

5도체군 등가모델을 이용한 선로정수 예측에 관한 연구

이한민* 오광해 이장무 창심훈
한국철도기술연구원

A Study on Estimating Line Constants Using the 5-Conductors Equivalent Model

H.M. Lee K.H. Oh C.M. Lee S.H. Chang
Korea Railroad Research Institute

Abstract - This paper describes an estimate of line constants using the five-conductors equivalent model. Actually, a catenary system is composed of the five-conductors equivalent model. Therefore, we made up the five-conductors equivalent model of a catenary system by applying a method of inverse matrix. Finally, we estimated line constants using the five-conductors equivalent model. To verify the results, we compared estimated line constants with measured those.

1. 서 론

철도 전차선로 시스템에 나타나는 여러 가지 현상들을 파악하고, 해석 및 예측하기 위해서는 반드시 전차선로의 선로정수 값들이 주어져야 한다. 따라서 철도 전차선로 시스템의 선로정수 값들을 예측하는 것이 선행되어야 할 것이다. 전차선로는 여러 도체들이 구성되어 있는 복잡한 시스템이다. 그러나 이 전차선로 시스템을 자세히 살펴보면 몇몇 도체들이 서로 단락되어 있어 전기적으로 하나의 도체와 같게 구성되어 있다. 구체적으로 전차선과 조가선이 근압선이나 드로퍼에 의해 연결되어 있고 상하행 레일, 상하행 가공보호선, 상하행 접지선이 서로 공동 접지되어 있어 하나의 전기적인 도체군으로 볼 수 있다. 따라서 이 시스템을 상행 급전선, 하행 급전선, 상하행 각각의 전차선 도체군(전차선+조가선), 레일 도체군(상하행 레일, 가공보호선, 접지선)의 5개 도체군으로 모델링해야 한다.

여러 도체를 하나의 등가 도체로 모델링하는 대표적인 방법으로는 기하학적 평균반경(GMR)을 이용하는 방법이다. GMR이란 수많은 작은 요소로 구성된 도체 단면에서 모든 요소들 간의 기하학적 평균 거리가 되는데, 수 m나 멀리 떨어져 있는 전차선로 도체들을 등가 도체군으로 구성하기 위해서 GMR을 적용한다는 것은 무리가 있다. 따라서 GMR에 의한 무리한 도체 등가화 방법이 아닌, 역행렬에 의한 도체 등가화 방법을 적용하여 5도체군으로 등가화 하였다.

결국 다수 도체들로 구성된 철도 시스템을 등가축약하여 5도체군의 선로정수를 예측할 수 있었다. 본 연구의 검증을 위해 경부고속철도 신청주(S/S)-시곡(PP)-회덕(SP) 21.8km 구간을 대상으로 사례 연구하여 전차선로 시스템의 5도체군 선로정수를 예측하였으며 이 구간에서 실측한 5도체군 선로정수와 비교, 분석하였다.

2. 전차선로 시스템 구조

그림 1은 전차선로 시스템의 기하학적인 구조를 나타낸다. 전차선로 시스템은 14개의 도체로 구성되어 있으나 전차선과 조가선은 드로퍼로 연결되어있고 상·하행 레일과 가공보호선, 접지선이 공동으로 연결되어 있으므로 결국, 도체들을 5개의 도체군으로 나타내게 된다. 첫 번째 도체군은 상행 급전선(1), 두 번째 도체군은 하행 급전선(2), 셋째 도체군은 상행 전차선(4)과 하행 조가선(5)으로 구성되고 다섯째 도체군은 하행 전차선(6)과 하행 조가선(5)으로 구성되고 다섯째 도체군은 레일(7,8,9,10), 가공보호선(11,12), 접지선(13,14)으로 공동접지 되어있다.

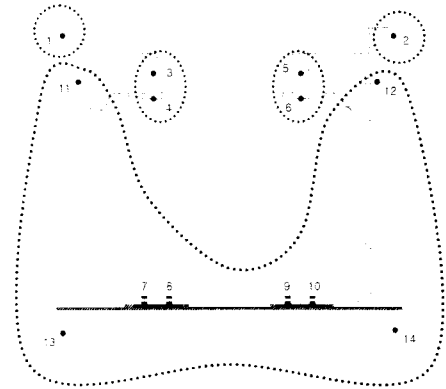


그림 1. 전차선로의 기하학적 구조

3. 선로정수 예측과정

선로정수 예측과정의 흐름도를 그림 2에 보인다. 도체 데이터 정보 입력에서는 각 도체에 대한 높이, 도체간 거리, 반지름, 비부자율 등이 입력자료로 들어간다. 그리고 서로 연결된 도체들을 분류하고 그룹핑한다. 그룹핑된 도체들은 등가모델링 방법에 의해 5도체로 등가화 되고 이렇게 5도체로 등가화된 모델에 대해 최종적으로 등가 임피던스 및 등가 서셉턴스를 계산한다.

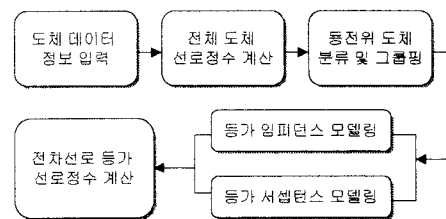


그림 2. 선로정수 예측과정

4. 전체 도체 선로정수 계산

단위 길이 당 자기 임피던스는 내부 자기임피던스와 외부 자기임피던스의 합이다.

$$Z_{ii} = Z_{Aii} + Z_{Eii} \quad (1)$$

여기서

Z_{Aii} 도체의 단위 길이 당 내부 임피던스

Z_{Eii} 대지 귀환(earth return)을 고려한 도체의 단위길이 당 외부임피던스

내부 임피던스는 다음 식(2)와 같다.

$$Z_{Aii} = R_{i-IN} + jX_{i-IN} \quad (2)$$

● 칼슨 공식(Carson formular)

단위 길이당 자기 임피던스는 내부 자기 임피던스와 외부 자기 임피던스의 합이 되는데 앞에서 내부 임피던스의 자기 임피던스를 구했으므로 칼슨 공식을 사용하여 외부 임피던스의 자기 임피던스를 구한다. 또한 칼슨 공식에 의해 상호 임피던스를 구한다.

다음 공식들은 외부 임피던스의 자기 임피던스와 상호 임피던스를 계산하는데 사용된다. 이들 공식은 대지와 도체 사이의 거리를 고려한다.

외부 임피던스는 correction term ($\Delta R', \Delta X'$)를 적용하여 계산된다. 그림 3은 기하학적 구조를 나타낸다.

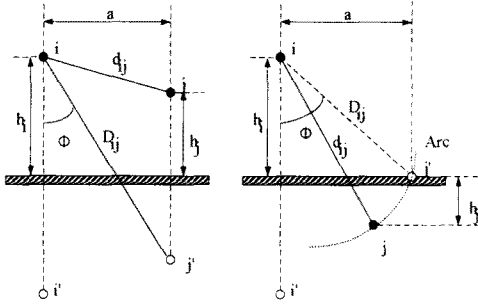


그림 3. 구조 및 기호 정의

외부 임피던스의 자기 임피던스는 식(3)과 같다.

$$Z_{Eii} = \Delta R_{ii} + j(\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h_i}{r_i} + \Delta X'_{ii}) \quad (3)$$

비대각 성분인 외부 임피던스의 상호 임피던스는 식(4)과 같다.

$$Z_{ik} = Z_{ki} = \Delta R_{ik} + j(\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_{ik}}{d_{ik}} + \Delta X'_{ik}) \quad (4)$$

여기서, $\frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \times 10^{-4} \text{H/km}$

- h_i = 도체 i의 지표면에서의 평균 높이
- D_{ik} = 도체 j와 도체 k의 상까지의 거리
- d_{ik} = 도체 i와 k사이의 거리
- r_i = 도체 i의 반경
- ω = Hz 단위의 주파수를 가진 $2\pi f$
- $\Delta R', \Delta X'$ = 대지 귀환 효과를 가진 correction term Ω/m

μ_0 는 자유공간의 투자율이 된다.

결국 직렬 임피던스 행렬의 대각 성분인 자기 임피던스는 식(5)과 같다.

$$Z_{ii} = (R_{i-IN} + \Delta R_{ii}) + j(\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h_i}{r_i} + X_{i-IN} + \Delta X'_{ii}) \quad (5)$$

비대각 성분인 상호 임피던스는 식(6)과 같다.

$$Z_{ik} = Z_{ki} = \Delta R_{ik} + j(\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_{ik}}{d_{ik}} + \Delta X'_{ik}) \quad (6)$$

또한 식에 포함된 $\Delta R'$ 과 $\Delta X'$ 은 대지 귀환효과를 고려한 항으로 각도 ϕ 와 정수 a의 함수이다. 각 4개의 연속된 항들이 반복되는 형태이고, 전력 주파수에 대해서는 몇 개의 항만 필요하지만, 고주파수와 선간 공간이 넓어질수록 더 많은 항을 필요로 하게 된다.

각도 ϕ 는 자기 임피던스 경우 $\phi=0$ 이 되고 상호 임피던스 인 경우에는 $\phi=\phi_{ik}$ 가 된다.

정수 a는 다음과 같다.

$$a = 4\pi\sqrt{5} \cdot 10^{-4} D \sqrt{\frac{f}{\rho}}$$

여기서, D = 두 도체사이의 거리(m)

ρ = 대지 저항 (Ωm)

5. 등가 임피던스 모델링

여러 도체들 중에서 등전위 도체로 분류되어 그룹핑된 도체들을 하나의 도체로 등가화한다. 그림 4는 n개의 도체들 중에서 n도체와 n-1도체가 전기적으로 등전위 도체로 분류되어 하나의 도체로 등가화되는 그림이다.

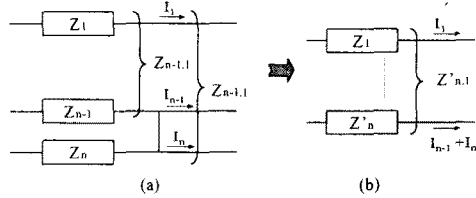


그림 4. 전차선로 임피던스 등가화

그림 4의 (a)그림을 일반적인 행렬 관계로 나타내면 식(7)과 같다.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_{n-1} \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1,1} & Z_{1,2} & \dots & Z_{1,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n-1,1} & \dots & \dots & Z_{n-1,n} \\ Z_{n,1} & \dots & \dots & Z_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_{n-1} \\ I_n \end{bmatrix} \quad (7)$$

(n-1)도체와 n도체가 서로 단락되어 있다면 전기적으로 하나의 도체군으로 볼 수 있다. 그리고 등전위가 되므로 $V_{n-1} = V_n$ 이 된다. 따라서 두도체를 하나의 도체군으로 만들기 위해 V_{n-1} 에 해당하는 임피던스 행요소들에서 V_n 에 해당하는 임피던스 행요소들을 뺀다. 즉 식(8)과 같이 계산한다.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_{n-1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1,1} & Z_{1,2} & \dots & Z_{1,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n-1,1} & \dots & \dots & Z_{n-1,n} \\ Z_{n-1,1} - Z_{n,1} & \dots & \dots & Z_{n-1,n} - Z_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_{n-1} \\ I_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

식(8)의 임피던스 행렬을 역행렬 취하면 식(9)와 같다.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_{n-1} \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{1,1} & Y_{1,2} & \dots & Y_{1,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n-1,1} & \dots & \dots & Y_{n-1,n} \\ Y_{n,1} & \dots & \dots & Y_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_{n-1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

두 도체가 하나의 도체군이 되면 각각에 흐르는 전류는 하나의 전류로 합쳐져야 한다.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_{n-1} + I_n \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{1,1} & \dots & Y_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n-1,1} + Y_{n,1} & \dots & Y_{n-1,n} + Y_{n,n} \\ Y_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_{n-1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

식(10)에서 n행, n열에 해당하는 요소만 제거하고 (1-n-1)행과 열에 해당하는 요소만 취하여 역행렬을 구하면 식(11)과 같다.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1,1} & \dots & Z_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n-1,1} & \dots & Z_{n-1,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_{n-1} + I_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

결국 두 도체가 하나의 도체군으로 전압은 V_{n-1} , 전류는 $I_{n-1} + I_n$ 으로 표현된다. 그리고 자기 및 상호임피던스가 식(11)과 같이 표현된다.

6. 등가 서셉턴스 모델링

등가 커패시턴스 모델링은 등가 임피던스 모델링과 마찬가지로 서로 연결된 도체들이 단락되어 있으므로 등전위라는 개념을 적용한다.

커패시턴스는 전위계수(P)로부터 수학적으로 산출(역행렬 계산)할 수 있는 계수이다. 이 전위계수는 도체들의 기하학적인 구조로부터 영상법을 적용하여 대지로부터 도체의 높이, 평

균등가반경, 도체간의 거리 및 도체와 영상도체와의 거리에 의해 구해진다. 이때 단락된 도체는 등전위이므로 전위(V)가 같다는 가정으로 임피던스 등가화와 동일 과정으로 등가 커패시턴스를 구할 수 있다.

그림 5는 도체의 대기위로 영상 및 사이 거리를 나타낸다.

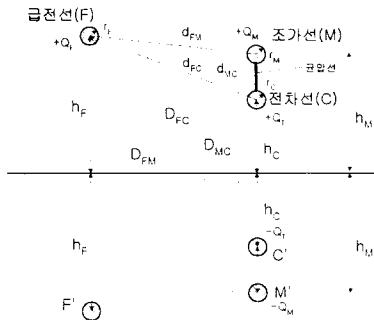


그림 5. 전하 및 전위계산 구조

그림 5에서 전위(V)와 전하(Q)와의 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\begin{bmatrix} V_F \\ V_C \\ V_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{FF} & P_{FC} & P_{FM} \\ P_{CF} & P_{CC} & P_{CM} \\ P_{MF} & P_{MC} & P_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_F \\ Q_C \\ Q_M \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서 $P_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h_i}{r_i}$, $P_{ij} = P_{ji} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{d_{ij}}{d_{ij}}$

식(12)의 관계를 얻은 다음 등가화 과정은 식(8), (9), (10)과 동일 방법으로 식(13)의 등가 전위계수를 구한다.

$$\begin{bmatrix} V_F \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{FF}' & P_{FC}' \\ P_{CF}' & P_{CC}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_F \\ Q_C + Q_M \end{bmatrix} \quad (13)$$

결국, 등가 커패시턴스는 전위계수의 역행렬에 의해 구할 수 있다.

$$Q = CV, \quad C = P^{-1} \quad (14)$$

7. 사례연구

5도체 등가모델에 대한 예측 계산의 타당성을 검증하기 위해 사례연구를 실시하였다. 대상계통으로는 신청주(S/S) - 시목(PP) - 회덕(SP) 구간을 선택하여 측정된 선로 정수와의 예측 계산 결과를 주파수 함수로 비교하였다.

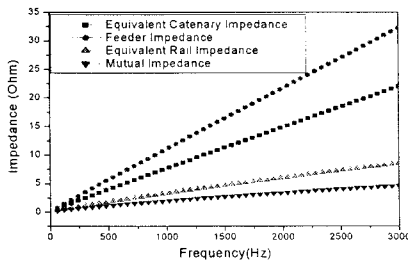


그림 6. 5도체 등가모델의 예측 도체 임피던스

그림 6.7에 나타난 것처럼 레일 도체군의 자기 임피던스가 다른 도체군에 비해 작은 값을 가지고 있으며, 또한 주파수에 따른 임피던스 변화의 경향이 거의 같음을 볼 수 있다. 그리고 그림 8.9에서는 레일과 관련된 서셉턴스 값이 다른 도체간의 서셉턴스 값보다 상당히 큰 값을 나타내고 있다. 실측과 예측의 주파수에 따른 값의 변화는 같으나 그 값에 서는 차이가 있다. 이것은 전주, 전력선비, 펜스 등등의 영향에 의해 값의 차이가 나는 것으로 사료된다.

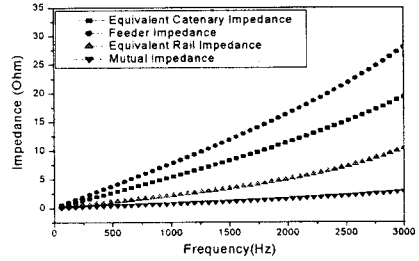


그림 7. 5도체 등가모델의 실측 도체 임피던스

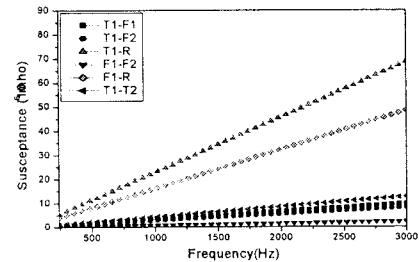


그림 8. 5도체 등가모델의 예측 도체 서셉턴스

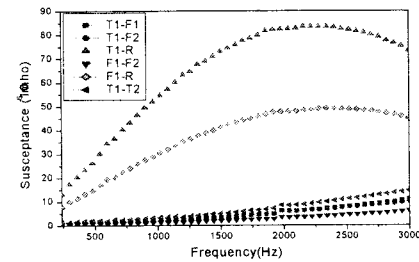


그림 9. 5도체 등가모델의 실측 도체 서셉턴스

8. 결론 및 향후 연구계획

본 논문은 5도체군 등가모델을 이용한 진차선로 시스템의 선로정수 예측계산에 관한 연구로서 경부고속철도 시험선구간을 5도체군으로 나타내고 선로 연결된 도체들은 등전위라는 개념을 적용하여 등가 5도체군으로 모델링하였다. 결국 다수 도체들로 구성된 천도 시스템을 5도체군으로 등가축약하여 선로정수를 예측할 수 있었다.

사례연구로서 경부고속철도 시험선구간을 대상으로 5도체군 진차선로 시스템의 선로정수를 예측하였다. 이 구간에서 실측한 5도체군 선로정수와 비교한 결과 임피던스는 거의 동일한 값을 구했으나 서셉턴스는 각 조파에 따라 그 변화 추이는 같으나 값이 차이가 났다. 그 이유는 전주, 전력선비, 펜스 등등의 외부 요인에 의해 차이가 나는 것으로 사료된다. 또한 선로정수 예측의 본 연구는 급전계통의 전압강하 해석, 진차선로 진류분포, 고조파 해석 등에 응용할 수 있을 것으로 예상된다.

(참 고 문 헌)

- (1) CCITT - Directives concerning the protection of telecommunication lines against harmful effects from electric power and electrified railway lines. Volume II. Genova 1989.
- (2) CCITT - Directives concerning the protection of telecommunication lines against harmful effects from electric power and electrified railway lines. Volume IV. Genova 1989.
- (3) EMTP theory book