

# 비대칭 접촉하중에 의한 표면균열 전파거동

김형규\*, 강흥석\*, 윤경호\*, 송기남\*

## Behaviour of edge crack propagation under non-symmetric contact tractions

Hyung-Kyu Kim, Heung-Seok Kang, Kyung-Ho Yoon and Kee-Nam Song

**Key Words :** Non-symmetric contact traction(비 대칭 접촉 트랙션), General contact profile(일반적 접촉부 형상), Internal stress(내부 응력), Edge crack(표면 균열)

### Abstract

Considered is non-symmetric contact traction induced by the tilting of a contact body and/or by a far field bulk tensile load to the other body. The problem is under the regime of plane strain. General profile of the contact end is incorporated and partial slip condition is supposed. As an example contact configuration, an indentation of a punch with rounded corners onto a half plane is studied. The variation of the internal stress field due to the tilting and the bulk tension is investigated. An edge crack problem is analyzed to examine the influence of the non-symmetric traction. It is shown that the tilting of a punch does not influence the behaviour of the crack. Rather, the effect of the bulk tension on the cracking behaviour is found considerable.

### 1. 서론

물체의 손상을 고체역학적으로 분석하는 것은 외력(또는 변위)에 의해 물체 내부에 발생하는 응력장을 구하여 기계 설계에서 사용하는 조건식(예를 들면 Von Mises, Tresca Yield Criterion 또는 ASME Code 등)으로부터 평가하거나 균열을 해석하는 것이라 요약할 수 있다. 이때 외력으로서 물체에 접촉 하중이 작용하는 경우에는 접촉 트랙션(traction)에 의해 물체 내부의 응력이 변하게 되므로 프레팅피로 또는 프레팅마멸 등과 같이 접촉에 기인한 손상을 분석하기 위해서는 접촉 트랙션을 정확하게 계산하는 것이 중요하다. 이때 접촉 트랙션을 구하기 위해 탄성론의 하나인 접촉역학을 이용하게 된다.

접촉 트랙션은 접촉하고 있는 물체의 기계적 성질, 접촉 수직 하중 및 전단 하중 그리고 물체 접촉부의 기하학적 특징에 따라 달라진다. 접촉역학에서 기본적으로 많이 다루는 접촉부의 기하학적 형상으로는 원통(Cylinder), 쐐기(Wedge) 또는

편치(Punch)가 있다. 접촉 수직 하중을 고려할 경우, 원통에 의해서는 헤르쯔 압력(Hertzian Pressure)이 나타나며 쐐기나 편치에 의해서는 각각의 모서리 위치에서 응력 특이(Stress Singularity)가 발생한다.[1,2]. 한편 접촉 트랙션에 의해 접촉 물체 내부의 응력이 결정된다는 것은 접촉 물체(특히 접촉부)의 형상을 변경함으로써 주어진 하중 및 재료적 조건 하에서 접촉에 의한 손상을 억제할 수 있다는 것을 의미한다. 이와 같은 이유로 접촉역학은 물체의 손상을 억제하기 위한 방법을 제안할 수 있는 유용한 도구가 될 수 있다.

접촉 트랙션이 접촉부의 기하학적 특징에 의존한다는 것은 물체가 기울어져 접촉할 경우 기울어지지 않은 경우에 대해 접촉 트랙션이 변하게 된다는 것을 의미한다. 접촉 물체가 기울어 지지 않은 경우에는 접촉 트랙션이 접촉면 중앙을 기준으로 대칭되게 나타나지만 물체가 기울어져 접촉할 때에는 비대칭이 된다. 접촉부의 설계 시에는 접촉 물체가 기울어지지 않은 경우를 고려하는 것이 일반적이다. 그러나 실제의 경우에는 접촉 물체의 제작 또는 조립 시의 공차로 인하여 설계에서 기대하는 것과는 달리 기울어진 상태로 접촉하는 경

\* 한국원자력연구소

우가 많이 발생할 것이다.

한편 어느 한쪽의 접촉 물체에 인장 하중이 작용할 경우는 프래핑피로에서 발견할 수 있다. 이때 접촉면에서의 변위는 접촉 트랙션 만에 의한 변위와 인장 응력에 의한 변위가 중첩되므로 접촉(전단) 트랙션이 비 대칭형으로 변하게 된다. 따라서 비 대칭 접촉 트랙션을 고려하는 것은 실제의 접촉 상태를 고려할 수 있다는 점에서 그 응용 가치가 매우 높다.

본 연구에서는 물체가 기울어져 접촉하는 경우와 접촉 물체에 인장 하중이 작용하는 경우의 부분 미끄럼 문제를 고려하여 접촉면에서 발생하는 비 대칭 트랙션을 구하고 물체 내부의 응력장 및 접촉면 경계에서 성장하는 표면 균열을 해석한 것이다. 이로부터 비 대칭 트랙션이 균열의 진전 거동에 미치는 영향을 고찰하였다.

## 2. 비대칭 접촉 트랙션

### 2.1 물체가 기울어진 상태로 접촉하는 경우

서로 접촉하고 있는 두 개의 탄성체에 수직 하중  $P$  와 전단 하중  $Q$  가 작용하는 평면 접촉문제에서 수직 및 전단 방향의 변위를 각각  $h(x)$ ,  $g(x)$  라 하고 접촉면에서의 수직 및 전단 트랙션을 각각  $p(x)$ ,  $q(x)$ 라 할 때 다음과 같은 지배 방정식이 성립한다[1,2].

$$\frac{E^*}{2} \frac{dh(x)}{dx} = \frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \frac{p(\eta)}{x-\eta} d\eta - \beta q(x), \quad (1)$$

$$\frac{E^*}{2} \frac{dg(x)}{dx} = \frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \frac{q(\eta)}{x-\eta} d\eta + \beta p(x) \quad (2)$$

여기서,  $\pm b$  는 접촉부의 경계를 나타내며  $E^*$  및  $\beta$  는 각각 두 접촉 물체의 상이한 탄성적 성질을 나타내는 복합 탄성 계수 및 Dunders 상수로서 평면 변형률의 경우에 다음과 같이 정의 된다.

$$\frac{1}{E^*} = \frac{(1-\nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1-\nu_2^2)}{E_2} \quad (3)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \left[ \frac{\{(1-2\nu_1)/G_1\} - \{(1-2\nu_2)/G_2\}}{\{(1-\nu_1)/G_1\} + \{(1-\nu_2)/G_2\}} \right] \quad (4)$$

식 (3) 및 (4)에서, 하첨자 1, 2는 서로 다른 두 접촉 물체를 의미하며  $\nu$ 는 프와송 비, 그리고  $G$  는 전단 강성 계수이다. 식 (1)과 (2)에서 변위의 일차 미분을 사용하는 이유는 2 차원 접촉 문제의 경우, 접촉면에서의 탄성 변위는 접촉 물체 내부의 기준점 위치에 의존하기 때문에 절대적인 값으로 명백하게 정의되지 않기 때문이다.

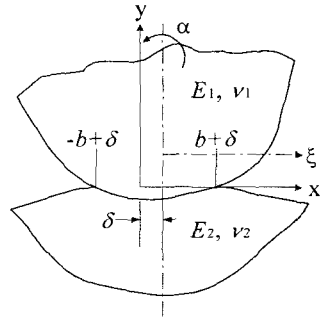


Fig. 1 Tilting of a contacting body.

서로 couple 되어 있는 식 (1) 및 (2)를 풀기 위해 일반적으로 사용하는 방법은 식 (1)의  $p(x)$ 를 다음의 식 (3)에 의해 구하고 나서 식 (2)로부터  $q(x)$ 를 구하는 것으로, 이때의 해가 원래의 couple 된 식으로부터 구한 해와 비교할 때 그 오차가 매우 적기 때문이다[2].

$$\frac{E^*}{2} \frac{dh(x)}{dx} = \frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \frac{p(\eta)}{x-\eta} d\eta. \quad (3)$$

즉, 접촉 물체의 탄성적 성질이 주어졌을 때,  $p(x)$ 를 구하기 위해서는 접촉부의 기하학적 형상( $h(x)$ )을 결정하여야 하며, 함수  $p(x)$ 의 형태는  $h(x)$ 에 완전히 의존함을 알 수 있다.

이제 Fig. 1에 보여 주는 것처럼 함수  $f_1(x)$ 로 표현되는 자유면을 가진 반 무한 평판에 함수  $f_2(x)$ 로 표현되는 접촉부 형상을 갖는 물체가 임의의 각  $\alpha$ 로 기울어져 접촉하고 있는 경우를 고려한다. 이때 두 물체의 접촉부 경계를 기울어 지지 않았을 경우에  $x = \pm b$ 라 하면 기울어진 후에는 접촉부의 중심이  $\delta$ 만큼 이동할 것으로 볼 수 있으므로  $x = \pm b + \delta$ 로 쓸 수 있다. 또, 접촉 물체의 기울어진 양은 식 (3)의  $h(x)$ 에 영향을 미치게 된다. 이제 수직 트랙션  $p(x)$ 를 구하기 위해  $h(x)$ 를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$h(x) = \alpha x + h_0(x) = \alpha x + C - \{f_1(x) - f_2(x)\}, \quad (4)$$

$$\frac{dh(x)}{dx} = h'(x) = \alpha + h'_0(x) = \alpha - \{f'_1(x) - f'_2(x)\}$$

여기서  $C$ 는 접촉 수직 하중에 의해 두 물체가 접근하는 양이다.

접촉물체가 기울어진 후의 접촉부 중앙을 원점으로 하는  $x$  방향으로의 새로운 좌표축  $\xi$ 를 생각하면 접촉부는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$-b \leq x - \delta \equiv \xi \leq b. \quad (5)$$

따라서 식 (3)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{E^*}{2} \frac{dh(\xi + \delta)}{d\xi} = \frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \frac{p(\tau + \delta)}{\xi - \tau} d\tau \quad (6)$$

식 (6)의 해는 다음과 같다.

$$p(\xi + \delta) = -\frac{1}{\pi\sqrt{b^2 - \xi^2}} \left[ P + \frac{E^* \pi}{2} \alpha \xi - \frac{E^*}{2} \int_{-b}^b \frac{h'_o(\tau + \delta) \sqrt{b^2 - \tau^2}}{\tau - \xi} d\tau \right] \quad (7)$$

( $-b \leq \xi \leq b$ )

식 (4)에서 접촉 물체가 갖고 있는 접촉부의 기하학적 형상을 일반화하기 위해  $h_o(x)$ 가  $n$  개의 포물선으로 구성되어 있다고 생각한다면[3]

$$h_o(x) = \sum_{i=1}^n (K_i x + L_i) \quad (8)$$

로 나타낼 수 있으며 이때  $K_i$  및  $L_i$ 는 상수이다.

식 (8)을 식 (7)에 대입하면

$$p(\xi + \delta) = -\frac{1}{\pi\sqrt{b^2 - \xi^2}} \left[ P + \frac{E^* \pi}{2} \alpha \xi - \frac{E^* b}{2} I(\xi) \right] \quad (9)$$

여기서

$$bI(\xi) = \sum_{i=1}^n \int_{x_i - \delta}^{x_{i+1} - \delta} \frac{\{K_i(\tau + \delta) + L_i\} \sqrt{b^2 - \tau^2}}{\tau - \xi} d\tau \quad (10)$$

식 (9)과 (10)에서  $\sin \varphi = \xi/b$ ,  $\sin \psi = \tau/b$ 로 치환하면 다음과 같이 수직 트랙션에 대한 최종 해로 정리할 수 있다[3].

$$\frac{bp(\varphi)}{P} = -\frac{1}{\pi \cos \varphi} \left[ 1 + \frac{E^* b}{2P} \{ \alpha \pi \sin \varphi - I(\varphi) \} \right] \quad (11)$$

$$I(\varphi) = \frac{b}{2} \sum_{i=1}^n K_i \left( \Delta \varphi_i + \frac{\Delta \sin 2\varphi_i}{2} \right) + \sum_{i=1}^n \{ K_i (b \sin \varphi + \delta) + L_i \} \times \left[ \Delta \cos \varphi_i - \Delta \varphi_i \sin \varphi + \cos \varphi \ln \left| \frac{\cos((\varphi + \varphi_i)/2) \sin((\varphi - \varphi_{i+1})/2)}{\cos((\varphi + \varphi_{i+1})/2) \sin((\varphi - \varphi_i)/2)} \right| \right] \quad (12)$$

여기서  $\Delta \varphi_i \equiv \varphi_{i+1} - \varphi_i$ ,  $\Delta \cos \varphi_i \equiv \cos \varphi_{i+1} - \cos \varphi_i$

$$\Delta \sin 2\varphi_i \equiv \sin 2\varphi_{i+1} - \sin 2\varphi_i.$$

한편,  $\sin \varphi_i = \xi_i/b = (x_i - \delta)/b$ 가 되므로  $\varphi_i = -\pi/2$ , 그리고  $\varphi_{n+1} = \pi/2$  이 된다. 그리고 접촉부가 이동한 양  $\delta$ 는 접촉부 경계에서의 응력이 0 이 되어야 하는 조건으로부터 다음의 수식을 이용하여 구할 수 있다.

$$\alpha \pi - b \sum_{i=1}^n K_i \Delta \cos \varphi_i + \sum_{i=1}^n L_i \Delta \varphi_i + \delta \sum_{i=1}^n K_i \Delta \varphi_i = 0 \quad (13)$$

## 2.2 인장 하중의 영향

어느 한쪽의 접촉 물체에 접촉면에 평행한 방향으로 인장 하중  $T$  가 작용하면 접촉 전단 하중  $Q$  에 의한 접촉면에서의 전단 트랙션  $q(x)$ 로부터 발생하는 전단 방향의 탄성 변위  $w(x)$  에,  $T$  에 의한 변위  $v(x)$  를 고려하여야 한다. 한쪽의 접촉 물체에 인장 하중이 작용하는 문제의 실제 예로서 프래팅 피로(fretting fatigue)를 받는 기계 구조물을 생각할 수 있다.

본 절에서는 균열의 성장이 최대 인장 피로 하중에서 발생한다고 가정하고 이때의 인장 하중이 작용할 때 전단 트랙션의 변화를 관찰하고자 하였다. 이와 같은 문제는 접촉부 형상이 원통형인 헤르쯔 접촉일 때 perturbation 에 의해 그 해가 구해진 적이 있다[4]. 그러나 본 연구에서 다루고 있는 것과 같이 접촉부의 형상이 일반화되어 수직 트랙션의 함수 형태가 복잡한 경우에는 이 방법을 사용할 경우 매우 복잡한 계산이 필요하다. 따라서 본 연구에서는 이미 개발된 수치해석 방법[5]을 이용하였다.

사용한 수치해석 방법을 간략히 설명하면 다음과 같다. 우선 접촉면을  $S$  개의 구간으로 나누어 한 개 구간의 거리를  $d$  라 할 때, 접촉면 전체에 밀변의 길이가  $2d$  이고 높이가  $q(x)$ 인  $(S - 1)$  개의 이등변 삼각형 전단 트랙션 요소를 분포시킬 수 있다. 이후 각각의 트랙션 요소에 의한 전단 변위를 계산하고 이를 전단 하중이 작용할 때 접촉 물체에 발생하는 강체 변위와의 차를 구하면 접촉면이 분할된  $(S - 1)$  개의 지점(즉 collocation point)에서의 상대 미끄럼 변위를 구할 수 있다. 이제 미끄럼 영역과 고착 영역에서의 상대 미끄럼 변위에 대한 조건이 만족되도록 반복 계산을 수행하여 수렴하는  $q(x)$ 를 각 collocation point 에서 구하면 최종  $q(x)$ 의 해가 piecewise linear 한 형태로 얻어질 수 있다.

한쪽의 접촉 물체에 인장 하중  $T$  가 작용하는 경우를 기존의 수치해석 방법에 포함하기 위해서 인장 하중에 의한 물체 내의 인장 응력을  $\sigma$ 라 하면 평면 변형을 상태에서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$t(x) = \int_{\text{contact}} \varepsilon_{xx} dx = \varepsilon_{xx} \cdot x = \frac{\sigma(1-\nu^2)}{E} \cdot x \quad (14)$$

여기서  $E$  와  $\nu$  는  $T$  가 작용하는 접촉 물체의 탄성 계수와 프와송 비이다. 즉, 인장 하중에 의한 접촉면에서의 전단 방향 변위  $t(x)$  는  $x$  의 일차 함수 형태가 되며 각 collocation point 에서의 상대 미끄럼 변위는  $(g(x) + t(x))$  와 전단 방향의 강체 변위와의 차이가 된다.

### 2.3 내부 응력 및 표면 균열해석

접촉면에서의 트랙션을 구하면 물체 내부의 응력  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  및  $\tau_{xy}$  는 Flamant 포텐셜[2]의 2계 미분으로부터 구할 수 있으며 또한 내부 응력으로부터 물체 내부의 변형률 에너지 밀도(Strain Energy Density)를 구할 수 있다[6].

한편 프레팅 피로 균열과 같이 접촉 상태에서 발생하는 균열은 접촉부 경계에서 발생하는 경우가 많다. 이때 균열은 접촉 트랙션의 영향에 의해 대부분 물체 내부로 경사지게 진행된다. 내부 응력에 미치는 트랙션의 영향은 물체 내부로 들어갈수록 급격히 감소하며 피로 하중의 영향이 우세하기 시작할 때부터 균열은 피로 하중에 수직인 방향(모우드 I)으로 전진하게 된다. 본 연구에서 고려하고 있는  $x$  방향으로의 접촉 전단 하중이 작용하는 경우 접촉면에서 발생하는 표면 균열 문제는 모우드 I 과 II 가 중첩된 문제이며, 만일 면외 방향으로의 전단 하중이 작용할 경우에는 모우드 III 가 고려되어야 한다.

접촉 트랙션으로부터 내부 응력을 구하는 과정과 접촉면으로부터 경사지게 성장하는 표면 균열을 전위 밀도 함수법으로 해석하는 과정은 앞서 발표된 결과[7]를 참고할 수 있으므로 여기서는 각각의 방법에 대한 상세한 설명은 생략하였으며 3 장의 예제 해석으로부터 결과만 토의하였다.

## 3. 예제 해석

### 3.1 기울어진 라운딩 펀치에 의한 트랙션

접촉부의 형상이 일반적이며 기울어진 경우에 대한 예로서 Fig. 2 에서 나타낸 것과 같이 양단 모서리가 반지름  $R$  로 라운딩 되어 있고 중앙에 평탄부 ( $-a \leq x \leq a$ )를 갖는 펀치가 반 무한 평판에 접촉하며  $\alpha$ 만큼 기울어진 문제를 해석하였다. 이때 접촉부는  $-b \leq x \leq b$ 이며  $x = \pm b$  는 펀치의 라운딩 부분에 존재한다. 또 Fig. 2 에는 접촉 트랙션을 구한 후 균열 문제를 다루기 위해 접촉부 경계로부터 성장하는, 길이  $l$  의 균열과 인장 하중에 의한 균일 응력  $\sigma$  가 반 무한 평판에 작용하는 경우를 함께 표시하였다.

Fig. 2 에서의 접촉부 형상을 식 (4)와 같이 정

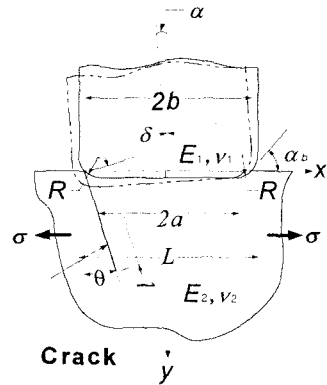


Fig. 2 Configuration of example problem.

의할 때  $h'_0(x)$ 는 다음과 같다.

$$h'_0(x) = \begin{cases} -(a+x)/R, & -b \leq x \leq -a \\ 0, & -a \leq x \leq a \\ -(x-a)/R, & a \leq x \leq b. \end{cases} \quad (15)$$

따라서 식 (8)에서  $n=3$  이 되며, 식 (12)에서  $\varphi_1 = -\pi/2, \varphi_4 = \pi/2$  그리고  $\varphi_2$  및  $\varphi_3$  는 다음과 같다.

$$\varphi_2 = \sin^{-1}(\xi_2/b) = \sin^{-1}((x_2 - \delta)/b), \quad (16)$$

$$\varphi_3 = \sin^{-1}(\xi_3/b) = \sin^{-1}((x_3 - \delta)/b) \quad (17)$$

여기서  $x_2 = -a, x_3 = a$  가 된다. 또한 식 (8)에서

$$K_1 = K_3 = -1/R, K_2 = 0, L_1 = -L_3 = -a/R, L_2 = 0. \quad (18)$$

이제 펀치가 기울어진 각  $\alpha$  를 기울어 지지 않았을 때의 접촉부 경계에서의 접선 각도  $\alpha_b$  ( $\alpha_b = \sin^{-1}((b-a)/R)$ )로 무차원화 하여  $\alpha/\alpha_b$  를 펀치가 기울어진 정도를 나타내는 변수로 이용한다. 이때,  $\alpha_b$  는 모서리 반지름  $R$  과 수직 하중  $P$  에 의존한다. 그러므로 펀치의 형상과 접촉 하중조건이 제시되면  $\alpha_b$  는 하나의 값으로 정의될 수 있고 이를  $\alpha$  의 무차원화를 위한 값으로 사용할 수 있다. 한편  $\alpha$  값은  $h'_0(x)$  가 정의될 수 있는 범위 내에서 가능하다. 만일 기울어진 양이 과다하여 접촉부 경계의 한쪽이 모서리의 라운딩 부위를 넘게 되거나 그 반대로 평탄부에 존재하게 될 경우에는  $h'_0(x)$  가 식 (15)로 정의될 수 없으며 식 (13)에서  $\delta$  가 실수 해로 구해지지 않게 되므로 쉽게 판단할 수 있다.

Fig. 3 은  $a/b = 0.5$  인 펀치가  $\alpha/\alpha_b = 0 \sim 0.5$  로 기울어져 접촉하는 경우  $p(x)$  의 변화를 나타낸 것이다. 펀치가 기울어지는 경우 수직 트랙션의 최대 값이 나타나는 위치가 접촉면의 안쪽으로 이동하는 것을 볼 수 있으며 수직 하중의 크기가 일정하게 보존되기 위하여 최대 수직 트랙션의 크기가

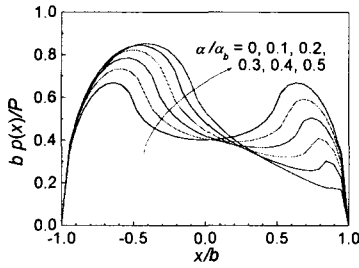


Fig. 3 Variation of normal traction according to tilting of the punch ( $a/b = 0.5$ ).

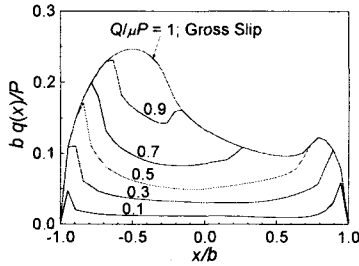


Fig. 4 Variation of shear traction with tilted punch ( $a/b = 0.5$ ,  $\alpha/\alpha_b = 0.3$ ).

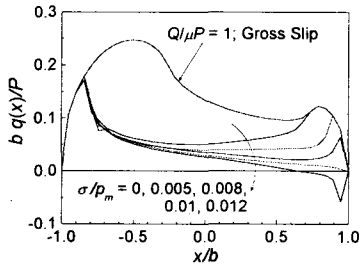


Fig. 5 Variation of shear traction affected by tilting and bulk tension ( $a/b = 0.5$ ,  $\alpha/\alpha_b = 0.3$ ,  $Q/\mu P = 0.5$ ).

기울어 지지 않은 경우에 비해 상승하고 있음을 알 수 있다. Fig. 3 으로부터 물체가 기울어져 접촉하게 되면 수직 트랙션이 접촉부 중앙을 기준으로 비 대칭이 되는 것을 알 수 있다.

접촉 수직 트랙션  $p(x)$ 로부터 부분 미끄럼 상태의 전단 트랙션  $q(x)$ 를 수치해석 방법[5]으로 구한 결과가 Fig. 4 에 나타나 있다. Fig. 4 는 펀치의 형상으로서  $a/b = 0.5$ , 기울어진 정도가  $\alpha/\alpha_b = 0.3$  인 경우  $Q/\mu P = 0.1$  에서 0.9 로 증가할 때  $q(x)$ 의 변화를 보여 주고 있다. 한편  $Q = \mu P$  가 되는 전 미끄럼 상태에서의 전단 트랙션을 함께 나타내어 부분 미끄럼 상태일 때의 미끄럼 영역( $q(x) = \mu p(x)$ )과 고착 영역( $q(x) \leq \mu p(x)$ )을 알 수 있도록 하였다.

전단 하중  $Q$ 가 증가할 때 물체가 기울어진 방향의 반대쪽에서 미끄럼 영역이 더 크게 증가하는 것을 볼 수 있다. 미끄럼 영역은 접촉면에서 마멸이 발생하는 곳이므로 전단 하중의 증가와 함께 마멸의 발생 부위가 넓어지게 되며, 특히 물체가 기울어져 접촉하는 경우 기울어짐에 의해 물체가 들려지는 쪽에서 마멸 영역이 크게 나타날 것으로 예상할 수 있다.

### 3.2 인장 하중이 작용하는 경우

두 물체가 접촉하고 있는 상태에서 어느 한쪽의 물체에 인장 하중이 작용하는 경우를 생각해 본다. 헤르쯔 압력이 작용하는 물체에 인장 하중이 걸릴 때의 전단 트랙션은 인장 하중의 크기가 작을 경우(즉  $\sigma/\mu p_0 \leq 4(1 - \sqrt{1 - Q/\mu P})$ )일 때, 여기서  $\sigma$ 는 인장 응력,  $p_0 = 2P/\pi b$  로서 헤르쯔 압력의 최대값, 인장 하중이 없는 경우의 Mindlin-Cattaneo의 해에서 고착 영역의 중심이 이동되는 현상만 발생하고 인장 하중이 커지면 접촉부의 한쪽 경계(leading edge 쪽)에 반대 방향의 전단 트랙션이 발생한다고 알려져 있다[4].

본 예제에서의 결과는 Fig. 5 에 보여 주는 것과 같으며, 이때 인장 하중의 변화량으로서 인장 응력  $\sigma/p_m = 0.5, 0.8, 1, 1.2\%$ 로 하였으며  $a/b = 0.5$ ,  $\alpha/\alpha_b = 0.3$  인 경우를 고려하였다. 이때  $p_m$ 은 접촉면에서의 평균 응력으로서  $p_m = P/(2b)$ 로 정의 하였다. Fig. 5 로부터 물체가 기울어짐에 의해 나타난 전단 트랙션의 비 대칭 정도가 인장 하중이 증가함에 따라 증가함을 확인할 수 있다. 또한 인장 하중이 증가할 경우 한쪽의 접촉 경계에서( $x/b = 1$ ) 전단 트랙션이 점점 줄어들며,  $\sigma/p_m = 1.2\%$ 가 될 때에는 반대 방향의 미끄럼이 발생하는 것을 볼 수 있다. 이것은 수직 트랙션이 헤르쯔 압력인 경우[4]와 유사한 결과이다.

### 3.3 내부 응력

Fig. 6 및 Fig. 7 에는 각각  $a/b = 0.5$ ,  $\alpha/\alpha_b = 0.3$  일 때 인장 하중이 작용하지 않는 경우와  $\sigma/p_m = 1\%$ 의 인장 하중이 작용하는 경우에 대한 내부 응력을  $p_m$ 으로 정규화한 값을 보여 주고 있다. 이때 횡축은 균열 해석을 위해 균열 시작점인 접촉면 경계를 원점으로 하였으며 따라서 접촉부 전체가  $0 \leq (x/b + 1)/2 \leq 1$ 이 되도록 정규화하였다.

Fig. 6 으로부터 펀치가 기울어져 접촉함에 따라  $\sigma_{xx}$ 와  $\sigma_{yy}$ 가 기울어진 방향으로 치우치게 되는 현상을 볼 수 있다. 한편 인장 하중이 더하여진 경우를 보면(Fig. 7), 응력의 분포 형태는 인장 하중이 작용하지 않았을 때에 비해 거의 차이가 나지 않으나 응력 값들이 상승하는 것을 볼 수 있다. 특히 인장 하중의 방향인  $\sigma_{xx}$ 의 증가가 뚜렷이 나타남을 알 수 있다. 이와 같은 비 대칭형의 트랙션에 의한 응력의 변화는 물체 내에 균열이 존재할 경우 그 진전 거동에 영향을 미치게 된다.

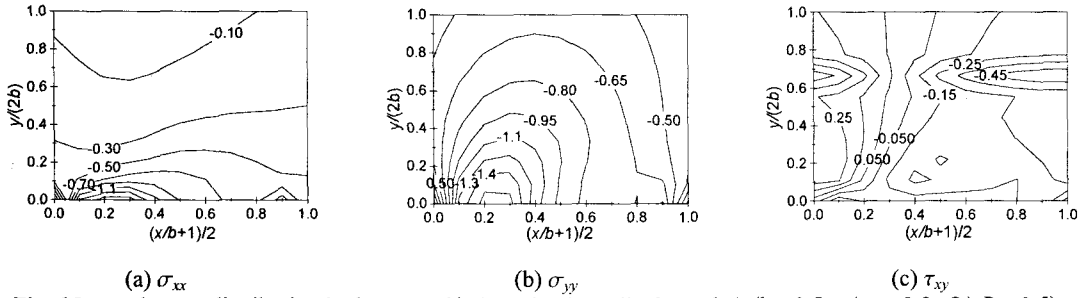


Fig. 6 Internal stress distribution in the case of indentation by a tilted punch ( $a/b = 0.5$ ,  $\alpha/\alpha_b = 0.3$ ,  $Q/\mu P = 0.5$ ).

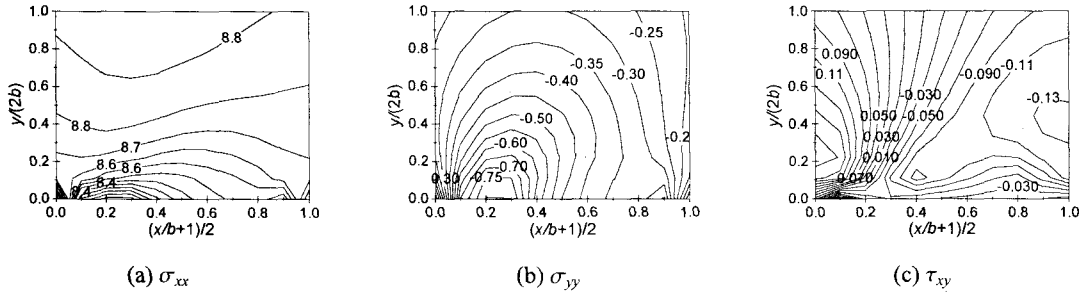
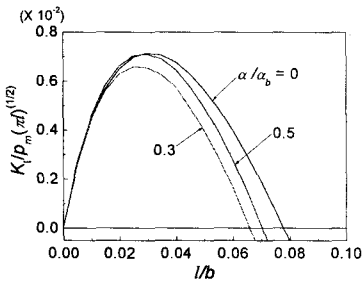
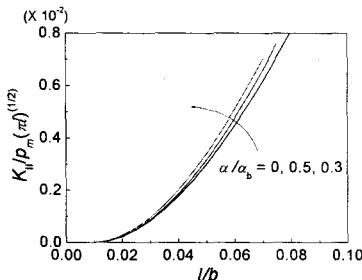


Fig. 7 Internal stress distribution in the case of indentation by a tilted punch and far field bulk tension ( $a/b = 0.5$ ,  $\alpha/\alpha_b = 0.3$ ,  $Q/\mu P = 0.5$ ,  $\sigma/p_m = 0.01$ ).



(a)  $K_I$



(b)  $K_{II}$

Fig. 8 Variation of stress intensity factors incorporating tilting ( $a/b = 0.5$ ,  $Q/\mu P = 0.5$ ,  $\theta = 0^\circ$ ).

#### 3.4 표면 균열의 전파 거동 해석

Fig. 6 과 Fig. 7 의 접촉 트래션 및 인장 응력 상태에서 Fig. 2 에서 나타낸 접촉부 경계에서 성장하는 표면 균열을 해석하여 보았다. 일반적인 경우로서 균열이 접촉면에 수직인 방향으로부터 각  $\theta$ 만큼 경사진 경우를 고려할 수 있으나 여기서는  $\theta = 0^\circ$ 인 수직 균열에 대해서만 해석하였다.

Fig. 8 은  $a/b = 0.5$  이고  $\alpha/\alpha_b = 0, 0.3, 0.5$  로 기울어진 경우에, 균열이 성장함에 따른 응력확대계수의 변화를 보여 주는 것으로  $K_I$  은 균열 성장의 초기에 증가하다가 최대값을 가진 후 감소하여 균열이 닫히며( $K_I < 0$ )  $K_{II}$  는 계속 증가하는 것을 알 수 있다. 이것은 접촉 트래션만이 작용할 때 발생하는 일반적인 현상으로 물체가 기울어져 접촉하는 것이 응력확대계수 변화의 거동에는 영향을 미치지 않는다는 것을 의미한다. 한편, 물체가 기울어지지 않은 경우에 비해 기울어져 접촉할 때에  $K_I$  은 감소하며  $K_{II}$  는 증가한다는 것을 알 수 있다. 그러나  $\alpha/\alpha_b = 0.3$  일 때의  $K_I$  이  $\alpha/\alpha_b = 0.5$  일 때의  $K_I$  에 비해 더 작고  $K_{II}$  는 더 크게 나타난 결과로부터  $K_I$  의 감소(또는  $K_{II}$  의 증가)는 기울어진 정도에 비해하지는 않는다는 것을 알 수 있다.

Fig. 8 에서 주어진 조건에 더하여 인장 하중으로서  $\sigma/p_m = 1\%$  가 가해진 경우의 응력확대계수를 Fig. 8 과 비교한 것을 Fig. 9 에 나타내었다. 인장 하중이 가해질 경우  $K_{II}$  에는 거의 변화가 없으나  $K_I$  에는 큰 변화가 발생하는 것을 볼 수 있다. 즉,

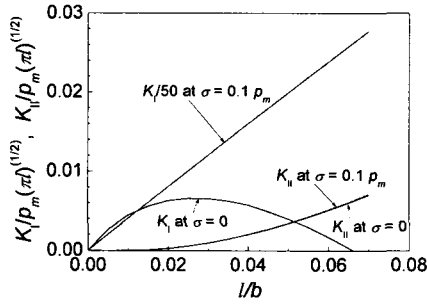


Fig. 9 The effect of bulk tension on  $K_I$  and  $K_{II}$  ( $a/b = 0.5$ ,  $Q/\mu P = 0.5$ ,  $\alpha/\alpha_b = 0.3$ ,  $\theta = 0^\circ$ ).

$K_I$ 의 값이 크게 상승할 뿐 아니라 균열 길이가 증가함에 따라  $K_I$ 이 계속 증가함을 알 수 있어 인장 하중이 가해질 경우에는 균열의 닫힘이 발생하지 않는 것으로 생각할 수 있다. 그러나 이것은 인장 하중의 크기에 따라 달라질 것으로 생각된다. 즉, 균열의 진전 거동은 접촉 트랙션에 의해 영향을 받는 내부응력과 인장 응력의 조합에 의해 영향을 받으므로 인장 응력의 영향이 접촉 트랙션에 의한 영향보다 작을 경우에는 Fig. 8에서 보여주는 균열의 거동이 발생할 수 있을 것이다.

본 논문에서는  $\theta \neq 0^\circ$ 일 경우에 대해 해석하지는 않은 이유는 앞선 연구결과[7]로부터 균열의 경사각( $\theta$ )이 증가함에 따른 영향은 단지 균열 닫힘이 더 빨리 일어나고  $K_I$ 이 감소하며  $K_{II}$ 는 증가하는 일관된 경향을 보이므로 Fig. 8 및 9에 나타난 결과로부터  $\theta \neq 0^\circ$ 인 경우를 예측할 수 있기 때문이다.

#### 4. 결론

물체가 기울어진 상태로 접촉하거나 어느 한쪽의 접촉 물체에 인장 하중이 작용할 때 발생하는 비 대칭 접촉 트랙션을 접촉부가 일반적인 형상을 갖는 경우에 대해 구하였다. 이때 수직 트랙션은 알려진 해를 이용하였으며 부분 미끄럼 상태에서의 전단 트랙션은 수치 해석으로부터 계산하였다. 이때 물체가 기울어져 접촉하는 경우 수직 트랙션이 비 대칭형이 되며 이에 따라 전단 트랙션이 비 대칭형으로 됨을 알 수 있었으며, 인장 하중이 작용하는 경우에는 물체가 기울어져 접촉하지 않는 경우에도 전단 트랙션이 비 대칭형으로 나타나게 된다는 것을 알 수 있었다.

양단이 라운딩된 편차가 기울어진 상태로 무한 평판에 접촉하는 경우를 예제로 해석하였을 때, 물체가 기울어져 접촉하면 내부 응력장이 기울어진 방향으로 치우치게 되고, 여기에 인장 하중이 부가적으로 작용하게 되면 응력장의 형태는

거의 변하지 않으나 인장 하중 방향의 응력 값이 크게 증가하게 됨을 확인할 수 있었다.

프레팅피로에서 대부분 발견되는 접촉부 경계에서의 균열 성장을 해석한 결과 접촉 트랙션만에 의해서는 물체가 기울어진 현상이 균열전파 거동에 미치는 영향은 거의 없어 균열 길이의 성장에 따라  $K_I$ 은 증가 후 감소하고  $K_{II}$ 는 계속 증가하였다. 그러나 인장 하중이 작용할 때에는  $K_{II}$ 의 변화는 거의 없으나  $K_I$ 은 인장 방향으로의 내부 응력이 증가하므로 값이 크게 증가하였으며 균열 길이의 증가에 따라 지속적으로 증가하였다. 따라서 피로를 받는 접촉 물체의 최종 파단은 인장 하중에 의해 발생함을 알 수 있다.

#### 후 기

본 연구는 과학기술부의 원자력 연구개발 사업의 일환으로 수행되었음.

#### 참고문헌

- (1) Hills, D. A., Nowell, D and Sackfield, A., 1993, *Mechanics of Elastic Contacts*, Butterworth-Heinemann Ltd. Oxford, UK.
- (2) Johnson, K.L., 1989, *Contact Mechanics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK.
- (3) Ciavarella, M. and Demelio G., 1999, "On Non-symmetrical Plane Contacts," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 41, No. 12, pp. 1533~1550.
- (4) Nowell, D. Hills, D.A., 1987, "Mechanics of Fretting Fatigue Tests," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 29, No. 5, pp. 355~365.
- (5) Kim, H.-K., Hills, D.A. and Nowell, D., 2000, "Partial Slip between Contacting Cylinders under Transverse and Axial Shear," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 42, No. 2, pp. 199~212.
- (6) Kim, H.-K. and Lee, S.-B., 2000, "Influence of Indenter Geometry on Half-plane with Edge Crack subjected to Fretting Condition," *Theo. Appl. Fract. Mech.*, submitted.
- (7) 김형규, 정연호, 2000, "라운딩편차에 의한 프레팅 상태에서의 균열 해석," 대한기계학회논문집 A 권, 제 24 권, 제 6 호, pp. 1565~1574.