

(1+λ)진화 전략 알고리즘의 파라미터 선정에 대한 연구

박상훈, 안광옥, 조성문, 조동혁, 정현교  
서울대학교 전기공학부

A Study On The Parameter Selection of (1+λ) Evolution Strategy

Park Sang-Hun, An Kwang-Ok, Cho Sung-Mun, Cho Dong-Hyeok, Jung Hyun-Kyo  
School of Electrical Engineering, Seoul National University

**Abstract** - 전기기기 최적 설계에 있어서 결정론적 최적화 방법은 국부해를 빠른 속도로 찾을 수 있지만 최적값에 대한 보장이 어려우므로 비결정론적 방법인 진화 전략 알고리즘을 많이 사용한다. 전기기기 최적화에 쓰이는 많은 확률적 알고리즘 중에서 진화 전략 알고리즘은 시뮬레이티드 어닐링과 유전 알고리즘을 결합한 방법으로, 전체 최적점 탐색이 가능할 뿐만 아니라 알고리즘이 비교적 간단하면서도 빠른 수렴 특성을 갖고 있다. 그리고 그 종류 또한 다양하다. 진화 전략 알고리즘 중에서 중요한 것은 수렴속도와 성공률에 기여하는 파라미터들을 잘 선정하는 것이다. 본 논문에서는, 진화 전략 알고리즘의 중요한 인자인 자식 세대의 개수인 λ값과 α값을 변화시켜 가면서 변수 개수에 따른 최적화된 조합을 제시한다. 본 논문의 결과는 전기기기 최적 설계에 응용하는데 도움이 될 것으로 사료된다.

1. 서 론

최적화 기법이란 엄격한 수식화를 통해 시스템의 성능향상을 위한 변화 추이를 계산하고 이를 이용, 의사결정을 하는 조직적인 방법을 뜻한다. 이런 최적화 기법은 크게 간접법과 직접법으로 나뉜다. 간접법은 최적화 조건에 따라 해를 찾는 해석적 방법으로 목적 함수의 미분치를 0으로 두고 방정식을 풀어 최적점 후보를 구하는 방법이고, 직접법은 최적값을 찾기 위해 설계 공간을 탐색하는 방법이다. 이 중에서 간접법의 경우 설계 변수와 제약 조건이 많으면 방정식을 풀기 어렵고, 또한 비선형적인 경우 closed form으로 식을 전개하기가 어렵다는 단점이 있기 때문에 수치 해석을 기반으로 한 직접법이 발달해 왔다.

직접법(=탐색법)은 결정론적 방법과 확률론적 방법으로 크게 나눌 수 있다. 이 중 결정론적 방법은 이미 결정되어진 탐색 방법을 이용해서 설계 공간을 탐색하므로 초기값이 같으면 똑같은 경로를 따라가며 최적점을 탐색한다. 그래서, 이 방법은 목적 함수가 볼록(convex)하지 않으면 전체 최적점을 찾기 어렵고, 목적 함수가 복잡해지면 전체 최적점이라는 보장을 하기 어렵다는 단점이 있다. 따라서 이런 문제점들을 해결하기 위해서 적절한 확률 분포에 따른 난수를 발생시켜 설계 공간을 탐색하여 시행할 때마다 초기값이 같더라도 매번 다른 경로를 따라 설계 공간을 탐색하는 확률론적 방법을 사용한다. 확률론적 최적화 알고리즘에는 시뮬레이티드 어닐링(simulated annealing), 유전 알고리즘(genetic algorithm), 진화 전략 알고리즘(evolution strategy) 등이 있고 이런 알고리즘을 이용해서 전체 최적점을 찾는 방법이 제안되고 있다. 시뮬레이티드 어닐링은 높은 온도에서 시작하여 쿨링 스케줄에 따라 온도를 감소시키면서 최적화를 탐색하는 방법인데, 쿨링 스케줄이 시간의 역수 또는 로그의 역수로 주어지므로 수렴 시간이 오래 걸리고, 일반적인 문제에 대해서 적용되는 기준을 제시하지 못한다는 단점이 있다. 유전 알고리즘은 자연 유전학과 자연 선택의 원리에 근거한 최적점 탐색 방법으로 확

률론적인 방법과 개체간의 체계적인 정보교환을 통해 탐색 공간을 조사해나감으로써 주위 환경에 알맞은 가장 적절한 해를 구하고자 하는 방법이다. 진화 전략 알고리즘(ES)은 앞서 설명한 시뮬레이티드 어닐링과 유전 알고리즘의 장점을 결합한 방법으로 전체 최적점 탐색이 가능할 뿐 아니라 알고리즘이 비교적 간단하면서도 수렴 속도가 비교적 빠른 탐색 기법으로 널리 사용되어지고 있다. ES로 최적화를 할 때는 문제에 따라서 적절한 파라미터를 선정하는 것이 매우 중요하다. 똑같은 알고리즘이라도 파라미터의 값에 따라 최적화된 결과가 달라질 수 있기 때문이다. 이런 이유로 본 논문에서는 여러 가지 파라미터들을 선정하여 최적 설계를 하는데 그 기준을 제시하고자 한다. [1]

2. ES 알고리즘

진화 알고리즘은 재생산(reproduction), 선택(select ion), 적응(annealing)의 세 가지 과정으로 이루어져 있다. 첫째로 재생산은 부모개체를 기본으로 유전적 구축 범위 내에서 변이를 일으키는 과정이다. 재생산을 통하여 발생된 자식개체의 목적함수와 부모개체의 목적함수를 비교하여 우수한 개체를 다음 세대의 부모 개체로 선택하는 선택 과정은 자연계의 적자 선택의 원리를 모사한 것이다. 마지막으로 변화된 주위환경에 적응하는 과정은 금속의 재연과정 중 풀림 과정을 모사한 알고리즘인 시뮬레이티드 어닐링을 적용한 부분이다. 주위환경이 변하면 보다 큰 변이폭을 갖게 되고 적응해 나가는 정도에 따라 변이폭이 변하며 안정된 상태에 접근할수록 좁은 변이폭을 갖게 된다. 이런 진화 알고리즘은 절대 최적값을 찾아갈 수 있고 빠른 수렴 특성을 나타낸다. 그러나 변수의 개수가 증가하면 절대 극값을 못 찾는 경우도 발생한다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 절대 극값을 찾을 수 있는 가능성을 보다 많이 부여해 주면서 수렴 속도를 증가시켜야 할 필요가 발생하였다. 그래서, 수렴 정도에 따라 전체 유전적 범위내에서 임의의 개체를 발생시킨 후 목적함수를 계산하여 부모 개체와 비교하는 방법을 사용한다. 이 방법으로 국부해로 수렴할 확률을 줄여줄 뿐 아니라, 자연의 적자 선택의 원리가 적용되어 다음 세대의 부모개체는 보다 우수한 개체로 선택될 수 있다. 대략적인 ES 알고리즘 구현 과정은 다음과 같다. 여기서  $X_p, X_c$ 는 부모세대, 자식세대의 변수 벡터이고  $F_p, F_c$ 는  $X_p, X_c$ 의 목적함수이다. [2]

step1.(초기화): 초기 변수를 기본으로 하는 우수한 개체를 선택

step2.(재생산): 자식 세대의 발생

$$X_{ci} = X_{pi} + W_i \cdot R_i$$

$W_i$  :  $X_{pi}$ 를 중심으로 한 변이 가능폭

$R_i$  : 평균이 0이고 [-1,1]에서 균등분포를 갖는 확률밀도 함수

step3.(선택): 자연선택의 원리에 의하여 우수한 개체 선택

$$X_p = X_c \text{ if } F_c > F_p, \text{ 개선회수 1증가}$$

$$= X_p \text{ if } F_c \leq F_p,$$

step4.(annealing): 변이폭 조절

$$W = W \cdot \alpha \text{ if 개선 회수} > \text{총 계산 회수} \times 0.2$$

$$W = W \cdot \alpha \text{ if 개선 회수} \leq \text{총 계산 회수} \times 0.2$$

step5.(shaking): 전체 유전적 범위에서 임의의 개체 발생 shaking의 빈도는 수렴 정도에 따라 변화 수렴 정도가 크면 빈도를 증가시킨다. 임의의 개체가 현재의 부모개체보다 우수하면 다음 세대의 부모 개체로 치환

step6.(종료): 요구하는 해에 대하여 조건을 만족하면 종료한다. 아니면 step2.로 되돌아 간다.

### 3. ES의 파라미터 결정

ES 알고리즘은 여러 변수의 조합에 따라 최적화 여부와 수렴 속도가 달라진다. 따라서, 진화 전략 알고리즘 중에서 중요한 것은 수렴 속도와 성공률에 기여하는 파라미터들을 잘 선정하는 것이다. 이런 이유로 본 논문에서는 위에서 설명한 대략적인 ES 알고리즘에서의 변수 값들을 변화시켰을 때 최적화 결과를 비교하고, 그에 따라 최적화된 변수의 조합을 제시하겠다.

우선 ES는 변수 개수가 증가하면 절대 극점을 찾지 못하는 경우가 생길 수 있으므로, 변수 개수를 3,4,5일 경우로 나누어 비교해 본다. 그리고, 자식 세대의 수;  $\lambda$ 를 1,2,3으로 나누어 성능을 평가하고 변이 가능폭;  $W$ 과 annealing에 사용되는  $\alpha$ 값들을 변화시켜서 수렴 속도와 성공률에 가장 기여하는 변수의 조합을 찾도록 한다.

### 4. 적용 모델과 결과

#### 4.1 적용 모델과 제한 조건

ES 알고리즘 변수의 최적 조합을 구하기 위해서 수학적으로 최적해를 구할 수 있는 함수인 싱크함수를 사용했다. 싱크 함수는 다음 (1)과 같이 정의된다.

$$f(x) = \sin \pi x / \pi x \quad : |x| \neq 0 \quad (1)$$

$$f(x) = 1 \quad : |x| = 0$$

여기서,  $-10 \leq x_i \leq 10$  이고,  $i=1, \dots, n$ 이다.

이 함수는 원점에서 최대값 1을 갖고, 원점을 제외하고  $|x|$ 가 정수인 점에서 0이 된다.

변수의 개수는 3,4,5인 경우가 있고,  $\alpha$ 는 0.80, 0.85, 0.90, 0.95, 0.99의 경우,  $W$ 는 5,7.5,10,12.5, 15 인 경우를 고려해준다. ES에서의 제한 조건으로는 최대 iteration을 1000으로, 수렴 조건을 0.99로 정했다.

#### 4.2 결과

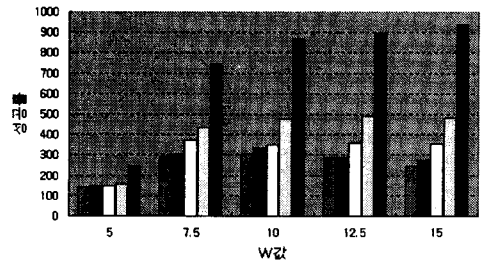
우선 자식 세대의 수( $\lambda$ )에 따른 결과를 비교한다. 표1은  $\lambda$ 에 대한 비교표이다.  $W$ 는 10으로,  $\alpha$ 는 0.85로 가정한 후 자식 세대에 대한 성공률과 iteration 수, function call수를 나타낸다.

표 1.  $\lambda$ 에 대한 비교

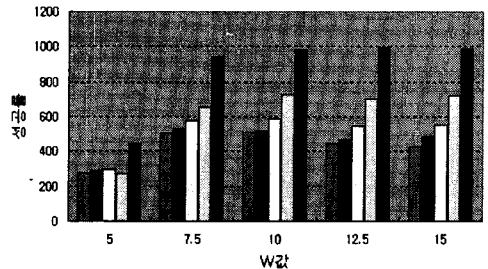
변수의 개수	$\lambda$ 의 수	성공률	iteration 수	function call
3	1	333	54	55
	2	515	46	93
	3	673	45	136
4	1	105	67	68
	2	210	58	117
	3	268	54	163
5	1	44	66	67
	2	81	67	135
	3	135	66	199

표를 보면 알 수 있듯이  $\lambda$ 의 수가 증가함에 따라 성공률이 증가하나,  $\lambda$ 배만큼 함수 호출이 증가하므로 계산 시간 또한 증가한다. 하지만, 컴퓨터가 발달로 계산 시간이 단축되었기 때문에 함수 호출의 증가보다는 성공률의 증가가 더 큰 의미가 있을 것이다.

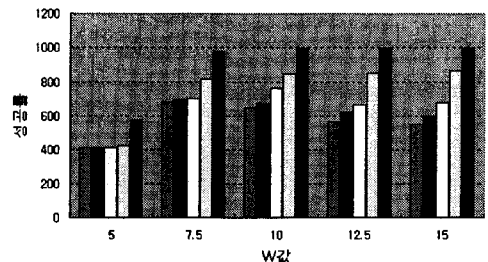
그림1은  $\alpha$  값에 따른 성공률의 변화량이다. 변수의 개수는 3이다. 아래 그림에서 막대 그래프가 의미하는 것은 차례대로  $\alpha = 0.8$ ,  $\alpha = 0.85$ ,  $\alpha = 0.9$ ,  $\alpha = 0.95$ ,  $\alpha = 0.99$ 이다.



(a)  $\lambda=1$ 일 때



(b)  $\lambda=2$ 일 때



(c)  $\lambda=3$ 일 때

그림1.  $\alpha$ 에 따른 성공률의 변화량

(a),(b),(c)의 경우 앞의 표에서 나타난 것과 같이  $\lambda$ 가 증가할수록 성공률도 증가한다. 그리고, 3개의 경우 모두 W가 증가할 때 5.0에서 7.5 사이에는 성공률의 증가 폭이 큰 특징을 보였으나, 그 이상에서는 증가 폭이 그리 크지 않았고 12.5이상에서는 감소하기까지 했다. 또,  $\lambda$ 와 W가 고정된 값이라고 생각할 경우,  $\alpha = 0.95$ 에서  $\alpha = 0.99$ 로 변할 때 성공률의 변화율이 가장 컸다.

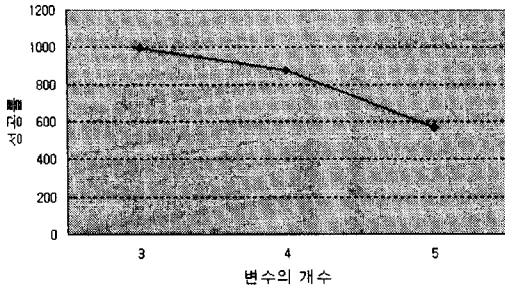


그림 2. 변수의 개수에 따른 성공률

그림 2는 변수의 개수에 따른 성공률을 나타낸다.  $W = 15$ ,  $\alpha = 0.99$ 일 때 변수 개수에 따른 성공률은 변수의 개수가 증가하면 감소함을 보였다. 이 데이터로써 ES는 변수의 개수가 증가하면 절대 극값을 못 찾는 경우도 발생한다는 문제점이 검증되었다.

이런 모든 결과를 종합해 볼 때, ES는 자식 세대의 수가 많을수록 변수의 개수가 적을수록 더 정확한 최적화가 가능하다는 것을 알 수 있다. 그리고, 자식 세대의 수가 많아서 그만큼 극부 최적점을 찾을 가능성이 적어지는 경우는 W값이 어느 정도 이상이면 크게 영향을 받지 않고  $\alpha$ 값에 영향을 많이 받는다. 그러나, 자식 세대의 수가 적은 경우에는 W값과  $\alpha$ 값에 영향을 많이 받는다.

## 5. 결론

본 논문에서는 ES의 수렴 속도와 성공률에 기여하는 파라미터 선정에 대해 제안한다. ES의 자식 세대가 많은 경우에는 W값 보다는  $\alpha$ 값에 더 많은 영향을 받기 때문에, W값은 설계 변수 범위의 중간치 정도로 하고  $\alpha$ 값을 증가시켰을 때 좋은 결과를 나타낸다. 그러나, 자식 세대가 적은 경우에는 W와  $\alpha$ 값에 영향을 많이 받기 때문에 두 값이 클수록 더 좋은 결과를 보임을 알게 되었다. 이런 결과들을 이용하면 전기기기 최적 설계에 응용하는데 도움이 될 것으로 사료된다. 그러나, ES는 설계 변수가 증가하면 최적값을 찾는 성공률이 떨어지는 단점이 있기 때문에 향후 ES에 다른 최적화 기법을 보완하여 더 좋은 최적화를 할 수 있는 방법을 찾으려 해야 할 것이다.

## [참 고 문 헌]

- [1] 박정태, "퍼지결정법을 이용한 전기자동차용 유도전동기의 다중목적 최적 설계", 서울대학교 공학박사 학위논문, 1997
- [2] 김민규, "전기자동차 구동용 3상 유도전동기의 다중목적 최적 설계", 서울대학교 공학석사 학위논문, 1997