

## 초음속 유동에서 열응력을 받는 원통형 복합적층 쉘의 자려진동 특성

<sup>0</sup>오일권\*, 이 인\*\*, 구교남\*\*\*

### Self-excited Vibration Characteristics of Cylindrical Composite Shells subject to Thermal Stresses in Supersonic Flow

<sup>0</sup>Il-Kwon Oh\*, In Lee\*\* and Kyo-Nam Koo\*\*\*

#### ABSTRACT

The supersonic flutter analysis of cylindrical composite panels subject to thermal stresses has been performed using layerwise nonlinear finite elements. The geometric nonlinear finite elements of cylindrical shells are formulated using hamilton's principle with von Karman strain-displacement relationship. Hans Krumhaar's modified supersonic piston theory is applied to calculate aerodynamic loads for the panel flutter analysis. The present results show that the critical dynamic pressure of cylindrical panels under compressive thermal stresses can be dramatically reduced. The margin of aerothermoelastic stability considering thermal and aerodynamic coupling should be verified in the structural design of launch vehicles and high speed aircrafts.

#### 1. 서 론

초음속 이상의 영역에서 비행하는 발사체나 비행체는 극심한 공기력(aerodynamics) 뿐만 아니라 공력가열(aerodynamic heating), 공력소음(acro-acoustic) 그리고 추진(propulsion)에 의한 극한 환경에 처하게 된다. 이런 외적 요소들은 각기 독립된 영역이 아니라 서로 밀접하게 상호연계(coupling)되어 있으며 구조물의 정적 및 동적 불안정 거동 그리고 피로 파괴에 직접적으로 영향을 미친다. 특히, 초음속 유동하의 임계 동압이상을 넘어서면 외피 패널은 유동의 비정상 공기력과 구조물의 탄성력 그리고 관성력의 상호작용에 의해 대진폭(large amplitude)의 자려진동(self-excited vibration)이 발생하는데 이를 패널 플러터[1]라고 한다. 더 나아가 초음속 유동에서 비행체 표면에

서의 공력가열은 구조물의 면내 열응력을 유발하여 플러터 특성을 급격히 저하시킬 수 있는 것으로 알려져 있다[2]. 패널 플러터 현상에서 대진폭 자려진동은 구조물의 피로파괴와 직결되기 때문에 초음속 비행체 설계시 열응력을 고려한 공력열탄성학적 안정성이 반드시 검증되어야 한다.

열-기계적 면내하중에 의한 패널의 좌굴과 간-정적 안정성과 비선형 거동해석에 대한 연구는 고속 비행체의 개발에 따라 과거 50 여 년 동안 수행되어 왔다. 최근에 Yang과 Han[3]은 고차 삼각 유한요소를 사용하여 면내하중이 작용하는 좌굴된 평판의 미소진동해석과 대진폭 진동해석을 수행하였다. Haung과 Tauchert[4]는 복합적층 원통형 패널의 열적 변형해석을 수행하였다. Birman과 Birt[5]는 열하중을 받는 평판과 쉘의 스넵핑 현상을 유발하는 조건식을 제시하였다. Librescu 등[6]은 열-기계적 하중이 작용하는 등방성 평판과 쉘의 대변형을 고려한 미소진동해석을 수행하였다. Oh와 Lee[7]는 원통형 패널의 열적 스넵핑은 정적인

\* 대학원, KAIST 기계공학과 항공우주공학전공

\*\* KAIST 기계공학과 항공우주공학전공

\*\*\* 울산대학교 수송시스템공학부 항공우주공학전공

변형 뿐만 아니라 진동수 및 진동모드들을 급격히 변화시킬 수 있음을 제시하였다. 이런 열응력을 받는 패널의 진동특성은 패널 플러터에 직접적으로 영향을 미칠 수 있다.

원통형 패널에 대한 최근의 공력탄성학적인 안정성 연구를 살펴보면, Bismarck-Nasr[8]는 얇은 셸에 대하여 경계조건과 형상변화에 따른 플러터 경계 추이를 제시하였다. Pidaparti와 Yang[9]은 고정밀 사변형 유한요소를 사용하여 복합적층 원통형 및 콘형 셸에 대한 플러터 해석을 수행하였다. 여기서 경계조건, 섬유각, 이방성 정도 그리고 공기흐름각에 따른 플러터 특성들이 연구되었다. 로켓 및 발사체 동체의 구조요소인 곡률이 있는 패널의 경우는 기하학적인 형상의 복잡성과 결부되어 구조물의 열-기계적(thermo-mechanical) 좌굴후 거동(postbuckling)에서 지지하중이 급격히 감소하는 불안정 좌굴(unstable buckling, [7])특성을 갖는다. 기존의 연구내용을 살펴 보면 열하중과 결부된 셸 패널 플러터에 대한 연구는 평판과는 달리 셸의 고유한 비선형 특성인 스넵핑 거동때문에 연구가 전무한 상태이다.

본 연구에서는 공력열탄성학적인 관점에서 고온 환경에 의한 열응력이 작용하는 원통형 패널의 자러진동 특성을 연구하고자 한다. 이를 위해 층별변위장 이론에 바탕을 둔 원통형 패널의 기하학적 비선형을 고려한 유한요소해석 프로그램을 개발하였으며 다양한 해석 예제와 비교하여 코드의 검증을 수행하였다. 열하중에 의한 불안정 좌굴거동을 다루고 더 나아가 공기력과 연계한 공력열탄성학적인 안정성을 다루고자 한다.

## 2. 비선형 층별변위 유한요소정식화

### 2.1. 기하학적 비선형을 고려한 층별변위장 이론

$x-\phi-z$  곡면상의 영역에 유한요소  $\Omega_i$ 에 대한 변위장(displacement field)은 일반 적층이론(Generalized Laminate Theory)을 이용하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} u(x, \phi, z, t) &= \sum_{j=1}^N U^j(x, \phi, t) \Phi^j(z) \\ v(x, \phi, z, t) &= \sum_{j=1}^N V^j(x, \phi, t) \Phi^j(z) \\ w(x, \phi, z, t) &= W(x, \phi, t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $N$ 는 면내변위들에 대한 두께방향 자유도수이며  $\Phi^j$ 는 보간함수로써 식(2)와 같은 선형보간을 사용하였다.

$$\Phi^j(z) = \begin{cases} 0 & \text{for } z_j < z \\ \Psi_2^{j-1}(z) = \frac{z - z_{j-1}}{z_j - z_{j-1}} & \text{for } z_{j-1} < z < z_j \\ \Psi_1^j(z) = -\frac{z - z_{j+1}}{z_{j+1} - z_j} & \text{for } z_j < z < z_{j+1} \\ 0 & \text{for } z < z_{j+1} \end{cases} \quad (2)$$

해석할 원통형 셸의 기하학적 형상은 Fig.1과 같으며  $\theta$ 는 적층각을,  $R$ 은 곡률을 의미한다.

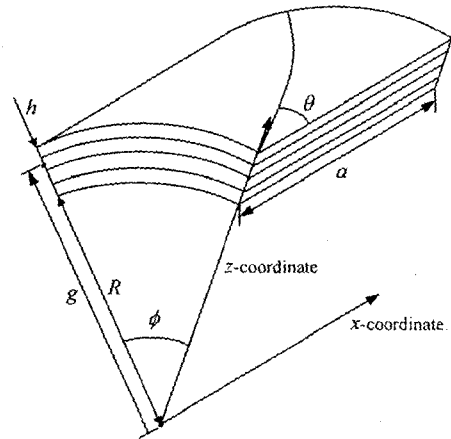


Fig. 1 Geometry of cylindrical composite shell.

열하중에 의한 대변형을 고려하기 위해 다음과 같은 von Karman 변위-변형을 비선형 관계식을 적용하였다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2, & \epsilon_{22} &= \frac{\partial v}{g \partial \phi} + \frac{w}{g} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{g \partial \phi} \right)^2, \\ \gamma_{23} &= \frac{\partial w}{g \partial \phi} + \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{v}{g}, & \gamma_{13} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \\ \gamma_{12} &= \frac{\partial u}{g \partial \phi} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{g \partial \phi} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 변위장 가정에 따라  $\epsilon_{33} \approx 0$ 이며  $g$ 는 원점에서 원통형 패널의 임의의 점까지 반경을 의미한다.

### 2.2. 유한요소 지배방정식의 유도

열응력이 작용하는 복합적층패널의 응력과 변형률 사이의 구성방정식은 다음과 같다.

$$\{\sigma\}_k = [\bar{Q}]_k (\{\epsilon\}_k - \{\bar{\alpha}\}_k \Delta T_k) \quad (4)$$

여기서  $k$ 는  $k$ 번째 단층을 의미하며  $[\bar{Q}]$ 는 적층각  $\theta$ 에 따른 변환된 강성행렬을,  $\{\bar{\alpha}\}$ 는 변환된 열팽창 계

수를 의미한다.

원통형 복합적층 패널의 운동방정식을 구하기 위하여 해밀톤의 정리를 적용한다.

$$\delta \Pi = \delta(U + V) - \delta K$$

$$= \int_0^L \left\{ \int_0^{2\pi} (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} - f_i \delta u_i - \rho \dot{u}_i \delta \dot{u}_i) dV - \int T_i \delta u_i dS \right\} dt$$

$$= 0 \quad (5)$$

식(5)에 유한요소  $\Omega_i$ 에 대해 변위를 형상함수로 보간하여 정리하면 유한요소 운동방정식을 얻을 수 있으며 조합(assembly)과정을 거쳐 다음과 같은 전체 비선형 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + (\mathbf{KL} - \lambda_r \mathbf{K}^{M'} + \frac{1}{2} \mathbf{KN1}(\mathbf{u}) + \frac{1}{2} \mathbf{KN2}(\mathbf{u}))\mathbf{u} = \lambda_r \mathbf{F}^{M'} + \mathbf{F}^r \quad (6)$$

여기서  $\mathbf{M}$ 은 질량행렬을,  $\mathbf{KL}$ 은 선형강성행렬을,  $\mathbf{K}^{M'}$ 는 열응력에 의한 기하강성행렬을,  $\mathbf{KN1}(\mathbf{u})$ 는 일차 비선형강성행렬,  $\mathbf{KN2}(\mathbf{u})$ 는 이차 비선형강성행렬을,  $\mathbf{F}^{M'}$ 는 열응력에 의한 면내하중을,  $\lambda_r$ 는 열하중 인자를 그리고  $\mathbf{F}^r$ 는 공기력을 의미한다. 세부적인 유도과정은 Oh와 Lee[7]의 논문에 세부적으로 기술되어 있다.

원통형 실린더에 주로 적용되는 공기력 이론은 Hans Krumhaar의 제안에 의한 변형된 피스톤 이론이며 압력차는 다음과 같이 정의 된다.

$$\Delta P = -\frac{2q}{\sqrt{M^2 - 1}} \left\{ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{U_r} \left( \frac{M^2 - 2}{M^2 - 1} \right) \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{1}{2R\sqrt{M^2 - 1}} w \right\}$$

$$= \beta \frac{\hat{c}w}{\hat{c}x} + \mu \frac{\hat{c}w}{\hat{c}t} - \gamma w \quad (7)$$

공기력에 의한 가상일에 유한요소 형상함수를 적용하면 다음과 같은 동압에 의한 공기력을 구할 수 있다.

$$\mathbf{F}^{M'} = -\beta \mathbf{A}_p \mathbf{u} - \mu \mathbf{A}_m \dot{\mathbf{u}} + \gamma \mathbf{A}_v \mathbf{u} \quad (8)$$

### 2.3. 열적 좌굴후 거동 및 미소진동 해석기법

식(6)을 이용하여 열적 좌굴후 거동과 좌굴된 패널의 진동해석을 수행하기 위해서 대변형 상태에서 미소진동을 가정( $\mathbf{u} = \mathbf{u}_s + \mathbf{u}_t$ )하면 다음과 같이 연관된 두 개의 방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{q}(\mathbf{u}_s, \lambda_r) = (\mathbf{KL} + \frac{1}{2} \mathbf{KN1}(\mathbf{u}_s) + \frac{1}{2} \mathbf{KN2}(\mathbf{u}_s))\mathbf{u}_s - \lambda_r \mathbf{K}^{M'} \mathbf{u}_s - \lambda_r \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad (9)$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_t + (\mathbf{KL} - \lambda_r \mathbf{K}^{M'} + \mathbf{KN1}(\mathbf{u}_s) + \mathbf{KN2}(\mathbf{u}_s))\mathbf{u}_t = \mathbf{0} \quad (10)$$

여기서 식(9)는 비선형 정적 평형방정식으로 열응력

에 의해 유기되는 대변형을 해석할 수 있는 식이다. 식(10)은 식(7)에서 구한 열적 대변형( $\mathbf{u}_s$ ) 상태에서 미소 조화진동한다는 가정아래 진동해석을 수행할 수 있는 동적 방정식이다. 원통형 패널의 경우 열하중이 작용하면 스냅핑(snapping)현상이 발생할 수 있으므로 식(9)를 풀기 위해서 뉴턴-랩슨(Newton-Raphson)반복법에 원통형 호길이(cylindrical arc-length, [10])법을 적용하였다. 식(9)의 (i+1)번째 반복계산을 위해 선형화 시키면 다음과 같다.

$$\mathbf{q}^{i+1} = \mathbf{q}^i(\mathbf{u}_s^i, \lambda_r^i) + \frac{\partial \mathbf{q}^i}{\partial \mathbf{u}_s^i} \delta \mathbf{u}_s^{i+1} + \frac{\partial \mathbf{q}^i}{\partial \lambda_r^i} \delta \lambda_r^{i+1} = \mathbf{0} \quad (11)$$

여기서 식(11)을  $\delta \mathbf{u}_s^{i+1}$ 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\delta \mathbf{u}_s^{i+1} = -\mathbf{K}^{T-1} \mathbf{q}^i(\mathbf{u}_s^i, \lambda_r^i) - \delta \lambda_r^{i+1} \mathbf{K}^{T-1} \frac{\partial \mathbf{q}^i}{\partial \lambda_r^i}$$

$$= \delta \bar{\mathbf{u}}^i + \delta \lambda_r^{i+1} \delta \mathbf{u}_{\lambda_r}^i \quad (12)$$

여기서

$$\mathbf{K}^T = \frac{\partial \mathbf{q}^i}{\partial \mathbf{u}_s^i} = \mathbf{KL} - \lambda_r^i \mathbf{K}^{M'} + \mathbf{KN1}(\mathbf{u}_s^i) + \mathbf{KN2}(\mathbf{u}_s^i)$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}^i}{\partial \lambda_r^i} = -\mathbf{K}^{M'} \mathbf{u}_s^i - \mathbf{F}$$

중분( $\Delta$ )량과 미소( $\delta$ )량 사이의 변위와 하중의 관계를 나타내면 다음과 같다.

$$\lambda_r^{i+1} = \lambda_r^i + \delta \lambda_r^{i+1}, \quad \Delta \lambda_r^{i+1} = \Delta \lambda_r^i + \delta \lambda_r^{i+1} \quad (13)$$

$$\mathbf{u}_s^{i+1} = \mathbf{u}_s^i + \delta \mathbf{u}_s^{i+1}, \quad \Delta \mathbf{u}_s^{i+1} = \Delta \mathbf{u}_s^i + \delta \mathbf{u}_s^{i+1} \quad (14)$$

식(12)는  $\delta \mathbf{u}_s^{i+1}$ 와  $\delta \lambda_r^{i+1}$ 가 미지수로서 이를 풀기 위해서는 부가적인 제한식이 필요한데 여기서는 원통형 호길이( $\Delta l$ )법에 의한 제한식을 사용하였다.

$$\Delta \mathbf{u}_s^{i+1} \Delta \mathbf{u}_s^{i+1} = \Delta \mathbf{u}_s^i \Delta \mathbf{u}_s^i = \Delta l^2 \quad (15)$$

식(15)에 식(12)과 식(14)를 대입하여 정리하면  $\delta \lambda_r^{i+1}$ 에 대한 다음과 같은 2차방정식을 얻을 수 있다.

$$a_1 \delta \lambda_r^{i+1 2} + a_2 \delta \lambda_r^{i+1} + a_3 = 0 \quad (16)$$

여기서

$$a_1 = \delta \mathbf{u}_{\lambda_r}^i \Delta \mathbf{u}_s^i$$

$$a_2 = 2\delta \mathbf{u}_{\lambda_r}^i \Delta \mathbf{u}_s^i + \delta \bar{\mathbf{u}}^i$$

$$a_3 = (\Delta \mathbf{u}_s^i + \delta \bar{\mathbf{u}}^i)^T (\Delta \mathbf{u}_s^i + \delta \bar{\mathbf{u}}^i) - \Delta l^2$$

식(16)를 풀게되면 두 근이 나오게 되는데 여기서는 앞선 중분변위( $\Delta \mathbf{u}_s^i$ )와의 방향차가 적은 값을 주는

근을 택하였다. 식(16)에서 호길이( $\Delta l$ )는 초기 증분 하중( $\Delta \lambda_0^i$ )가 주어졌을 때 다음과 같은 식을 사용하여 결정하였으며 다음 하중증분에서도 일정하게 유지하여 사용하였다.

$$\Delta l = \Delta \lambda_0^i \sqrt{\delta \mathbf{u}_{i,T}^T \delta \mathbf{u}_{i,T}} \quad (17)$$

전체 반복계산에서 수렴성을 판별하기 위해서 다음과 같은 불평형 변위와 하중 놈(norm)의 수렴판별 식을 사용하였다.

$$\frac{\|\delta \mathbf{u}^{i+1}\|}{\|\mathbf{u}^{i+1}\|} \leq \varepsilon_u, \quad \frac{\|\delta \mathbf{q}^{i+1}\|}{\|\mathbf{q}^{i+1}\|} \leq \varepsilon_q \quad (18)$$

계산에서 사용된  $\varepsilon_u$ 와  $\varepsilon_q$ 는  $1.0 \times 10^{-3}$  으로 설정하였다.

열적 좌굴후 거동해석에 의해 수렴된  $\mathbf{u}_i$ 를 식(10)에 적용하여 대변형 상태에서 미소진동해석을 수행할 수 있다.

$$[\mathbf{KL} - \lambda_i \mathbf{K}^{NL} + \mathbf{KN1}(\mathbf{u}_i) + \mathbf{KN2}(\mathbf{u}_i) - \omega^2 \mathbf{M}] \bar{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (19)$$

진동해석은 스카이라인(skyline) 부공간반복법을 사용하였으며 스냅핑(snapping)현상이 일어나는 영역에서는 강성행렬값이 non-positive하게 됨으로 이런 영역에서는 해석하지 않고 넘어가도록 하였다.

#### 2.4. 열하중을 고려한 패널 플러터 해석

초음속 공기력학을 고려한 동적운동방정식에서 식(19)에서 구한 진동모드들을 이용하여 다음과 같은 축약된 플러터 방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{M}^* \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}(\beta, \mathbf{u}_i) \mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (20)$$

여기서

$$\mathbf{M}^* = \Phi^T \mathbf{M} \Phi \quad (21)$$

$$\mathbf{K}(\beta, \mathbf{u}_i) = \Phi^T \left( \mathbf{K0} + \beta \mathbf{A}_\beta + \gamma \mathbf{A}_\gamma - \mathbf{K}^{\Delta T} + \mathbf{KN1}(\mathbf{u}_i) + \mathbf{KN2}(\mathbf{u}_i) \right) \Phi \quad (22)$$

모달 접근법을 사용하기 위해서는 정확한 계산을 위해 어떤 모드를 몇 개정도 까지 취해야 하는지에 대한 수렴도 시험(convergence test)를 거쳐야 한다. 본 결과에서는 모드 30개를 사용하여 원통 방향의 고차모드에서 플러터가 일어나는 것을 고려할 수 있도록 하였다.

### 3. 해석 결과 및 토의

#### 3.1. 해석 프로그램의 검증

본 연구에서 개발된 원통형 패널의 해석 프로그램을 검증하기 위해서 자유진동과 열적 비선형 거동 문제를 다루었다. 자유진동해석 검증을 위해 일차횡전단변형판이론(FST)에 바탕을 둔 Chandrashekhara[11]의 논문과 비교하였다. 해석 패널의 적층은 [0/90] 비대칭 직교적층이고 사면이 모두 고정지지 되었다. 유한요소격자는 9절점  $15 \times 15$ 로 해석되었다. 기하학적인 형상과 재료 물성치는 다음과 같다.

$$E_1 = 21 \times 10^6 \text{ psi}, \quad E_2 = E_3 = 1.4 \times 10^6 \text{ psi}, \quad (23)$$

$$G_{12} = 0.6 \times 10^6 \text{ psi},$$

$$\nu_{12} = 0.3, \quad \rho = 0.1475 \times 10^{-3} \text{ lb-sec}^2/\text{in}^4$$

반경과 사잇각(shallowness angle,  $\phi$ )의 변화에 따라 비교되었으며 해석 결과는 Table 1에 정리하였다. 첫번째 진동수를 살펴보면 현재의 층별변위장이론(Layerwise displacement theory, LWT)에 바탕을 둔 해석결과가 Chandrashekhara[11]의 일차횡전단변형판이론의 결과 보다 다소 낮게 예측함을 알 수 있다. 현재의 결과로 볼 때 개발된 진동 해석 프로그램이 검증되었다고 볼 수 있을 것이다.

Table 1. Free vibration of clamped cylindrical cross-ply [0/90] panels. (a=b=10 in, h=0.1 in)

R/a	FST[9]	Present Results (LWT)				
	$f_1$ (Hz)	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
10	458.21	456.46	570.80	681.77	794.37	1062.4
20	331.54	331.16	566.72	599.35	783.69	1051.6
30	301.25	301.16	566.01	581.79	781.67	1049.9
40	289.74	289.71	565.61	575.24	780.83	1049.0
50	284.19	284.25	565.64	572.10	780.58	1048.9
100	276.44	276.44	565.00	567.49	779.72	1047.4

층별변위장이론을 바탕으로 von Karman 변위-변형률 비선형 관계를 적용한 열적 좌굴후 거동해석 프로그램을 검증하기 위해 Huang과 Tauchert[4]의 논문결과와 비교하였다. 해석된 원통형 복합적층 패널의 물성치와 형상은 다음과 같다.

$$E_1 = 138 \text{ GPa}, \quad E_2 = E_3 = 8.28 \text{ GPa},$$

$$G_{23} = G_{13} = G_{12} = 6.9 \text{ GPa},$$

$$\nu_{23} = 0.373, \quad \nu_{12} = \nu_{13} = 0.33, \quad \rho = 1600 \text{ kg/m}^3 \quad (24)$$

$$\alpha_1 = 0.18 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}, \quad \alpha_2 = \alpha_3 = 27 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\frac{a}{b(=R\phi)} = 1, \frac{a}{h} = 200, \frac{R}{a} = 5$$

적층은 모두 직교이방성이며 경계조건은 사면 모두 단순지지이다. 현재의 층별변위장이론에서 단순지지의 경계조건은 다음과 같다.

$$W = V^J = U^m = 0 \text{ for } J=1, N, \text{ at } x=0, a \quad (25)$$

$$W = U^J = V^m = 0 \text{ for } J=1, N, \text{ at } R\phi = 0, a \quad (26)$$

여기서  $m$ 은 중립면의 면내 자유도를 의미한다. 현재의 층별변위장이론에 의한 해석 결과와 일차 횡진단변형관이론에 의한 Huang의 결과와 비교한 그림은 Fig. 2와 같다. 비선형성이 작은 구간에서 서로 잘 맞으나 좌굴후 형상이 바뀌면서 비선형성이 강해짐에 따라 횡방향 변형량이 차이가 커짐을 알 수 있다.

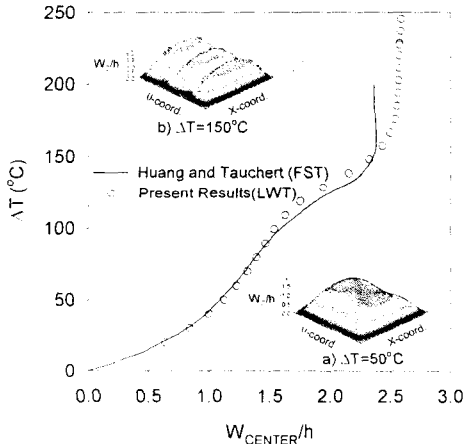


Fig. 2 Comparison for thermal postbuckling of cylindrical panel.

### 3.2. 열응력에 의한 패널 플러터 특성

열하중을 받는 원통형 패널은 정적인 변형과 열응력에 의해 시스템의 강성이 변하게 된다. 따라서 진동 특성이 열적 변형에 따라 달라지고 플러터 경계도 또한 저하된다. 고속 비행하는 비행체 패널의 설계시에는 고온환경에 의한 동적 안정성의 저하를 반드시 확인하여야 할 것이다. 본 절에서는 공력열탄성학적인 안정을 다루고자 하며 해석에 사용된 형상은 다음과 같다.

$$a = b(=R\phi) = 0.4m, a/h = 400, \phi = 5^\circ \quad (27)$$

해석에 사용된 패널은 사면이 모두 고정지지되고  $[0/90]_s$ 의 적층각을 갖는다. 온도분포는 균일온도로 정상상태를 가정한다. 열적 변형 거동은 Fig. 3과 같다. 저온에서는 횡방향 정적 변형이 (1,1)모드 형상과 같으나 고온으로 갈수록 변형이 달라짐을 알 수 있다.  $\Delta T = 0^\circ\text{C}$ 와  $\Delta T = 150^\circ\text{C}$  일 때 진동수와 진동모드는 Table 2와 같다. 또한 온도증가에 따른 진동수의 변화추이는 Fig. 4와 같다.

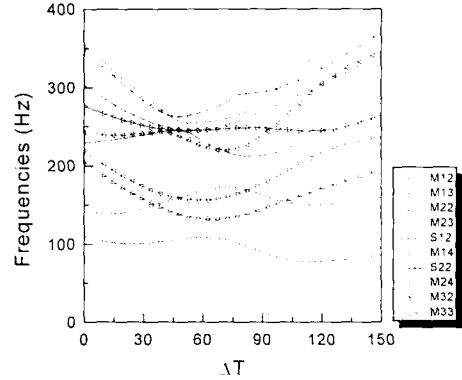


Fig. 4 Vibration histories of cylindrical panel subject to thermal loads.

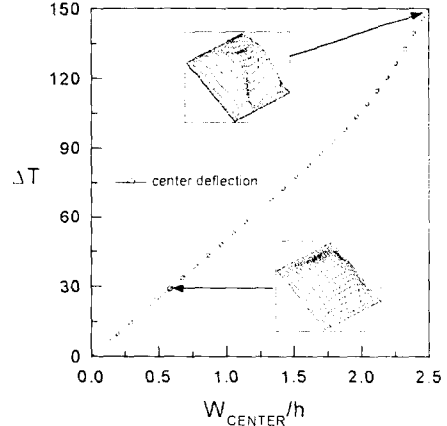


Fig. 3. Center deflection of cylindrical laminated panels subject to thermal loads

온도가 상승함에 따라 진동수의 변화가 극심하게 일어나고 있으며 모드형상들도 바뀌고 있다. 실선으로 표시한 S(1,2)와 S(2,2)모드가 플러터 모드이다. 따라서 이 두 모드에 의해 플러터 경계가 결정되기 때문에 두 모드의 스펙트럼 간격에 따라 민감하게 플러터 임계동압이 변하게 된다. 두 모드의 스펙트럼 간격이  $\Delta T = 45^\circ\text{C}$  근방에서 영으로 떨어지고 다시 교차후 증가한다. 하지만 다시 관

접하고 교차한 후 간격이 다시 벌어지고 있다. Fig. 5를 보면 이러한 플러터 모드의 추이에 의해 플러터 경계가 변하고 있음을 보인다. 열응력이

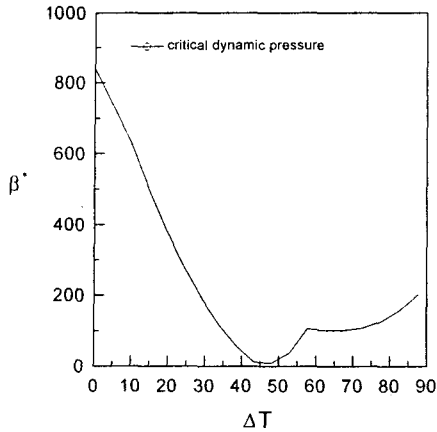


Fig. 5 Flutter boundary of cylindrical panel subject to thermal stresses.

없는 경우의 플러터 선도는 Fig. 6과 같다. 본 해석 패널은 열적으로 취약하다고 볼 수 있다. 임의의 온도 근처에서 플러터 동압이 거의 영에 근접하고 있기 때문이다. 평판은 대부분 (1,1)과 (2,1) 모드에서 플러터가 일어나는 반면, 원통형 패널은 원통방향으로 교차모드에서 플러터가 일어날 수 있다. 따라서 이런 플러터 모드들이 열응력에 의해 스펙트럼 간격이 영으로 떨어질 수 있어 플러터 임계동압을 떨어뜨리는 것이다. 따라서 원통형 패널의 설계에 있어 열응력을 고려한 해석은 매우 중요하며 설계에 반영하기 위해 다양한 기하학적 변수들에 대한 연구가 진행되어야 할 것이다.

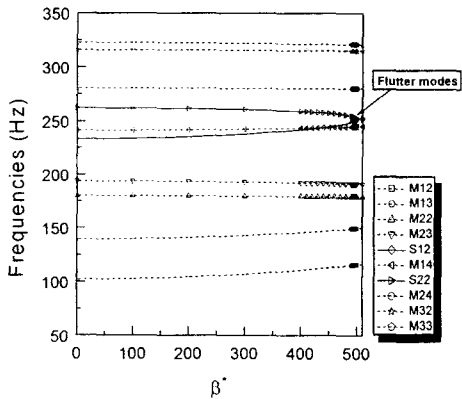


Fig. 6 Coalescence characteristics of supersonic flutter of cylindrical panel.

Table 2 Mode shapes of cylindrical shell subject to thermal stresses.

Modes	$\Delta T=0.0^{\circ}\text{C}$	$\Delta T=150.0^{\circ}\text{C}$
1	(109.57)	(91.589)
2	(141.93)	(166.25)
3	(204.72)	(207.04)
4	(218.75)	(242.86)
5	(229.16)	(277.92)
6	(242.57)	(305.40)
7	(276.17)	(355.65)
8	(303.34)	(360.92)
9	(347.97)	(390.91)
10	(354.61)	(428.06)

#### 4. 결론

본 연구에서는 원통형 패널에 열응력이 작용하는 경우의 초음속 플러터 해석을 수행하였다. 층별변위장 이론에 입각하여 기하학적 비선형을 고려한 유한요소정식화가 수행되었으며 해석 프로그램의 검증을 수행하였다. 고온환경에 의한 열응력은 정적 불안정 거동인 열적 좌굴을 유발할 수 있을 뿐만 아니라 초음속 공기력과 결부된 공력열탄성학적 안정성 경계를 급격히 저하시킬 수 있음을 보인다. 따라서 공력가열 효과나 면내 압축력이 크게 작용하는 원통형 패널에 있어 공력탄성학적인 안정성 확보는 설계단계에서 반드시 반영되어야 할 것이다.

## 참고 문헌

- [1] Dowell, E. H., *Aeroelasticity of Plate and Shells*, Noordhoff International Publishing Leyden, 1975.
- [2] Xue, D. Y. and Mei, C., "Finite Element Nonlinear Panel Flutter with Arbitrary Temperatures in Supersonic Flow," *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 1, pp. 154-162, 1993.
- [3] Yang, T. Y. and Han, A. D., "Buckled Plate Vibrations and Large Amplitude Vibrations Using High-Order Triangular Elements," *AIAA Journal*, Vol. 21, pp. 758-766, 1983.
- [4] Huang, N. N. and Tauchert, T. R., "Large Deflections of Laminated Cylindrical and Doubly Curved Panels Under Thermal Loading," *Computers & Structures*, Vol. 41, pp. 303-312, 1991.
- [5] Birman, V. and Bert, C. W., "Buckling and Postbuckling of Composite Plates and Shells Subject to Elevated Temperature," *Transaction of the ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 60, pp. 514-519, 1993.
- [6] Librescue L., Nemeth, M. P. and Jr. Starnes, "Vibration of Geometrically Imperfect Panels Subjected to Thermal and Mechanical Loads," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 33, pp.285-291, 1996.
- [7] Oh, I. K. and Lee, I., "Thermal Snapping and Vibration Characteristics of Cylindrical Composite Panels Using Layerwise Theory," *Composite Structures*, Vol. 51, No. 1, pp. 49-61, 2001.
- [8] Bismarck-Nasr, M. H., "Supersonic Panel Flutter Analysis of Shallow Shells," *AIAA Journal*, Vol. 31, pp. 1349-1352, 1992.
- [9] Pidaparti, K. M. V. and Yang, H. T. Y., "Supersonic Flutter Analysis of Composite Plates and Shells," *AIAA Journal*, Vol. 31, pp. 1109-1117, 1993.
- [10] Crisfield, M. A., "An Arc Length Method Including Line Searches and Accelerations," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 19, pp. 1269-1289, 1983.
- [11] Chandrashekhara, K., "Free Vibrations of Anisotropic laminated Doubly Curved Shells," *Computers & Structures*, Vol. 33, pp. 435-440, 1989.