한국소음진동공학회 2001년도 춘계학술대회논문집, pp. 540~545

소형 전동기의 고정자 동특성 예측을 위한 코일 다발의 등가 동적 모형화

[0]은희광*, 고홍석*, 김광준*

Equivalent Dynamic Modeling of Coil Bundle for Prediction of Dynamic Properties of Stator in Small Motors

Hee-Kwang Eun, Hong-Seok Ko, Kwang-Joon Kim

ABSTRACT

In case of small motors, coil bundle occupies a large portion of stator in view of mass and volume as well as dynamics. It is observed through modal test on the stator of an IPM BLDC (interior permanent magnet brushless direct current) motor that coil bundle wound on the stator core causes the first and second natural frequencies to decrease by about 20-30% compared with those of bare stator. Especially the third natural frequency is newly observed below 3 kHz, which is not observed on the bare stator. It is found that at the third mode the end-coil and the core vibrate out of phase in radial direction. In this paper, the stator is dynamically modeled in terms of the core and the coil bundle consisting of the end-coil and the slot coil based on the above observations for the prediction of dynamic properties. The core can easily be modeled using finite element method with its actual material properties and geometric shape. The concept of equivalent bending stiffness is used for modeling of the end-coil so that predictions may match with the measured natural frequencies for the end-coil cut out of the stator. Although the same concept can be applied to the slot coil, separation of the slot coil from the stator is impractical. Therefore, equivalent bending stiffness of the slot coil is determined through iterative comparisons with the measurements of natural frequencies of the stator with the slot coil in it.

1. 서론

여러 전기 제품의 동력원으로 사용되는 전동기는 소음, 진동 문제의 주요 원인이 되고 있다. 본 논문의 대상은 가정용 세탁기에 사용되는 영구자석 매입형 BLDC(brushless direct current) 전동기이고, 대상 전동기에서 운전 중에 발생하는 주요 소음과 진동 주파수는 전자기적 가진력과 더불어 전동기의 고유진동수에 의해서 결정되는 것을 확인할 수 있었다[1]. 그러므로 대상 전동기의 소음, 진동 문제를 해결하기 위해 전자기적 가진력 분석과 더불어 전동기 동특성에 관한 정보가 요구되었다.

* 한국과학기술원 기계공학과

전동기의 구성 요소 중 고정자의 모형화를 위해서 유한요소법을 이용한 연구가 진행되었다. 그러나 고정자 동특성에 영향을 미치는 요소가 다양해서 고정자를 모형화하는 데 큰 문제점이 되고 있다. 일반적으로 고정자 동특성에 영향을 미치는 요소는 적층(lamination), 코일, 고정자 이, 덮개(bracket) 등이다. 적층은 고정자에서 적층 방향으로 발생하는 가로 모드(transverse mode)에 큰 영향을 미치는 것으로 알려져 있다[2]. 그리고 고정자 이와 코일은 추가 질량이나 외팔 보로 간단히 모형화되었고, 덮개 등의 외부 구조물은 고정자의 경계 조건 변화 등으로 고려되었다[3,4].

본 논문에서는 고정자 동특성에 영향을 미치는 여러 요소 중에서 코일의 영향을 분석하고자 한다. 대형 전동기에서는 코일을 단순히 추가 질

량 등으로 모형화하고 있지만, 소형에 속하는 대상 전동기의 고정자에서는 코일이 전체 고정자 질량의 3 분의 1 정도로 큰 부분을 차지하고 있다. 그러므로 코일이 관심 주파수 범위에서 추가 질량만으로 모형화가 가능한 지 살펴보고, 보다 개선된 코일 모형을 제시하고자 한다.

2. 고정자 모드 실험

대상 전동기의 고유진동수가 진동에 영향을 미치는 것으로 밝혀진 0-3 kHz 범위를 관심 주파수 범위로 선정하였다[1]. 본 장에서는 관심 주파수 범위에서 코일이 대상 고정자의 동특성에 미치는 영향을 모드 실험을 통해 분석하고자 한다.

2.1. 고정자 코어 모드 실험

본 논문의 대상 고정자는 그림 2.1과 같다. Z축 방향으로 총 78 장의 판들이 적층되어 있으며, 각 부분의 질량과 길이를 표 2.1에 정리하였다.

코일 없는 고정자와 코일 있는 고정자 모두 자유 경계 조건에서 그림 2.2의 2로 표시된 지점에 가속도계를 X, Y축 방향으로 부착하였다. 그리고 충격 망치를 이용해서 고정자 한 변에 7 지점씩 28 지점을 가진하였다.

(a) Without coil (b) With coil

Fig.2.1 Photographs of stators

Table 2.1 Masses and sizes of each part in stator

	Stator without coil	Stator with coil
Mass [kg]	1.67	Total: 2.47 Coil: 0.80 End-coil: 0.42
Etc.	Inner diameter of core = 70 [mm] Thickness of core = 39.7 [mm] Diameter of a coil = 0.7 [mm]	

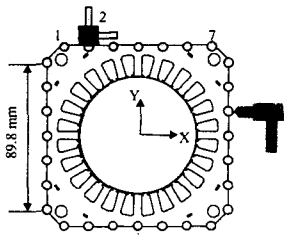


Fig.2.2 Experimental setup for modal test on core

그림 2.3의 주파수응답함수에서 가장 뚜렷한 차이점은 코일 없는 고정자에서는 2 개의 고유진동수가 나타나고, 코일 있는 고정자에서는 3 개의 고유진동수가 나타나는 것이다. 그리고 각 피크를 살펴보면, 코일 있는 고정자에서 보다 큰 감쇠가 발생함을 볼 수 있다. 표 2.2를 살펴보면, 코일에 의해서 고유진동수가 22-34% 가량 감소하는 것을 알 수 있다. 각 고유진동수에서 발생하는 모드 형상을 그림 2.4에서 보여주고 있다. 코일 있는 고정자에서 발생하는 두 번째와 세 번째 모드 형상은 대단히 유사하며 첫번째와 두 번째 고유진동수를 n=1, 2로, 두 번째의 고유진동수와 유사한 모드 형상이 관찰되는 세 번째 고유진동수를 n=2*로 명명하였다.

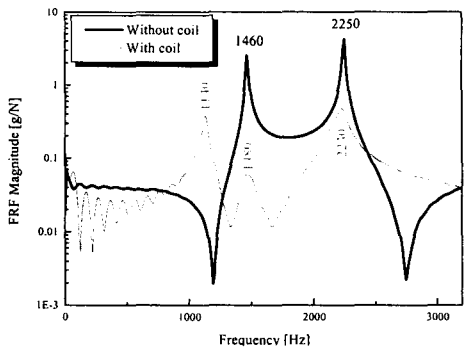
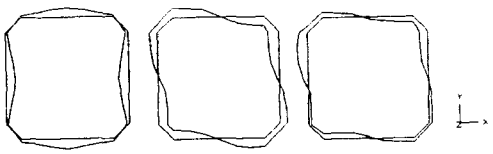


Fig.2.3 Frequency response functions of modal test on cores

Table 2.2 Natural frequencies of stator by modal test

Mode n^+	Stator without coil [kHz]	Stator with coil [kHz]
1	1.46	1.14
2	2.25	1.48
2*	-	2.23

n^+ is order of mode

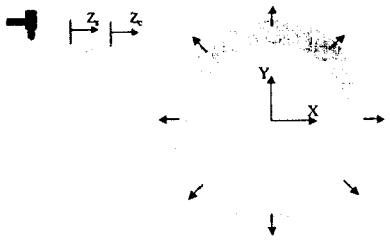


(a) n=1 (b) n=2 (c) n=2*

Fig.2.4 Mode shapes of modal test on stator

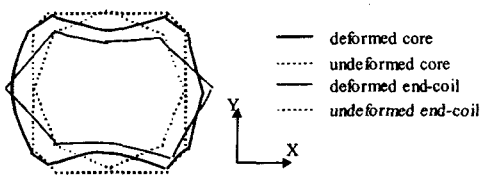
2.2. 양단 코일과 고정자 코어 모드 실험

코일 있는 고정자에서 측정되는 n=2* 모드의 원인으로 예측되는 양단 코일과 코어의 변형을 측정하고자 한다. 그림 2.5와 같이 코어의 고정된 한 점을 가진하고, 코어 외부면에서는 X, Y, Z축 3 방향의 가속도를 측정하였으며, 양단 코일은 그림 2.5 (b)의 8 지점에서 반경 방향과 Z축 방향의 가속도를 측정하였다. 측정 결과, Z축 방향의 변형은 상대적으로 작았다. 그림 2.6에서 n=1, 2의 모드 형상은 양단 코일과 코어 외부면이 서로 동일한 위상으로 변형하고 있다. 반면에 n=2*의 모드 형상은 X-Y 평면 상에서 반경 방향으로 반대의 위상으로 변형하고 있다. 그러므로 n=2*의 고유진동수는 양단 코일과 코어가 X-Y 평면 상에서 반대의 위상으로 변형함으로써 발생한 것임을 알 수 있다. 이와 같은 현상은 양단 코일과 코어를 연결하는 슬롯 코일의 상대적인 강성에 의해서 좌우될 것이라고 추측된다.

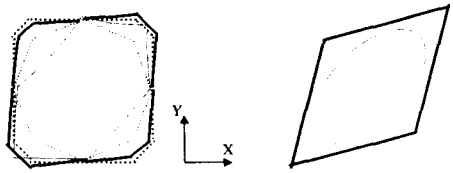


(a) (b)

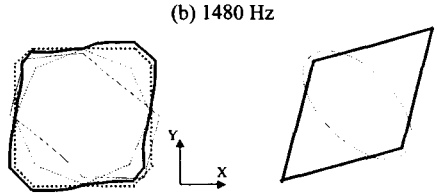
Fig.2.5 Schematic diagram of exciting point for core (a) and measuring points for end-coil (b)



(a) 1140 Hz



(b) 1480 Hz



(c) 2230 Hz

Fig.2.6 Mode shapes and schematic diagrams of core and end-coil

2.3. 분리된 양단 코일 모드 실험

코일 있는 고정자에서 측정된 n=2* 모드를 고정자 모형에서 나타내기 위해서는 2.2 절에서 살펴본 바와 같이 양단 코일을 필수적으로 모형화해야 한다. 따라서 본 절에서는 양단 코일을 분리해서 모드 실험을 수행하였다. 전체적으로 링 모양이며 단면이 사각형에 가까운 양단 코일의 실측치를 이용해서 양단 코일 형상을 그림 2.7로 정의하였다.

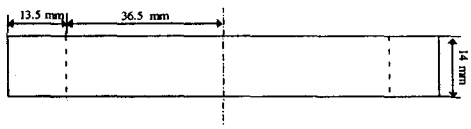


Fig.2.7 Schematic diagram of sectional view for end-coil

가진기 실험 장치는 그림 2.8과 같다. 양단 코일을 자유 경계 조건으로 설치하고, 0-3.2 kHz 구간의 랜덤 신호로 가진하였다. 그리고 그림 2.8의 양단 코일 부분에서 화살표로 표시된 8 지점에서 각각 반경 방향으로 가속도를 측정하였다. 그림 2.9는 측정된 주파수응답함수이며 그래프에서 나타나는 피크들의 정확한 분석을 위하여 모드 형상을 구해 보았다. 그림 2.10의 (a)와 (b)의 변형은 문헌에 나타나는 링의 평면 상 모드 형상과 일치한다[5]. 따라서 (a)의 430 Hz가 양단 코일의 첫번째 고유진동수이고, (b)에 해당하는 1350 Hz가 두번째 고유진동수이다.

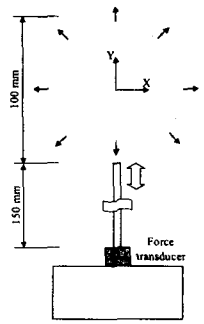


Fig.2.8 Experimental setup for modal test on end-coil using exciter

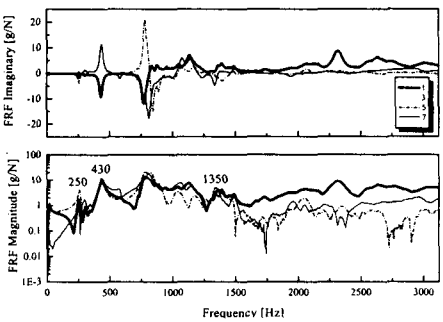
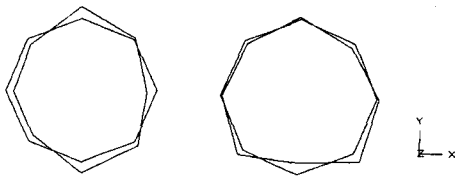


Fig.2.9 Frequency response functions on response of modal test on end-coil using exciter



(a) 430 Hz (b) 1350 Hz

Fig.2.10 Mode shapes of end-coil

3. 고정자의 모형화

코일 모형화를 위해서 양단 코일과 코어를 각각 1 자유도로 모형화하고 그 사이를 스프링으로 연결하려는 시도가 있었다[6]. 본 논문에서는 고정자를 크게 코어와 코일로 구분하였다. 먼저 코어, 즉 코일 없는 고정자를 모형화하겠다. 그리고 코일은 양단 코일과 슬롯 코일로 나누고, 1 자유도 모형보다 정확한 모형화를 위하여 분포 매개변수 모형을 이용하고자 한다.

3.1. 코일 없는 고정자 모형화

대상 고정자의 코어는 하나의 탄소강으로 이루어져 있다. 탄소강의 물성치는 전동기 제조사로부터 구한 표 3.1의 탄성 계수와 푸아송 비, 그리고 측정한 밀도를 이용하였다. 유한요소 모형을 이용해서 계산된 고유진동수와 실험을 통해서 구한 고유진동수를 표 3.2에 정리하였다. 3-4% 정도의 오차가 발생하고 있으며, 이후의 코일을 모형화 해서 실험치와 비교하는 기준을 제시하는 역할을 하였다.

Table 3.1 Material properties of core

Young's modulus [GPa]	207
Density [kg/m^3]	7589
Poisson's ratio	0.30

Table 3.2 Natural frequencies from finite element method and experiment of stator without coil

Mode n	FEM [Hz]	Experiment [Hz]	Error* [%]
1	1401	1460	-4.0
2	2178	2250	-3.2

Error*=$(f^{FEM}-f^{exp.})/f^{exp.}$

3.2. 양단 코일 모형화

코일은 양단 코일과 슬롯 코일로 구분해서 모형화하는 것이 기본 방향이며, 본 절에서는 2.3 절에서 측정한 양단 코일의 고유진동수를 이용해서 등가 탄성 계수를 추정하고자 한다.

측정된 양단 코일의 형상인 그림 2.7의 링을 분포 매개변수 모형의 형상으로 이용하고자 한다. 양단 코일의 분포 매개변수 모형을 완성하기 위해서는 탄성 계수, 밀도, 푸아송 비를 정해야 한다. 밀도는 측정한 값을 이용하였으며, 푸아송 비는 구리의 값인 0.36을 이용하고자 한다.

탄성 계수는 모드 실험을 통해서 측정된 고유진동수를 식 3.1의 이론식과 비교해서 계산할 수 있다[5].

$$f_i = \frac{i(i^2-1)}{2\pi R^2 (i^2+1)^{0.5}} \left(\frac{EI_{yy}}{m}\right)^{0.5} \qquad (3.1)$$

E는 탄성 계수, I_{yy}=2.87 e-9 m^4

430 Hz의 고유진동수에 해당하는 모드 형상은 식 5.1의 i=2이고 1350 Hz의 고유진동수에 해당하는 모드 형상은 i=3이다[5]. 그리고 각 경우에 식

3.1을 이용해서 계산된 탄성 계수를 표 3.3에 정리하였다. 탄성 계수의 값이 서로 20% 가량 차이가 나타나고 있다. 두 주파수의 탄성 계수만을 이용해서 다른 주파수의 값을 추정하는 것은 많은 오차를 발생시킬 수 있으리라고 생각된다. 따라서 본 논문에서는 양단 코일의 탄성 계수를 관심 주파수 범위에서 두 값의 평균인 1.075 GPa로 정하였다. 양단 코일 모형에 사용되는 물성치를 표 3.4에 정리하였다.

Table 3.3 Natural frequencies, equivalent young's modulus and bending stiffness of theoretical analysis for end-coil

i	Natural frequency [Hz]	E [GPa]	EI_{yy} [Nm^2]
2	430	0.97	2.78
3	1350	1.18	3.39

Table 3.4 Material properties of model for end-coil

Young's modulus [GPa]	1.075
Density [kg/m^3]	4089
Poisson's ratio	0.36
EI_{yy} [Nm^2]	3.09

3.3. 슬롯 코일 모형화

슬롯 내부는 72 개의 코일 다발과 그 외부를 감싸는 플라스틱 절연지로 구성되어 있다. 2.2 절에서 측정한 모드 현상을 보면, 연결 부분에서 굽힘이 일어날 것으로 추측된다. 따라서 슬롯 코일을 하나의 영역으로 구성된 굽힘에 저항하는 계수로써 모형화하겠다. 분포 매개변수 모형을 사용하기 위해서 슬롯 코일 모형을 그림 3.1과 같이 선정하였다. 대입해야 하는 슬롯 코일의 물성치는 탄성 계수, 밀도, 푸아송 비이다. 슬롯 코일의 밀도는 측정된 값을 이용하였으며, 탄성 계수는 미지의 값이다. 푸아송 비는 구리의 값을 이용하였다. 사용되는 물성치를 표 3.5에 정리하였다.

양단 코일을 연결해서 전체 고정자의 모형을 완성한 상태가 그림 3.2이다. 슬롯 코일의 탄성 계수를 변화시키며 각 고유진동수를 추정한 오차를 그림 3.3에 나타내었다. E_1= 0.5 GPa인 경우 각각의 고유진동수를 ±3% 이내의 오차로 추정하고 있으며, 이 때의 EI= 0.316 Nm^2이다. 결정된 매개변수를 이용해서 계산된 각 고유진동수의 모드 형상을 그림 3.4에 나타내었다. 2.1 절에서 측정한 모드 형상과 유사함을 확인할 수 있다.

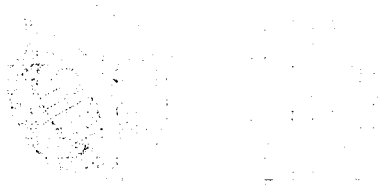
다음과 같은 코일 모형화 방법은 이론적인 방법을 통해서 각 매개변수를 구하지 못한 한계가 있다. 그러나 코일을 유지한 상태로 코어의 형상만을 변경시킨 고정자의 동특성 예측에는 유용하게 사용될 수 있으리라고 예상된다.

Table 3.5 Material properties of distributed-parameter model for slot coil

	Coil area in the slot
Young's modulus	E_1^+
Density [kg/m^3]	4931
Poisson's ratio	0.36

E_1^+ is unknown parameter

Fig.3.1 Finite element model for slot coil



(a) (b)

Fig.3.2 Finite element model of stator on isometric view (a) and side view (b)

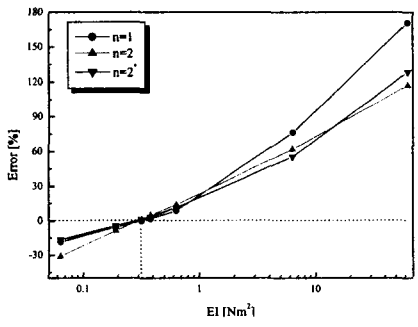


Fig.3.3 Estimating error of natural frequencies of stator for changing bending stiffness

(a) n=1 (b) n=2 (c) n=2*

Fig.3.4 Mode shapes of distributed-parameter model of stator using finite element method with bending stiffness of 0.316 Nm^2

4. 결론

대상인 소형 전동기에서 고정자의 동특성에 가장 큰 영향을 미치는 요소는 코어와 코일이며, 기존 연구의 고정자 모형화에서 부족한 부분인 코일의 모형화를 위하여 대상을 코일 없는 고정자와 코일 있는 고정자로 구분하였다. 고정자의 첫번째와 두 번째 고유진동수인 n=1, 2에서는 코일 있는 고정자의 고유진동수가 각각 22, 34% 감소하였다. 또한 코일 있는 고정자에서는 코어 외부면의 모드 형상이 n=2와 유사한 세 번째 고유진동수가 측정되었다. 양단 코일과 코어 외부면의 모드 형상을 측정한 결과, n=1, 2의 고유진동수에서는 X-Y 평면 상에서 동일한 위상으로 변형하였으나, n=2*의 고유진동수에서는 반경 방향으로 반대의 위상으로 변형하였고, 이로부터 n=2* 모드의 원인을 확인할 수 있었다. 따라서 n=2*의 모드를 모형화하기 위해서는 양단 코일을 별도로 모형화하여야 하며, 코어와 양단 코일 연결 부분인 슬롯 코일의 굽힘 강성이 n=2, 2*의 고유진동수에 중요한 역할을 하리라고 예상할 수 있었다.

고정자 코어는 주어진 탄소강의 물성치를 이용해서 모형화하였다. 그리고 코일은 양단 코일과 슬롯 코일로 구분하였으며, 양단 코일은 고정자로부터 분리해서 측정한 양단 코일 만의 고유진동수와 이론식을 이용해서 양단 코일 모형의 EI를 3.09 Nm^2의 값으로 결정하였다. 슬롯 코일은 하나의 영역으로 모형화하고 반복 계산을 통해서 목적 함수를 만족시키는 EI를 0.316 Nm^2의 값으로 결정하였다.

참고 문헌

1. 고홍석, 은희광, 김광준, 신현정, (2000), "영구자석 매입형 BLDC 모터의 전자기적 가진력 및 소음특성에 관한 연구," 소음진동학술대회 논문집, pp. 1139-1146.
2. H. Wang and K. Williams, (1997), "Effects of Laminations on the Vibrational Behaviour of Electrical Machines Stators," Journal of Sound and Vibration, Vol. 202, No. 5, pp. 703-715.
3. S. P. Verma, R. K. Singal and K. Williams, (1987), "Vibration Behaviour of Stators of Electrical Machines, Part I: Theoretical Study," Journal of Sound and Vibration, Vol. 115,No. 1, pp. 1-12.
4. S. P. Verma and R. S. Girgis, (1973), "Resonance Frequencies of Electrical Machine Stators Having Encased construction, Part I: Derivation of the General Frequency Equation," Transactions of the IEEE PAS-92, pp. 1586-1585.
5. R. D. Blevins, (1979), "Formulas for Natural Frequency and Mode Shape," Van Nostrand Reinhold Company, pp. 203-223.
6. S. Noda, S. Mori, F. Ishibashi and K. Itomi, (1987), "Effect of Coils on Natural Frequencies of Stator Cores in Small Induction Motors," IEEE Transaction on Energy Conservation, Vol. EC-2, No. 1, March, pp. 93-99.