

제어기 정수에 대한 확대행렬의 고유치 perturbation

심관식*, 송성근**, 남해근**, 김용구**, 문채주***
 * 서남대학교 ** 전남대학교 *** 목포대학교

Eigenvalue Perturbation of Augmented Matrix for Control Parameter

K. S. SHIM*, S. G. SONG**, H. K. NAM**, Y. G. KIM**, C. J. MOON***
 * Seonam univ. ** Chonnam national univ. *** Mokpo national univ.

Abstract - In this paper, eigenvalue perturbation theory and its applications for the augmented system matrix are described. This theory is quite useful in the cases where any change in a system parameter results in significant changes to most of the elements of the augmented matrix or where the forming of sensitivity matrix so complicate. And AMEP(augmented matrix eigenvalue perturbation) for the excitation system parameters are computed for analysis of small signal stability of KEPCO 215-machine 791-bus system.

Key words : small signal stability, augmented matrix, eigenvalue, eigenvector, perturbation theory

1. 서 론

1970년대부터 전력계통의 안정도 해석에 선형상태방정식을 이용한 고유치해석을 많이 적용하고 있고 근래에는 대규모 실계통의 안정도 해석에 필수적인 도구가 되고 있다. 고유치계산과 함께 고유치감도(eigenvalue sensitivity)도 많은 논문에서 응용되고 있다. 고유치감도는 특정 파라메타의 변화에 대한 고유치와 고유벡터의 변화를 계산하는 것으로 제어기 최적정수 및 설치위치 선정, 취약선로나 모선선택, 특정 정수가 안정도에 끼치는 영향 등을 파악할 수 있다. 이 논문의 저자는 1995년 확대행렬의 고유치감도 알고리즘을 개발한 이래, 대규모 실제 전력계통에 적용시키는 연구를 계속하였으며, 선로정수들에 대한 고유치감도로부터 미소신호안정도 해석과 FACTS 기기 위치선정 등을 발표한 바 있다.[1]

확대행렬에 의한 고유치감도는 계통상태행렬이 스파서티 특성을 유지하므로 대규모 계통에 적용이 가능하다. 그리고 감도행렬에 의한 고유치감도는 어떤 정수의 미소 변화에 대해서 특정 정수의 함수로 표현되므로 영이 아닌 몇 개의 요소만 존재하고 따라서 감도계산을 매우 간단하고 빠르게 수행할 수 있다. 그러나 실제 대규모 계통은 매우 다양한 종류의 동기기 및 여자기 등의 제어기 모델로 구성되어 있으므로 고유치 감도계산에서 필요한 각 제어기 파라메타에 대한 감도행렬을 계산하기 위해서는 각 제어기 모델마다 감도행렬을 각각 구성해야 하는 어려움이 있다.

이 논문에서는 다양한 제어기 모델로 구성된 실계통과 같이 감도 행렬의 구성이 복잡하고 많은 시간을 필요로 하거나 특정 정수의 변화가 운전조건에 상당한 변동을 초래하여 한 정수의 변화가 상태행렬의 많은 요소를 변화시킬 때, 유용하게 사용될 수 있는 확대행렬의 고유치 perturbation 이론(augmented matrix eigenvalue perturbation, AMEP)을 실제 계통인 215기 791모선의 한전계통에 적용한 결과에 대해서 기술하였다. 이 논문은 AMEP의 정확성과 실제 계통에 응용 가능성 여부에 초점이 있어 한전계통의 여자시스템 정수에 대한 결과만 기술하였다.

2. 확대행렬 고유치 PERTURBATION

2.1 고유치, 고유벡터 perturbation

행렬 A의 고유치와 고유벡터를 각각 λ_i, v_i 라고하고, 어떤 파라메타의 변화에 의해서 행렬 A가 E만큼 변화한다고 가정하자. 이때 새로운 행렬 A+E의 고유치와 고유벡터 사이에는 다음 관계가 성립한다.

$$(A + E)v_i = \lambda_i v_i \quad (1)$$

여기에서

$$\begin{aligned} \lambda_i &= \lambda_i + \Delta\lambda_i \\ v_i &= v_i + \Delta v_i \\ E &= \epsilon B \end{aligned}$$

라 하면 다음 관계식이 성립한다.

$$(A + \epsilon B)(v_i + \Delta v_i) = (\lambda_i + \Delta\lambda_i)(v_i + \Delta v_i) \quad (2)$$

행렬을 구성하는 임의의 정수가 변화하여 행렬 A가 새로운 행렬로 변화하면 고유치와 고유벡터의 변화는 멱급수로 나타낼 수 있다. 우고유벡터만 고려하면, 우고유벡터의 perturbation은 다른 우고유벡터의 선형결합으로 표현된다. 즉,

$$\Delta\lambda_i = \Delta\lambda_i^{(1)} + \Delta\lambda_i^{(2)} = s_i \epsilon + s_i'' \epsilon^2 \quad (3)$$

$$\Delta v_i = \epsilon \sum_{k=1}^n \alpha_k v_k \quad (4)$$

식 (3)과 (4)를 식 (2)에 대입하고 양변에 w_i^T 를 곱하여 정리하면,

$$\begin{aligned} (\lambda_i + s_i \epsilon + s_i'' \epsilon^2)(1 + w_i^T \Delta v_i) = \\ w_i^T A v_i + w_i^T A \Delta v_i + \epsilon w_i^T B v_i + \epsilon w_i^T B \Delta v_i \end{aligned} \quad (5)$$

를 얻는다. 그리고 좌고유벡터와 우고유벡터 변화의 곱은 우고유벡터들이 서로 직교하므로 0이 된다. 즉,

$$w_i^T \Delta v_i = \epsilon w_i^T \sum_{k=1}^n \alpha_k v_k = 0 \quad (6)$$

그러므로 식 (5)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$s_i \epsilon + s_i'' \epsilon^2 = \epsilon w_i^T B v_i + \epsilon w_i^T B \Delta v_i \quad (7)$$

따라서 고유치의 1차 및 2차 고유치 perturbation은 다음과 같다.

$$\Delta\lambda_i^{(1)} = w_i^T E v_i \quad (8)$$

$$\Delta\lambda_i^{(2)} = w_i^T E \Delta v_i \quad (9)$$

특정한 고유치와 고유벡터를 사용하여 고유벡터의 perturbation을 계산하기 위해서 식 (2)에서 ϵ 과 Δ 의 곱이 있는 항을 무시하고 정리하면, 다음 식을 얻을 수 있다.

$$(A - \lambda_i I) \Delta v_i = (\Delta \lambda_i I - E) v_i \quad (10)$$

여기서 고유치 λ_i 가 행렬 A 의 정확한 고유치이므로 행렬 $(A - \lambda_i I)$ 는 특이행렬이 되고, 식 (10)에서 선형방정식 연산을 수행할 수 없다. 그러므로 식 (10)으로부터 우고유벡터의 perturbation을 계산할 수 없다. 이와 같은 특이성 문제를 해결하기 위해서 식 (6)과 식 (10)을 연립하여 풀면 우고유벡터의 perturbation Δv_i 를 유일하게 결정할 수 있다. 좌고유벡터의 perturbation도 우고유벡터의 perturbation과 같은 계산 과정을 수행하여 얻을 수 있다.

2.2. 확대행렬의 고유치 perturbation(AMEP)

전 절에서 기술한 1, 2차 고유치 perturbation은 확대행렬 고유치 perturbation(augmented matrix eigenvalue perturbation, AMEP)으로 확장시킬 수 있다. 확대행렬 A_a 가 파라메타 변화로 새로운 확대행렬 A'_a 로 변화했다고 가정하자.

$$A_a = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

$$A'_a = \begin{bmatrix} A'_{11} & A'_{12} \\ A'_{21} & A'_{22} \end{bmatrix}$$

확대행렬의 perturbed 행렬 E_a 는,

$$E_a = A'_a - A_a = \begin{bmatrix} \Delta A_{11} & \Delta A_{12} \\ \Delta A_{21} & \Delta A_{22} \end{bmatrix} \quad (11)$$

로 나타낼 수 있다. 확대행렬을 축약행렬로 나타내면,

$$A' = A'_{11} - A'_{12} A^{-1}_{22} A'_{21} \quad (12)$$

여기에서

$$A'_{11} = A_{11} + \Delta A_{11}$$

$$A'_{12} = A_{12} + \Delta A_{12}$$

$$A'_{21} = A_{21} + \Delta A_{21}$$

$$A'_{22} = A_{22} + \Delta A_{22}$$

임의의 파라메타가 미세하게 변화할 때,

$$(A_{22} + \Delta A_{22})^{-1} \approx A_{22}^{-1} - A_{22}^{-1} \Delta A_{22} A_{22}^{-1}$$

이 성립한다. 그러므로 축약행렬의 perturbed 행렬 E 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E = \Delta A_{11} - \Delta A_{12} A_{22}^{-1} \Delta A_{21} + A_{12} A_{22}^{-1} \Delta A_{22} A_{22}^{-1} A_{21} - A_{12} A_{22}^{-1} \Delta A_{21} \quad (13)$$

식의 좌측에 좌우고유벡터를 곱하고, 우변에 우고유벡터를 곱한 후 정리하면, 축약행렬의 perturbation과 확대행렬의 perturbation 사이에 관계식을 얻을 수 있다.[3]

$$w_i^T E v_i = y_i^T E_a x_i \quad (14)$$

$$w_i^T E \Delta v_i = y_i^T E_a \Delta x_i \quad (15)$$

여기에서 v_i, w_i 는 각각 축약행렬의 우고유벡터와 좌고유벡터이고, x_i, y_i 는 각각 확대행렬의 우고유벡터와 좌고유벡터이다.

그러므로 1차 AMEP는,

$$\Delta \lambda_i^{(1)} = y_i^T E_a v_i \quad (16)$$

이고, 2차 AMEP는,

$$\Delta \lambda_i^{(2)} = y_i^T E_a \Delta v_i \quad (17)$$

로부터 계산할 수 있다.

3. 고유치 PERTURBATION 알고리즘 구성

특정 모드에 대한 AMEP를 계산하기 위해서는 선형 상태행렬의 구성과 진동모드 계산이 선행되어야 한다. 이 논문에서는 진동모드 계산에 Hessenberg법과 좌우고유벡터 계산에 RQII법을 이용하였다. 전체적인 AMEP 계산 알고리즘의 구성은 다음과 같다.

- step 1 : PSS/E data 또는 data 입력과 조류계산
- step 2 : 확대행렬 구성
- step 3 : 특정모드의 고유치해석
- step 4 : 제어기 파라메타 선택
- step 5 : 새로운 확대행렬 구성
- step 6 : perturbed 행렬 형성
- step 7 : 1차 AMEP 계산
- step 8 : 고유벡터 perturbation 계산
- step 9 : 2차 AMEP 계산 후 step 4부터 반복

4. 한전계통에 적용

2000년 한전계통은 215기, 791모선, 1575선으로 구성되어 있는 대규모 시스템이다. 이 시스템의 총 부하는 38,927MW로 확대행렬의 차수는 4240이다. 고유치계산 프로그램을 이용하여 이 계통의 고유치를 계산한 결과, 다음과 같이 2개의 지배적 진동모드가 계산되었다.

- Mode 1 : $-0.10414 + 4.42496i$ (0.71 Hz)
- Mode 2 : $-0.08617 + 5.55808i$ (0.89 Hz)

모드 1은 지역간모드(inter-area mode)이고, 모드 2는 울진 지역모드(local-area mode)이며, 울진 발전기에 PSS를 설치하여 계통특성을 개선할 수 있다.

이 논문의 목적은 한전계통과 같은 대규모 계통에 다양한 제어기 파라메타에 대해서 감도행렬을 형성하지 않고 고유치 변화를 예측하는데 있다. 따라서 현재 사용되고 있는 모든 제어기에 대한 분석이나 지역간 모드에 영향을 주는 파라메타 등에 분석은 다음으로 미루고 여기에서는 울진 지역모드인 모드 2와 여자시스템의 제어정수들에 대해서 AMEP를 계산한 결과를 기술한다.

먼저 그림 1은 울진발전기에 사용되고 있는 여자시스템 모델인 IEEEX2A이다.

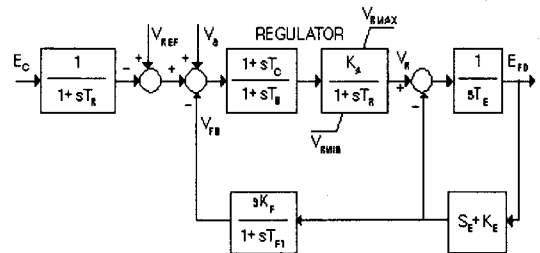


그림 1 IEEE Type A2 Excitation System Model

그리고 울진-#1G에 주어진 파라메타는 다음과 같다.

$$T_R = 0.01, \quad K_A = 160, \quad T_A = 0.02,$$

$$K_E = 1.00, \quad T_E = 0.80, \quad K_F = 0.005$$

그림 2는 울진-#1G의 여자시스템의 전압조정기 이득 K_A 를 -90%에 90%까지 변화하면서 계산한 고유치의 궤적과 AMEP에 의해서 얻은 추정고유치의 궤적을 나타내고 있다. 이득이 모드 2에 가장 큰 영향을 끼치고 있는데도 비교적 넓은 범위에서 정확하게 실제 고유값을 추정하고 있음을 알 수 있다.

표 1은 울진-#1G의 여자시스템의 모든 파라메타에 대한 AMEP를 계산한 결과로 모든 파라메타가 100% 증가한 경우이다. 실제 운전에서는 이들이 모두 제어가 능한 정수는 아니다. 모든 파라메타에 대해서 AMEP

를 계산할 수 있음을 보이기 위해서 나타내었다. 실제로 제어 불가능한 정수에 대한 AMEP는 선형모델의 정확성 검증 등에 이용할 수 있다.

표 1에서 가장 큰 값을 가지고 있는 파라메타는 K_A 로 1차 AMEP의 실수부는 0.061이고, 2차 AMEP의 실수부는 -0.012이다. 비교적 비선형성이 클 것으로 예상되고 그림 2에서 이런 비선형성을 확인할 수 있다. 나머지 파라메타에 대한 AMEP는 비교적 작다. 이것은 모드 2가 지역모드이므로 여자기 이득에 가장 민감하다는 것을 알 수 있다.

표 2는 모드 2에 대한 AMEP를 계산한 결과로 파라메타는 울진, 보령, 영광 발전기의 여자기 이득 K_A 이다. 표에 나타낸 AMEP는 이득을 100% 증가한 경우로 이득의 증가가 제동특성에 나쁜 영향을 준다. 모드 2가 울진지역에 국한된 지역모드이므로 다른 지역의 발전기보다 훨씬 큰 AMEP를 가지고 있음을 알 수 있고, 울진지역의 발전기 25151~25154까지는 거의 같은 값을 가지고 있다.

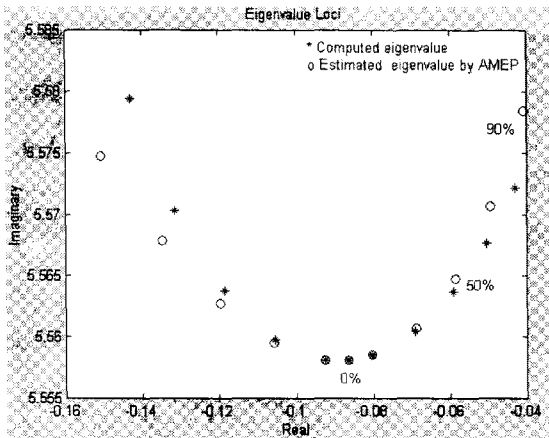


그림 2 고유치 궤적

표 1 여자기 정수에 대한 AMEP 결과

Gen. No.	exciter parameter	$\Delta\lambda_i^{(1)}$	$\Delta\lambda_i^{(2)}$
25151 (울진-#1G)	T_R	-0.00055 -j0.00201	-0.00034 -j0.00099
	K_A	0.06101 +j0.00202	-0.01195 +j0.02279
	T_A	-0.00021 -j0.00337	-0.00027 -j0.00173
	K_E	-0.01115 +j0.01874	-0.00059 -j0.00697
	T_E	-0.02354 -j0.01355	-0.01043 +j0.00397
	K_F	-0.01225 +j0.01893	-0.00006 -j0.00747

표 2 여자기 정수 K_A 에 대한 AMEP

Gen. No.	Exciter Model	$\Delta\lambda_i^{(1)}$	$\Delta\lambda_i^{(2)}$
25151 (울진-#1G)	IEEX2A	0.06101 +j0.00202	-0.01195 +j0.02279
25152 (울진-#2G)	IEEX2A	0.06101 +j0.00202	-0.01195 +j0.02279
25153 (울진-#3)	IEEX2A	0.06096 +j0.00299	-0.01265 +j0.02288
25154 (울진-#4)	IEEX2A	0.06046 +j0.00295	-0.01257 +j0.02259
26172 (보령GT#6)	EXST2	-0.00037 +j0.00035	0.00015 -j0.00051
26171 (보령GT#7)	EXST2	-0.00037 +j0.00036	0.00015 -j0.00051
27151 (영광-#1G)	EXAC1	0.00013 -j0.00005	-0.00010 +j0.00009
27152 (영광-#2G)	EXAC1	0.00013 -j0.00007	-0.00009 +j0.00010

5. 결 론

이 논문에서는 확대행렬의 고유치 perturbation 이론을 실제 한전계통에 적용한 알고리즘과 결과를 기술하였다. 실 계통에서는 여자시스템, 터빈/조속기 등 제어기에 다양한 모델이 존재하여 상태행렬의 감도행렬을 구하는 것은 매우 복잡하고 많은 시간을 필요로 한다. 그러나 이 논문에서 기술한 AMEP는 수식적인 감도행렬을 구성하지 않기 때문에 쉽게 응용할 수 있고 정확성도 높다.

한전계통에 응용한 결과, 진동모드에 영향을 크게 끼치는 파라메타를 선정하였으며, 지역모드에 대해서 다른 지역의 여자시스템 파라메타가 영향을 주지 않음을 알 수 있었다.

향후 AMEP의 응용분야 개발과 한전계통의 지역모드에 대해서 발전기, 여자시스템, 터빈/조속기 등의 모든 파라메타에 대해서 AMEP를 계산하고, 지역간 모드에 가장 영향을 크게 줄 수 있는 파라메타를 선정할 예정이다.

(참 고 문 헌)

- [1] 김용구, 심관식, 송성근, 전영환, 남해곤, "TCSC의 H_∞ 제어에 의한 대규모 전력계통의 지역간 저주파진동 억제 PART 1 : TCSC 설치지점 선정", 대한전기학회 논문지, 2000. 5.
- [2] J. H. Wilkinson, The Algebraic Eigenvalue Problem, Clarendon Press, Oxford, 1965, pp. 377-392
- [3] H. K. Nam, Y. K. Kim, K. S. Shim, K. Y. Lee, A New Eigen-sensitivity Theory of Augmented Matrix and Its Applications to Power System Stability Analysis, IEEE Trans. on Power Systems, 2001. 2