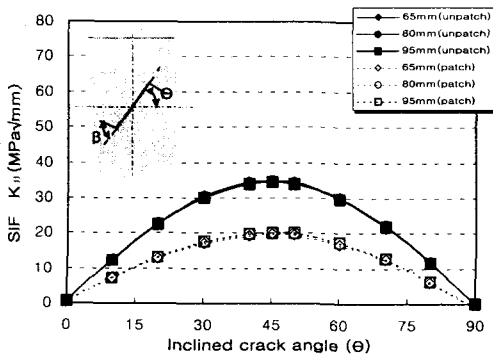


Fig. 5 Stress intensity factor with respect to inclined crack angle (Mode II)

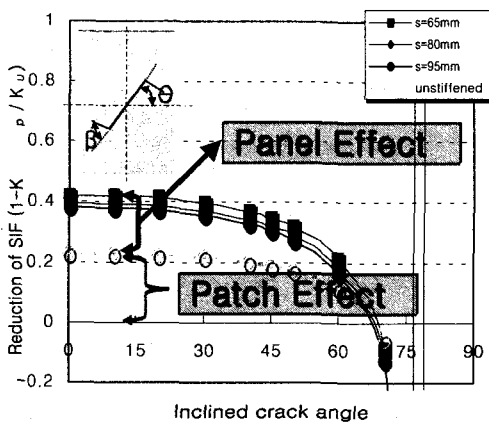


Fig. 6 Reduction of SIF with respect to inclined crack angle (Mode I)

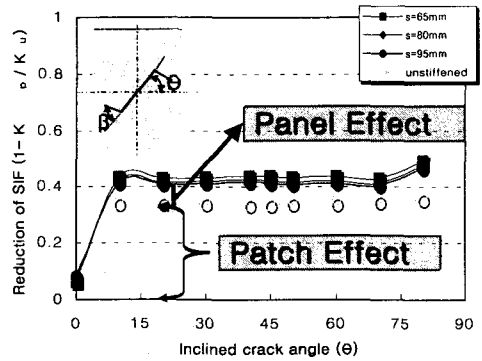


Fig. 7 Reduction of SIF with respect to inclined crack angle (Mode II)

며, 해를 구하기 위해 Newton-Raphson 반복법을 사용한 C-프로그램에 의해서 그 결과를 얻었다.

Fig. 8은 유한요소해석에서 얻어진 응력확대계수값을 이용하여 경사진 균열의 성장 방향을 예측한 그림이다. 그림에서 볼 수 있듯이 경사진 균열의 균열 진전 방향은 하중방향에 대해 90° 방향으로 진전하는 경향이 있다. 이는 균열이 모드 I 하중에 크게 영향을 받는다는 의미이다. 그러나 해석 결과 모드 I과 모드 II 응력확대계수가 같은 경우에만 균열은 모드 I 방향으로 성장하고, 다른 경우에는 정확하게 모드 I 방향으로 성장하지 않았다. 또한 패널이 존재하는 경우 패널이 균열 진전에 영향을 미쳐 패널이 없는 경우에 비해 모드 I 방향에서 더 크게 벗어남을 알 수 있다. 이로부터 균열이 패널에 가까워짐에 따라 균열이 패널 쪽으로 진전하지 못하고 균열 진전 방향을 모드 II 방향으로 변화시킨다는 결과를 얻을 수 있었다.

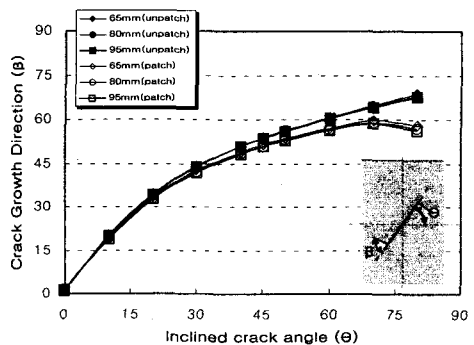


Fig. 8 Prediction of crack growth direction

5. 결 론

본 연구에서는 경사균열을 갖는 stiffener 구조물에 대해 균열을 보수하기 위해 보강판을 부착한 모델에 대해 연구를 하였다. 연구 인자로서 균열 경사각 및 stiffener의 위치에 대해 응력확대계수, 응력확대계수 감소율을 구하였고, 균열 진전 방향 예측을 수행하였다. 보강판과 패널의 효과를 검토하기 위해 보강판의 유무를 고려하여 연구를 진행하였으며, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 보강재를 부착할 경우 균열 경사각이 90° 일 때 모드 I 응력확대계수는 0이 되지 않는다.
- 2) 응력확대계수 감소율은 패널이 없는 구조물의 경우 모드 I 응력확대계수 감소율은 약 0.23 정도이며 모드 II 응력확대계수 감소율은 약 0.35정도 되었다. 이 값은 보강재에 의한 응력확대계수 감소율이며, 패널과 보강판이 같이 있는 경우의 모드 I 및 II의 응력확대계수 감소율은 약 0.4와 0.43 정도 되었다. 따라서, 패널에 의한 균열의 응력확대계수 감소효과는 모드 I의 경우는 약 0.17정도 되며, 모드 II의 경우는 0.08정도 된다.
- 3) 균열 진전 억제효과로써 보강판과 패널은 모두 다 효과적이거나, 패널보다는 보강재의 효과가 좀더 크게 나타남을 알 수 있었다. 그러나 균열 진전에서 모드 I이 중요한 인자가 되므로 패널에 의한 균열 진전 억제효과도 상당함을 알 수 있었다.
- 4) 패널이 균열에 가까울수록 균열진전 억제에 미치는 효과가 더 크게 나타난다.

후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들에게 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Chung, K. H., Yang, W. H. and Cho, M. R., 2000, "Fracture Mechanics Analysis of Cracked Plate Repaired by Composite Patch", *Key Engineering Material*, Vols. 183-187, pp. 43~48.
- (2) 정 기현, 양 원호, 조 명래, 2000, "보강재로 보수된 균열평판의 파괴역학적 해석(I)", 대한기계학회논문집A권, 제24권 제8호, pp. 2000~2006.
- (3) 정 기현, 양 원호, 조 명래, 2000, "보강재로 보수된 균열평판의 파괴역학적 해석(II)", 대한기계학회논문집A권, 제24권 제9호, pp. 2246~2251.
- (4) Grief, R. and Sanders J. L., 1965, "The Effect of a Stringer on the Stress in a Cracked Sheet," *J. Appl. Mech.*, Vol. 32, pp. 59~66.
- (5) Erdogan, F. and Arin, K., 1972, "A Sandwich Plate with a Part Through and a Debonding Crack", *Engng. Frac. Mech.*, Vol. 4, pp. 449~458.
- (6) Sethuraman, R. and Maiti, S. K., 1989, "Determination of Mixed Mode Stress Intensity Factors for a Crack-Stiffened Panel," *Eng. Frac. Mech.*, Vol. 33, No. 3, pp. 355~369.
- (7) Smith R. N. L., 1988, "The Solution of Mixed-mode Fracture Problems Using the Boundary Element Method," *Engng. Anal.*, Vol. 5, pp. 75~80.
- (8) Griffith, A. A., 1921, "The Phenomena of Rapture and Flow in Solids", *Philosophical Transaction of the Royal Society of London*, A221, pp. 163~198.
- (9) Inglis, C. E., 1913, "Stresses in a Plate Due to the Presence of Cracks and Sharp Corners", *Transactions of the Institute of Naval Architects*, 55, pp. 219~241.
- (10) Erdogan, F. and Sih, G. C., 1963, "On the Crack Extension in Plates Under Plane Loading and Transverse Shear", *Jr. of Basic Engng.*, Vol. 85, pp. 519~525.
- (11) Ingraffea, A. R., 1980, "Stress Intensity Factor Computation in Three Dimensions with Quarter Point Element", *Int. Jr of Numer. Math. Engng.*, pp. 1427~1445.
- (12) Young, A., Cartwright, D. J. and Rooke, D. P., 1988, "The Boundary Element Method for Analyzing Repair Patches on Cracked Finite Sheets", *Aeronautical Journal*, Dec., pp. 416~421.
- (13) Young, A., Rooke, D. P. and Cartwright, D. J., 1992, "Analysis of Patched and Stiffened Panels Using the Boundary Element Method", *Int. Jr. of Sold. and Struct.*, Vol. 29, No. 17, pp. 2201~2216.