

영구자석 계자형 동기발전기의 고조파 저감을 위한 자기회로 최적설계

\*이재건, \*임양수, \*김영균, \*강규홍, \*홍정표, \*\*장기찬  
 \*창원대학교 전기공학과  
 \*\*전기연구소 메카트로닉스 그룹

Shape Optimization for the EMF Harmonics Reduction of PM type Synchronous Generators

\*Jae-gun Lee, \*Yang-soo Lim, \*Young-kyoun Kim, \*Gyu-Hong Kang, \*Jung-Pyo Hong, \*\*Ki-chan Chang  
 \*Dept. of Electrical Engineering, Changwon Nat'l Univ.  
 \*\*KERI Mechatronics group

**Abstract** - This paper presents the shape optimization to minimize the BEMF(Back Electro-Motive Force) harmonics of PM type synchronous generators. RSM(Response Surface Methodology) is used to find the optimal solution. We used the 2D-Finite Element Method to obtain the observed data of the BEMF and SQP(Sequential Quadratic Problem method) is used to solve the constrained nonlinear optimization problem.

1. 서 론

일반적으로 동기발전기의 출력 전압은 왜곡된 파형을 가진다. 이러한, 출력 전압의 왜곡은 공극의 자기저항 변화와 철심의 포화 때문에 공극 자속이 정현적이지 못하고 리플을 포함하고 있기 때문에 발생한다. 따라서, 발전기 설계에 있어서, 무부하 역기전력 파형은 발전기의 성능 평가에 기준이 되며, 출력 전압의 최대 왜형률은 설계시 고려해야 하는 주요한 인자이다[1,2].

따라서, 본 논문에서는 유기기전력의 고조파 저감을 위한 최적 설계방법으로 통계적 근사방법인 RSM(Response Surface Methodology)을 제안하였다. 일반적으로 최적설계기법들은 설계변수의 분포의 취급유무에 따라 결정론적 방법 (deterministic approach)과 통계적 방법 (stochastic approach)으로 분류할 수 있다. 이러한 기존의 최적화방법들은 설계공간에 대한 전반적인 상황을 알 수 없다. 단지, 최적해만을 구할 수 있을 것이다. 그리고 설계변수의 상호작용이 존재하는 복잡한 설계문제에 있어서 실질적인 목적함수 형태의 정의가 쉬운 일이 아니다.

반면에, RSM은 설계변수와 응답(출력)에 대한 관측 자료로부터 해석적인 근사모형을 만들므로써, 이 해석적인 근사모형은 제약조건을 가지는 실질적인 목적함수를 쉽게 만들 수 있을 뿐만 아니라 계산시간도 많이 단축할 수 있으며, 설계공간내의 전반적인 현상을 예측가능하도록 한다.

따라서, 본 논문에서는 유한요소법을 이용하여 영구자석 계자형 동기발전기의 쇄교자속 및 유기기전력을 계산하고, 영구자석 계자형 동기발전기 유기기전력의 고조파 분석은 DFT(Discrete Fourier Transform)를 이용하였다. 그리고 유기기전력의 고조파를 저감하기 위해서 왜형율을 구하고, 통계적 근사방법인 RSM을 이용하여 왜형율이 최소가 되도록 영구자석 계자형 동기발전기의 자기회로를 설계하였다.

2. FEM을 이용한 역기전력 계산

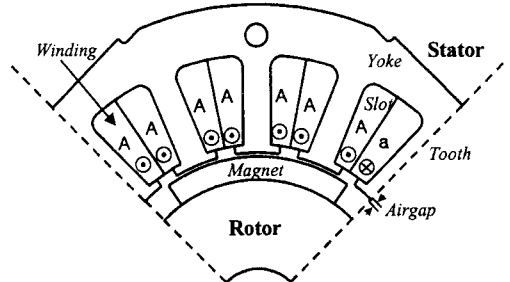


그림 2.1 발전기 해석 모델

표 2.1 발전기의 기본 사양

상수	단상	잔류 자속 밀도 (T)	1.12
극수	4	적층길이 (mm)	68
권선 방법	이층권, 단절권(3/4)	공극길이 (mm)	0.5

2.1 영구자석형 동기발전기

영구자석형 동기발전기의 극수는 4극이며, 총 16개의 슬롯을 가진다. 그리고 이층권으로 단절계수는 3/4 이고 각 슬롯의 권회수는 34회이다. 표 2.1에 발전기의 기본 사양을 나타내었으며, 그림 2.1은 유한요소 해석을 위한 발전기의 1/4 모델을 나타내었다.

2.2 해석 이론

영구자석에 의한 코일에 쇄교하는 자속량을 구하기 위해서 영구자석을 포함하는 해석대상의 자기벡터 포텐셜  $\vec{A}$ 를 계변수로 하는 지배 방정식은 맥스웰 방정식으로 부터 식(1)과 같이 유도된다.

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) = \nabla \times \frac{1}{\mu_r} \vec{M}_r \quad (1)$$

여기서,  $\mu$ 는 투자율,  $\mu_r$ 은 영구자석 비투자율,  $\vec{M}_r$ 은 영구자석의 자화값이다. 식(1)을 정리하면 해석영역의 지배방정식은 다음 식(2)와 같이 쓸 수 있다.

$$-\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) = J_m \quad (2)$$

여기서,  $A$ ,  $J_m$  은  $z$  방향 성분 벡터이고,  $J_m$  은 영구자석에 의한 등가자화전류 밀도이다.

### 2.3 역기전력 계산

발전기의 쇄교자속이나 유기기전력을 계산하기 위해서는 고정자와 회전자 상대위치를 변화시키며 매 스텝마다 해석을 수행해야하기 때문에 많은 시간과 노력이 필요하다. 본 연구에서는 이러한 번거로움을 피하기 위해 1슬롯 피치에 대한 해석결과를 이용하였으며, moving-line technique을 이용하여 한번의 요소생성 만으로 한 주기의 특성을 해석하였다[2].

발전기의 권선에 쇄교되는 자속량은 다음 식(3)으로부터 구할 수 있다.

$$\lambda = \int (N^+ A^+ - N^- A^-) dl \quad (3)$$

여기서,  $\lambda$  는 쇄교자속량이고  $N$  은 직렬권회수이다. 그리고, 발전기에 유기되는 상전압은 쇄교자속량으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$V_p(t) = - \frac{d\lambda}{dt} \quad (4)$$

발전기 유기전압의 고조파 분석을 위해서 DFT (Discrete Fourier Transform)를 이용하였으며, 유기전압의 각 고조파 성분은 식(5)로부터 구해진다.

$$V_{pk} = \left| \sum_{n=0}^{M-1} V_p(n) e^{-j2\pi nk/M} \right| \quad (5)$$

여기서,  $M$  은 무부하 역기전력의 데이터 수,  $k$  는 고조파 차수,  $V_{pk}$  는  $k$  번째 고조파에 대한 유기된 상전압의 최대치이다.

상전압의 기본파에 비해서 고조파 성분이 어느 정도 포함되어 있는지에 대한 평가는 왜형률을 사용하였으며, 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$\epsilon = \frac{V_{pk}^*}{V_{p1}} \times 100 \quad [\%] \quad (6)$$

$$V_{pk}^* = \sqrt{\sum_{k=2}^N V_{pk}^2} \quad (7)$$

여기서,  $V_{p1}$  은 기본파성분의 최대치이다.

## 3. RSM을 이용한 최적화

### 3.1 RSM의 기본 개념

RSM은 어떤 공정이나 시스템으로부터 관측된 자료를 근거로 하여 실제 응답과  $k$  개의 설계 변수들 사이에 인과 관계를 규명한다[3]. 설계변수에 대응되는 응답 또는 출력값은 일반적으로 실제 실험이나 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 얻어지며, 본 논문에서는 설계변수와 출력값의 대응관계를 유한요소법을 이용하여 자료를 확보하였다. 따라서, 실제적인 응답함수  $F$  는 미지의 값이고, 경우에 따라 매우 복잡해 질 수 있기 때문에, 관측값  $y$  와  $F$  사이의 관계는 식(8)과 같이 나타낼 수 있다[3].

$$y = F(x_1, x_2, \dots, x_k) + \epsilon \quad (8)$$

$\epsilon$  은 응답의 오차항이고, 변수  $x_1, x_2, \dots, x_k$  는 코드 변수이다. 여기서는  $\epsilon$  을 통계적인 오차로 다루고, 일반적으로 평균이 0이고 분산  $\sigma^2$  을 가지는 정규분포로 가정한다. 많은 경우에 있어서, 실제 응답함수  $F$  는 테일러 급수 전개로부터 식 (9)와 같이, 2차의 다항식 모델의 형태로 나타낼 수 있다.

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \sum_{i \neq j} \beta_{ij} x_i x_j + \epsilon \quad (9)$$

따라서 근사함수로부터  $n$  개의 샘플 자료로부터 추정된 출력값  $\hat{y}$  는 행렬의 형태로서 식(10)과 같이 정리된다.

$$\hat{y} = X \hat{\beta} \quad (10)$$

여기서, 기호  $\Lambda$  는 추정 값을 나타낸다. 식 (10)에서  $X$  는 다항식 모형의 항을 나타내는 행렬이고, 벡터  $\hat{\beta}$  는 2차 다항식 모형의 회귀 계수이다. 회귀계수는 식(10)에 최소자승법을 적용하여 식(11)과 같이 구할 수 있으며, 식(11)을 일반식이라 한다.

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (11)$$

### 3.2 목적함수의 정의

발전기 유기전압의 고조파를 저감하기 위해서, 영구자석의 자극비, 편심, 스큐를 설계변수로 정의하였으며, 그림 3.1에 나타내었다.

설계변수와 출력변수사이의 관계를 나타내는 응답함수는 중심합성계획법(CCD)을 이용하여, 15번의 유한요소 해석을 통해서 구하였다. 따라서 각 변수들의 총 레벨수는 5개가 되며, 표 3.1에 변수들의 범위를 레벨에 따라 정리하여 나타내었다.

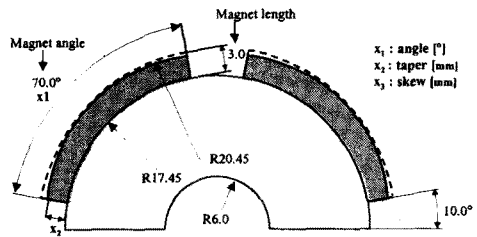


그림 3.1 설계변수

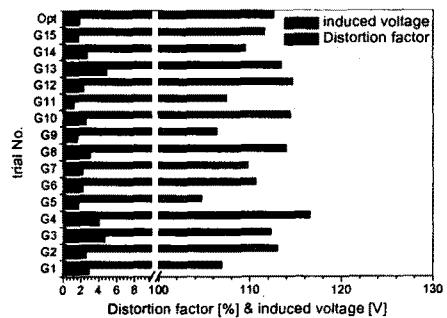


그림 3.2 상전압의 실효치와 왜형률

표 3.1 설계변수의 범위

구분	변수레벨				
	1	2	3	4	5
자극비( $x_1$ )	61.59	65	70	75	78.41
편심( $x_3$ )	1.9908	2.1954	2.4954	2.7954	3
스큐( $x_3$ )	1.9908	2.4	3	3.6	4.0092

표 3.2 추정된 회귀계수

회귀 계수	$f_{rms}$ (V)	$f_d$ (%)	회귀 계수	$f_{rms}$ (V)	$f_d$ (%)
$\beta_0$	$7.9 \times 10^1$	$-8.5 \times 10^1$	$\beta_{22}$	1.21	-1.9
$\beta_1$	-1.4	$3.6 \times 10^1$	$\beta_{33}$	2.3	$-1.1 \times 10^{-1}$
$\beta_2$	-1.04	$3.8 \times 10^1$	$\beta_{12}$	$9.1 \times 10^{-3}$	$-2.9 \times 10^{-1}$
$\beta_3$	$-1.8 \times 10^1$	$8.4 \times 10^{-2}$	$\beta_{13}$	$9.6 \times 10^{-2}$	$-1.0 \times 10^{-2}$
$\beta_{11}$	$8.1 \times 10^{-3}$	$-1.6 \times 10^{-2}$	$\beta_{23}$	-1.33	$-2.7 \times 10^{-1}$

각 설계변수의 조합에 따른 상전압의 실효치와 왜형률은 그림 3.2에 나타내었다. 그리고 2차 다항식 모형의 근사함수를 구하고, 회귀 계수를 표 3.2에 나타내었다. 여기서,  $f_{rms}$ 는 상전압의 실효치,  $f_d$ 는 상전압의 왜형률을 각각 나타낸다.

본 논문에서는 발전기 유기전압의 고조파를 저감하기 위하여 목적함수로서 설계변수와 왜형률의 관계를 2차 다항식으로 근사한  $f_d$ 를 목적함수로 정의하고, 제약조건으로서 상전압의 실효치에 대한 근사함수  $f_{rms}$ 를 이용하여, 상전압의 실효치가 112 (V)이상이 되도록 다음과 같이 정의하였다.

Objective function :  $f(x) = f_d(x)$  (12)

Subject to :  $g_1(x) = f_{rms}(x) \geq 112$  (13)

$61.59 \leq x_1 \leq 78.41, 1.9908 \leq x_2 \leq 3,$

$1.9908 \leq x_3 \leq 4.0092$

그리고, 제약 조건을 가진 최적화 문제의 해를 구하기 위해서 순차 이차계획법(SQP)을 사용하였다.

4. 최적화 수행 결과

RSM을 이용하여 설계변수와 상전압의 실효치 및 왜형률에 대한 근사 다항식을 구하고, 식 (12)와 식(13)에 정의한 목적함수와 제약함수로부터 최적화를 수행한 결과를 표 4.1에 나타내었다.

RSM을 이용한 최적화 결과로서 왜형률은 약 90(%)의

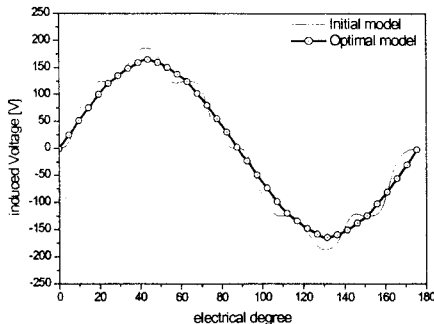


그림 4.1 초기 모델과 최적 모델의 상전압

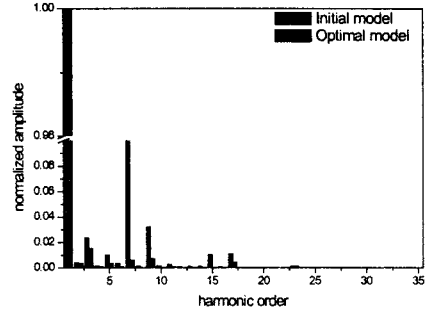


그림 4.2 상전압의 고조파 분석

표 4.1 최적화 수행결과

설계변수	최적해	유기전압 (V)	왜형률(%)
자극비( $x_1$ )	72.68		
편심( $x_2$ )	2.39	112.67	1.19
스큐( $x_3$ )	3.07		

감소하였으며, 유기전압 실효치는 112(V)를 만족하였다. 그리고, 상전압 파형 및 고조파 분석 결과를 초기 모델과 최적 모델에 대해서 그림 4.1과 그림 4.2에 각각 비교하여 나타내었다. 그리고 그림 4.3은 스큐가 3.06(°)일 때, 상전압의 왜형률에 대한 Response surface를 나타내고 있다. RSM은 이런 Response surface를 통해서 설계공간내의 설계변수와 응답과의 관계를 쉽게 예측할 수 있도록 한다.

5. 결 론

본 논문에서는 RSM과 유한요소법을 적용하여 영구자석형 발전기의 고조파 저감을 위한 최적설계방법을 제시하였다. 본 논문에서 제안한 방법으로부터, 발전기의 상전압은 112(V)를 만족하고 왜형률은 약 90(%)의 감소를 가져왔다. 따라서, 전기기기 성능에 대한 해석적인 근사모형을 만들으로써 그 성능을 쉽게 예측할 수 있으므로 RSM을 전기기기 설계시 이용한다면 매우 유용할 것으로 판단된다.

[참 고 문 헌]

[1] K. Ide, et al., "Higher Harmonics calculation of Synchronous generators on the basis of magnetic field analysis considering rotor movement," IEEE Trans. Magn., Vol. 28, pp.1359-1362, 1992.  
 [2] J.P.Hong et al., "Pole Shape Optimization for the EMF Harmonics Reduction of Synchronous Generators ", Nonlinear Electromagnetic Systems, IOS Press, pp. 108~111, 1996.  
 [3] Myers et al., *Response Surface Methodology*, WI-LEY INTER SCIENCE, 1995.

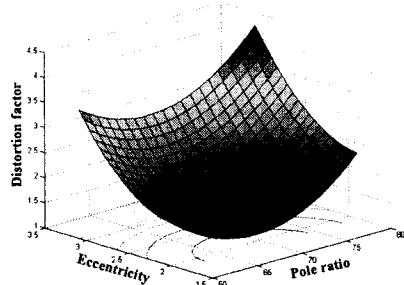


그림 4.3. 왜형률에 대한 응답표면