

병렬계산에 의한 비축대칭 3차원 스핀업 유동해석

박재현* · 최윤환** · 서용권***

Analysis of Three-dimensional Nonaxisymmetric Spin-up by Using Parallel Computation

Jae-Hyoun Park, Yoon-Hwan Choi and Yong-Kweon Suh

Key Words: spin-up(스핀업), three-dimensional analysis(3차원 해석), parallel computation (병렬계산), PC-cluster(PC클러스터)

Abstract

In this study, spin-up flows in a rectangular container are analysed by using three-dimensional computation. In the numerical computation, we use the parallel computer system of PC-cluster type. We compared our results with those obtained by two-dimensional computation. Effect of velocity and vorticity on the flow is studied. The result shows that two-dimensional solution is in good agreement with the 3-D result. Attention is given to the region where the 3-D flow is significant.

1. 서론

스핀업(spin-up)이란 유체를 담고 있는 용기가 정지 혹은 강체 회전(solid-body rotation) 상태에서 갑자기 회전속도가 증가하는 것을 의미한다. 이러한 유동 현상은 산업 현장에서 흔히 관찰할 수 있다. 예를 들면, 폐수의 생물학적 처리에 사용되는 회전반응기(rotating reactor vessel)와 유체기계 그리고 원심분리기 등에서 이러한 유동 현상을 찾아볼 수 있으며, 지구물리학, 천체물리학 그리고 기상학에서는 중요한 현상으로 다루어진다.

지금까지 스핀업에 관한 연구들은 대부분이 축대칭, 2차원 해석이다. 우선, 비축대칭에 관한 연

구를 보면, van Heijst 등⁽¹⁾이 실험을 통하여 직사각형 용기에 생성되는 셀의 개수가 종횡비와 극히 작은 섭동(또는 교란)에 의해 바뀌어 질 수 있다는 것을 밝혀냈다. 또한 van Heijst 등⁽²⁾은 직사각형 용기 바닥에 경사를 주고 이에 따른 자유표면에서의 보텍스(vortex)의 거동과 결합(merging)을 연구한 바 있다. 그리고 서⁽³⁾와 Suh⁽⁴⁾는 직사각형 용기의 종횡비(aspect ratio)에 따른 용기 내의 셀 형성 메커니즘을 수치해석으로 연구하였다. 또한 최근에는 Henderson 등⁽⁵⁾이 직사각형의 종횡비와 레이놀즈 수를 파라미터로 하여 용기 좌우 모서리에서 발생한 반시계 방향(cyclonic) 보텍스 간의 결합 여부를 조사하였으며 최와 서⁽⁶⁾, 최등⁽⁷⁾은 에크만 분출모델(Ekman pumping models)을 사용하여 직사각형 용기의 수심과 레이놀즈 수의 변화에 따른 자유표면에서의 보텍스 거동과 결합을 연구한 바 있다.

본 연구는 종횡비가 2인 직사각형 용기 내의 스핀업 유동을 PC-cluster형 병렬컴퓨터를 이용

* 동아대학교 대학원 기계공학과

** 동아대학교 생산기술연구소

*** 회원, 동아대학교 기계공학과

E-mail : yksuh@mail.donga.ac.kr

TEL : (051)200-7648, FAX : (051)200-7656

하여 3차원 수치해석하고, 최와 서⁽⁶⁾, 최등⁽⁷⁾에 의해서 제안된 1차 수정(first order) 에크만 분출모델의 타당성을 수치해석적으로 검증하는데 1차적 목표를 두고 있다. 그리고 추후 높은 로스비 수(Rossby number)의 경우에 대한 보다 나은 분출모델의 개발을 위해 기초 데이터를 확보하는데 두 번째 목표를 두고 있다.

2. 유동모델과 지배방정식

Fig. 1은 본 연구에서 사용된 모델과 좌표계를 나타낸다. 여기서 L 은 용기의 세로방향 길이, a 는 종횡비, H 는 수심($= 1.2L$), aL 은 가로방향 길이이다.

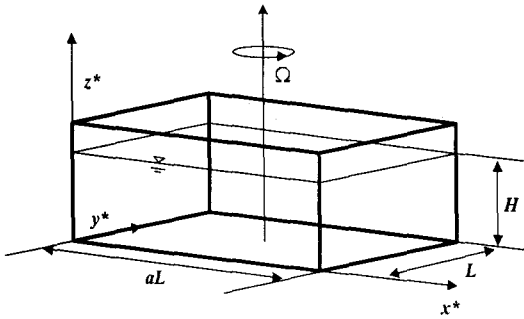


Fig. 1 Schematic diagram of the model basin

본 연구에서 a 는 2이며 용기의 중앙지점 즉, $x^* = aL/2$, $y^* = L/2$ 인 지점을 축으로 회전한다. 동점성 계수 ν 인 유체가 담긴 직사각형 용기가 바탕 각속도 Ω_s 로 강제 운동을 하는 상태에서 갑자기 $\Delta\Omega$ 를 더한 각속도 Ω_0 로 회전하는 경우에 용기 내에 형성되는 스피럴 유동을 대상으로 한다.

속도를 $L\Delta\Omega$ 로, 시간을 $T=1/\Delta\Omega$ 로, 그리고 길이를 L 로 무차원화한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - 2 \left\{ \frac{1}{\varepsilon} + f \right\} v = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial b}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + y \frac{df}{dt} \quad (1a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + 2 \left\{ \frac{1}{\varepsilon} + f \right\} u = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial b}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - x \frac{df}{dt} \quad (1b)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial b}{\partial z} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (1c)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

여기서 t 는 무차원 시간, x , y 는 용기와 같이 회전하는 무차원 좌표계를 나타낸다. 그리고 f 는 용기의 각속도를 최종 각속도에 대해 무차원화한 것이며 다음과 같이 정의된다.

$$f = \begin{cases} -\frac{1}{2}(1 + \cos \omega t) & \text{for } 0 \leq t \leq \pi/\omega \\ 0 & \text{for } t \geq \pi/\omega \end{cases} \quad (3)$$

각속도의 변동은 $\cos \omega t$ 에 의하여 완만한 기울기를 가지며 변화한다. 이는 용기의 회전각속도가 급격하게 변화함으로써 자유표면이 급격하게 변동되는 것을 막기 위함이다.

식 (1a), (1b), (1c) 와 (3) 에서 사용된 무차원 변수는 다음과 같다.

$$\varepsilon = \frac{\Delta\Omega}{\Omega_0}, \quad Re = \frac{L^2 \Delta\Omega}{\nu}, \quad \omega = \frac{\omega^*}{\Omega_0} \quad (4)$$

여기서, ε 은 로스비 수이며, ω^* 는 용기의 최초의 각속도(Ω_s)에서 최종 각속도(Ω_0)로 이전되는 동안의 변화를 나타내는 각속도로서 유차원이다. 용기의 회전 각속도 변화는 실제로 π/ω^* 의 시간만에 종료된다.

x 방향과 y 방향의 와도(vorticity)성분 ζ_1 , ζ_2 및 그 절댓값 ζ_{12} 은 다음과 같다.

$$\zeta_1 = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \zeta_2 = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \quad (5)$$

$$\zeta_{12} = \sqrt{\zeta_1^2 + \zeta_2^2} \quad (6)$$

3. 수치해석

Table 1 은 본 연구에서 설정한 레이놀즈 수와 수심, 수치해석시에 사용한 격자계를 나타낸다.

Table 1 Number of grids for each computational case

a	h	Re	$I \times J \times K$
2	1.2	7360	202 × 102 × 122
2	1.2	11780	202 × 102 × 122

일반적으로 Re 수가 증가할수록 격자계가 증가해야 하지만 본 연구에서는 서로 다른 Re 경우에 동일한 격자계를 사용하였다. Re=11780의 경우에 대해서 위의 경우보다 큰 격자계(302 × 152 × 182)를 사용했을 때의 결과와 같음을 확인하였다.

지배방정식을 공간에 대해서는 중심차분으로 차분화하였고, 시간에 대해서는 오일러(Euler)법으로 처리하였으며, 압력항은 수렴의 가속을 위한 전처리로 D-ILU법을 사용한 PCGM(pre-conditioned conjugate gradient method)을 사용하여 해를 구하였다. 이 방법을 사용한 이유는 병렬계산에 유리하기 때문이다.

속도경계조건은 각 벽면에 대해서 점착조건과 비침투조건을, 자유표면(무차원수심 $h=H/L$ 에 대한 $z=h$ 인 면)에 대해서는 무전단력조건을 사용하였다. 압력경계조건은 Neumann 경계조건을 사용하였다.

본 연구에서 수치해석은 병렬컴퓨터를 이용하여 수행하였다. 사용된 병렬컴퓨터는 AMD Athlon 600MHz CPU를 장착한 PC 32대를 연결한 PC-cluster이며 Fig. 2 는 병렬컴퓨터의 PE(processing element)의 영역별 배치를 나타낸 것이다.

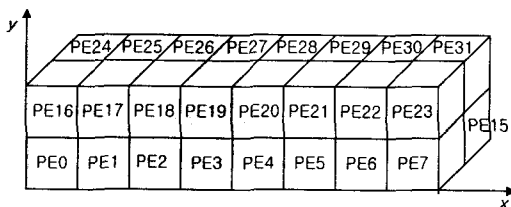


Fig. 2 Schematic of domain decomposition

전체 계산영역을 x 방향으로 8개, y 방향으로 2개, z 방향으로 2개의 작은 영역으로 분할하여 각 PE가 해당 영역을 계산하도록 하였으며 영역과 영역사이의 경계부분에서는 각 PE간의 네트워크를 통한 데이터 전송이 이루어진다. Fig.3 은 데이터 전송의 방법을 x 방향을 예로서 나타낸 것이다. PE1이 계산한 $i=imax-1$ 의 데이터를 PE2의 $i=1$ 로 전송하며 동시에 PE2에서 계산한 $i=2$ 의 데이터를 PE1의 $i=imax$ 의 데이터로 전송한다.

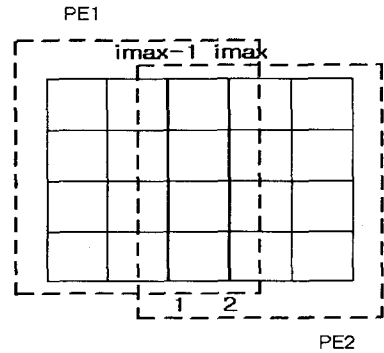


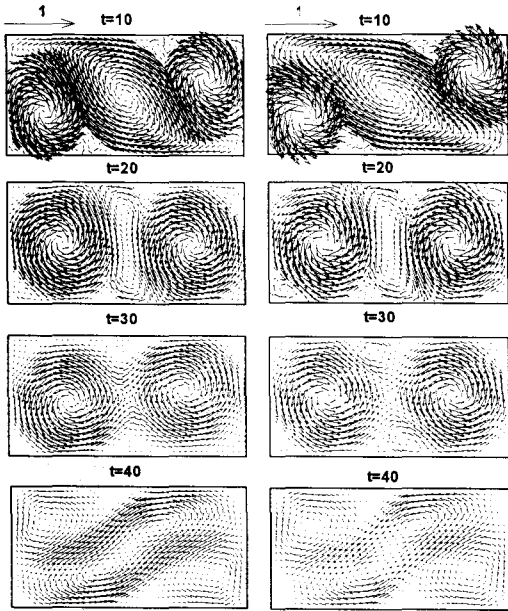
Fig. 3 Grid structure for the numerical calculation

4. 결과 및 검토

4.1 에크만 분출모델을 사용한 2차원 수치해석 결과와 3차원 수치해석결과의 비교

Fig. 4는 Re=73620, $\epsilon=0.625$ 에 대해 자유표면 유동을 2차원 수치해석결과와 3차원 수치해석 결과를 시간의 변화에 대해 비교한 것이다. 이미 선행 연구된 1차수정 에크만 분출모델을 사용한 2차원 자유표면에 대한 수치해석이 실험과 잘 일치함이 밝혀졌으므로 위의 결과를 통해서 3차원 수치해석과 실험결과가 잘 일치함을 알 수 있다.

Fig. 5는 Re=7360, $\epsilon=0.625$ 의 경우에 대해서 $z=h/2$ 지점에서의 $x-y$ 단면을, Fig. 6 은 $y=3/4$ 지점에서의 $x-z$ 단면을, Fig. 7은 $x=3a/4$ 지점에서의 $y-z$ 단면을 시간의 변화에 대해서 나타낸 것이다.



(a) 2-D Numerical result (b) 3-D Numerical result
 Fig. 4 Velocity vector plots at $t=10, \dots, 50$
 for $Re=7360$, $\epsilon=0.625$

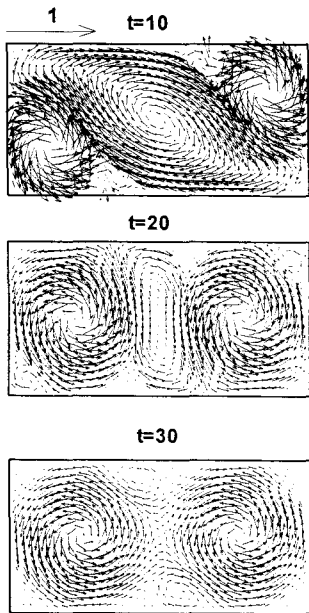


Fig. 5 x - y plane velocity vector plots at $z = h/2$
 for $Re=7360$, $\epsilon=0.625$

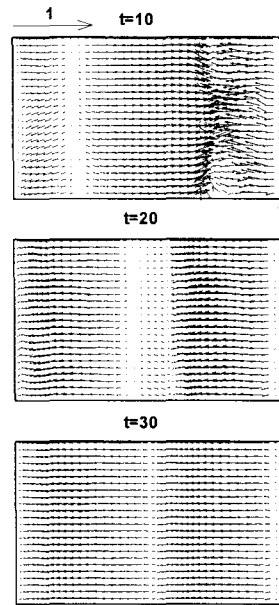


Fig. 6 x - z plane velocity vector plots at $y=3/4$
 for $Re=7360$, $\epsilon=0.625$

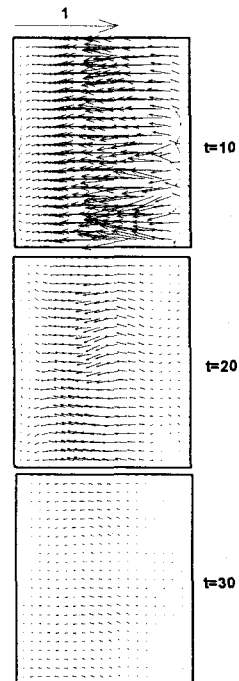
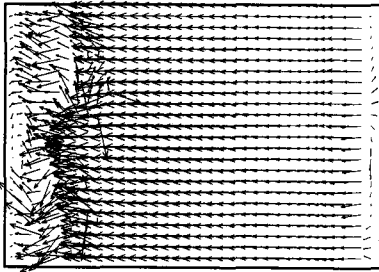


Fig. 7 y - z plane velocity vector plots at
 $x = 3a/4$ for $Re=7360$, $\epsilon=0.625$

Fig. 4와 Fig. 5를 비교해 보면 z 의 변화에 상관없이 x - y 평면의 유동은 자유표면의 유동과 거의 같음을 알 수 있다. Fig. 6과 Fig. 7에서, $t=10$ 시점에서 보이는 x - z , y - z 평면의 복잡한 보텍스는 x - y 평면에서 관찰되는 주유동 보텍스에 의해서 생성되는 것이며 주유동 보텍스에 비해서 상대적으로 그 크기가 미약할 뿐 아니라 보텍스가 유지되는 시간도 상당히 짧음을 알 수 있다.

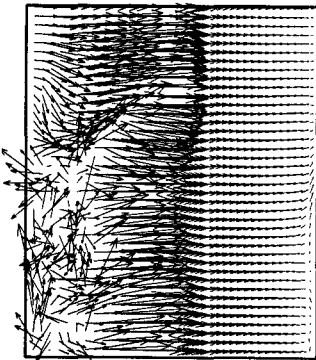
4.2 3차원 단면 속도벡터와 와도

Fig. 8과 Fig. 9는 $Re=11780$ 경우에 대해서 $y=1/4$ 일 때의 x - z 평면과 $x=a/4$ 의 y - z 평면의 속도벡터를 나타낸 것이다.



$t=7$

Fig. 8 x - z plane velocity vector plot at $y=1/4$ for $Re=11780$, $\epsilon=0.625$



$t=7$

Fig. 9 y - z plane velocity vector plot at $y=1/4$ for $Re=11780$, $\epsilon=0.625$

유동의 형태는 $Re=7360$ 일 때와 비교해서 유사함을 보이지만 발생시점이 빠르며 더욱 복잡한 유동형태를 보인다.

Fig. 10은 $x=0 \sim a/2$, $y=0 \sim 1$ 에서의 ζ_{12} 를 $z(z=0, z=h/6, z=h/3, z=h/2, z=2h/3, z=5h/6)$ 에 따라서 나타낸 것이다. Fig. 10을 통해서 바닥에서 가장 강한 와도가 형성되는 것을 알 수 있으며 경계층을 벗어나면 와도의 크기가 급격하게 줄어들음을 알 수 있다. 또한 와도의 형상이 z 변화에 따라서 복잡한 형태임을 알 수 있다.

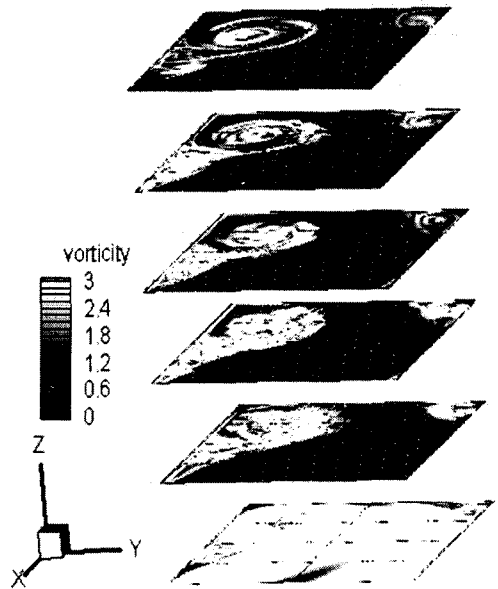


Fig. 10 x - y plane ζ_{12} plot at $z=0, z=h/6, z=h/3, z=h/2, z=2h/3, z=5h/6$ for $Re=11780$, $\epsilon=0.625$

Fig. 11는 $x=0 \sim a/2$, $y=0 \sim 1$, $z=0 \sim h$ 의 영역에 대한 ζ_{12} 를 3차원으로 나타낸 것이다.

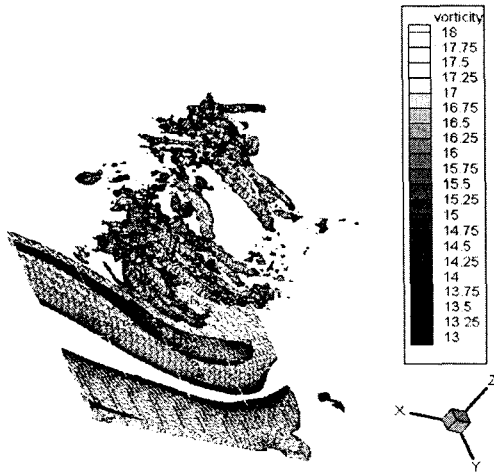


Fig. 11 vortical structure at $x=0 \sim a/2$,
 $y=0 \sim 1$, $z=0 \sim h$ for $Re=11780$, $\epsilon=0.625$

5. 결론

비축대칭형태의 용기인 직사각형 용기내의 스피널 유동에 대한 연구결과, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 회전축 방향의 좌표 변화에 따른 수평면상의 유동은 바닥의 경계층 지역을 제외하면 자유표면의 유동과 거의 동일하다.
- (2) 수평면상의 주유동 보텍스에 의해서 발생하는 수직평면의 2차 보텍스 유동은 상대적으로 약하며 보텍스가 유지되는 시간도 짧다.
- (3) 회전축 방향의 좌표의 변화에 따른 수직평면 속도성분은 시간적으로 변동이 빠르고 공간적으로도 복잡한 형태를 보이지만 수평면상의 주유동에 큰 영향을 미치지 않는다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(2000-1-30400-002-3) 지원으로 수행되었음.

참고문헌

- (1) van Heijst, G.J.F. Davies, P.A. and Davis, R.

- G., (1990) "Spin-up in a Rectangular Container," *Phys. Fluids*, A2 150~191.
- (2) van Heijst, G.J.F. Maas, L.R.M. and Williams, C.W.M., (1994). "The Spin-up of Fluid in a Rectangular Container with a Sloping Bottom," *J. Fluid Mech.*, **265** 125~159.
- (3) 서용권, (1993) "직사각형 내부에서의 2차원 스피널업," 대한기계학회논문집, 제17권 제7호 1805~1812.
- (4) Suh, Y.K., (1994) "Numerical Study on Two-Dimensional Spin-up in a Rectangle," *Phys. Fluids*, **6** 2333~2344.
- (5) Henderson, D.M. Lopez, J.M. and Stewart, D.L., (1996) "Vortex Evolution in Non-axisymmetric Impulsive Spin-up from Rest," *J. Fluid Mech.*, **324** 109~134.
- (6) 최윤환, 서용권, (1999) "수직격판이 있는 용기 내의 지균류," 한국해양공학회지, 제13권 제4호 124~131.
- (7) 최윤환, 박준관, 서용권 (2001) Ekman 분출모델에 의한 직사각형 용기 내의 스피널업 유동 연구, 대한기계학회논문집, 제25권 제5호 게재 예정.