

# 부분구조합성법을 이용한 제직기 구조물의 진동특성에 관한 연구

<sup>0</sup>권상석\*, 김병옥\*\*, 전두환\*\*\*

## A Study on the Vibration Characteristics of Weaving Machine Structure using Component Mode Synthesis

Sang Seuk Kweon\*, Byung Ok Kim\*\*, and Du Hwan Chun\*\*\*

### ABSTRACT

In these days, the finite element method(FEM) is a very common method for not only a simple vibration analysis but also the optimization of structures. Since the finite element model may contain thousands of degree of freedom, the eigensolutions require extreme computing power, which will result in a serious time-consuming problem. Thus, many researchers have challenged to find more improved modeling techniques and calculating methods to overcome such problems. The Guyan reduction method and the substructure synthesis method are typical examples of such methods. Of the substructure synthesis method, the component mode synthesis method (CMS) is widely used for dynamic analysis of structure.

In this study, for the efficient analysis of jet loom structure, Component Mode Synthesis was carried out. The results of the finite element program developed are compared with those of the commercial package program ANSYS for the validation of the program. The results obtained by the program showed a good agreement with those of ANSYS. The program will be further refined and verified by test to yield more accurate results.

### 1. 서론

최근 섬유기계의 개발 추세는 국제 경쟁력 확보를 위한 노력에 의해 고속화, 정밀화 되어가고 있다. 특히 고속으로 왕복 및 회전운동을 하는 섬유기계의 특성상 기계의 고속화는 기계진동 문제와 직면하게 된다. 따라서 본 논문에서는 제직 분야의 대표적인 섬유기계라고 할 수 있는 제트직기를 이용하여 제트직기 구조물의 동특성을 분석하고 섬유기계 설계기술 분야에 CAE 기술을 접목시켜보고자 한다.

직기의 경우 유한요소모델은 요소의 수에 따라 방대한 자유도를 가지므로 동적 해석 시 많은 계산시간을 요하거나 과도한 컴퓨터 메모리를 요구하고 있다. 따라서, 이러한 일반적인 유한요소해석 시의 문제점을 개선하기 위해 부분구조합성법(Substructure Synthesis Method : SSM)이 최근 실용적인 진동해석 방법으로 사용되고 있으며, 이러한 부분구조합성법은 구조물의 동특성 향상을 위해 보다 효과적으로 구조물을 분리하여 전체 구조물 중 일부를 설계 변경할 때 재 계산의 효율성과 신속성을 기할 수 있다.<sup>(1~3)</sup>

본 논문에서는 직기 구조물의 동적 해석을 수행하기 위해 직기 구조물을 몇 개의 부분구조로 나누어 수치해석 방법을 적용한 후 다시 합성하는

\* 영남대학교 대학원 섬유패션학부(정회원)

\*\* 영남대학교 지역협력연구센터

\*\*\* 영남대학교 섬유패션학부(정회원)

부분모드합성법(Component Mode Synthesis)을 이용하여 구조물 동적 모델의 자유도를 줄임으로써 기존 유한요소법의 단점을 보완함과 동시에 프로그램을 이용한 효율적인 해석 방안을 마련하였다.

부분모드합성법은 결합영역의 구속 여부에 따라 고정경계합성법(Fixed-Interface Method)과 자유경계합성법(Free-Interface Method), 그리고 두 가지 방식을 혼합한 혼합경계합성법(Hybrid-Interface Method)으로 나누어진다. 이러한 방법은 Hurty가 최초로 시작한 이후 지금까지 많은 연구가 진행되어 왔으며 특히, 고정경계합성법은 Craig와 Bampton 등에 의해 발전되어 왔다.<sup>(3-4)</sup> 본 논문에서 사용된 구속경계합성법은 결합부를 구속시켜 계산하는 방법이므로 실험에는 적용하기 곤란하고 결합조건이 변하면 구속모드를 다시 계산해야 하는 등의 단점이 있으나, 유한요소해석만으로 구조물의 동특성을 구하는 경우에는 자유경계합성법에 비해 정밀도와 계산시간에서 우수하다.

## 2. 구속경계합성법

Fig. 1과 같이 하나의 구조물에 구속경계합성법을 적용시키기 위해 두 개의 부분계로 나누어 각 부분계의 좌표계를 내부좌표계와 경계좌표로 표현하였다.

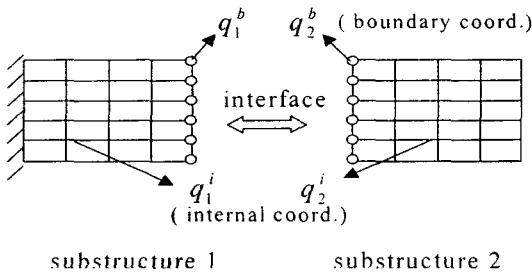


Fig. 1 Idealization of Fixed-Interface Method

여기서, 부분계 1의 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[M]_1 \{\ddot{q}\}_1 + [K]_1 \{q\}_1 = 0 \quad (1)$$

(1)식에서 전체 좌표계를 경계좌표계와 내부좌표계로 정렬하기 위해 변환행렬  $[R]$ 을 이용하여 변환하면

$$[\bar{M}]_1 \{\ddot{p}\}_1 + [\bar{K}]_1 \{p\}_1 = 0 \quad (2)$$

여기서,  $[\bar{M}]_1 = [R]_1^T [M]_1 [R]_1$ ,  $[\bar{K}]_1 = [R]_1^T [K]_1 [R]_1$ 이다. 경계좌표계와 내부좌표계로 변환된 강성행렬과 질량행렬을 나타내면 다음 식(3)과 같다.

$$[\bar{M}]_1 = \begin{bmatrix} \bar{m}_1^{bb} & \bar{m}_1^{bi} \\ \bar{m}_1^{ib} & \bar{m}_1^{ii} \end{bmatrix} \quad [\bar{K}]_1 = \begin{bmatrix} \bar{k}_1^{bb} & \bar{k}_1^{bi} \\ \bar{k}_1^{ib} & \bar{k}_1^{ii} \end{bmatrix} \quad (3)$$

단, 첨자  $i$ ,  $b$ 는 각각 내부와 외부좌표계를 나타내며,  $[\bar{m}_1]^{bb}$ ,  $[\bar{m}_1]^{ii}$ 는 각각 내부와 외부좌표계의 질량행렬의 부분행렬이다. 전체 계의 자유도를 결합영역 변위만의 자유도로 축소하기 위해 식(2)와 식(3)으로부터 강성행렬만으로 나타내면

$$\begin{bmatrix} \bar{k}_1^{bb} & \bar{k}_1^{bi} \\ \bar{k}_1^{ib} & \bar{k}_1^{ii} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1^b \\ p_1^i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_b \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

과 같다. 여기서,  $f_b$ 는 인접한 부분계에서 작용하는 내력이다. 또한, 식(4)로부터

$$[\bar{k}]_1^{ib} \{p\}_1^b + [\bar{k}]_1^{ii} \{p\}_1^i = 0 \quad (5)$$

여기서,  $\{p\}_1^i = [\psi]_1 \{p\}_1^b$ 라 하면, 식(5)는 식(6)과 같이 표현할 수 있다.

$$[\psi]_1 = -[\bar{k}]_1^{ii^{-1}} [\bar{k}]_1^{ib} \quad (6)$$

식(6)에서  $[\psi]_1$ 을 부분계 1의 구속모드(Constraint mode)라 하고, 구속모드를 이용하여 경계영역의 변위를 각 부분계의 변위로 변환하여 표현하면 다음 식(7)과 같다.

$$\begin{Bmatrix} p_1^b \\ p_1^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ [\psi]_1 \end{bmatrix} \{p\}_1^b \quad (7)$$

또한, 구속경계합성법은 모든 경계좌표를 고정시킨 후 normal mode를 파악하는 과정으로 식(2)에서 내부좌표계만으로 표현하면 식(8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$[\bar{m}]_1^{ii} \{\ddot{p}\}_1^i + [\bar{k}]_1^{ii} \{p\}_1^i = 0 \quad (8)$$

식(8)에서 고유치(Eigenvalue :  $[\Lambda]$ )와 고유벡터

(Eigenvector :  $[U]$ )를 구하고, 관심 있는 고유진동수를 저차로부터 몇 개만 추출하고 대응되는 고유벡터만을 추출한 후 식(7)과 조합하면

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_i^h \\ \mathbf{p}_i^l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\Psi}_i & \mathbf{U}_i^R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_i^h \\ \boldsymbol{\eta}_i^R \end{Bmatrix} \quad (9)$$

가 된다. 식(9)와 부분계 1의 변위벡터를 이용하여 축소된 부분계의 운동방정식을 구하면

$$[\mathbf{M}]_1 \ddot{\mathbf{z}}_1^R + [\mathbf{K}]_1 \mathbf{z}_1^R = \mathbf{0} \quad (10)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 따라서 각 부분계의 축소된 운동방정식을 수립한 후 전체시스템의 운동방정식을 재구성하고 모달해석을 수행하였다.<sup>(3)</sup>

### 3. 유한요소해석

#### 3.1 부분구조합성법(CMS)

유한요소 모델을 구성하기 위해 사용된 요소는 쉘(shell)요소를 사용하였다.

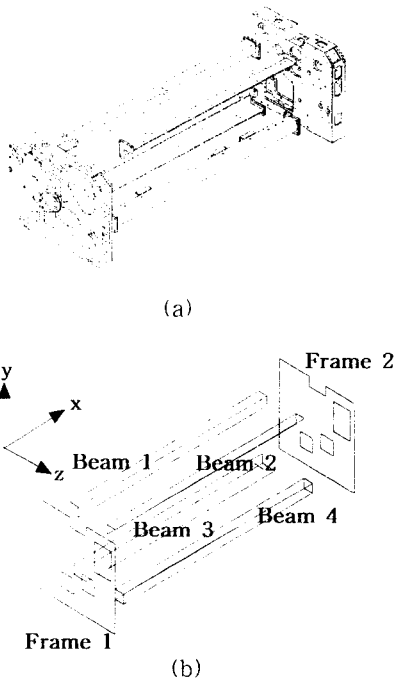


Fig. 2 Main frame of jet loom

전체 직기 메인 프레임은 Fig. 2(a)에서 보는 바와 같이 좌, 우측에 위치한 두 개의 프레임과 두 개의 프레임을 연결하고 있는 네 개의 보로 이루어져 있으며, 각각 볼트와 용접으로 연결되어 있다. Fig. 2(b)는 실제 도면에 기초하여 나타낸 형상이며, 유한요소모델로 구성하기 위해 Fig. 2(b)와 같이 간략하고 이상화 시켜 표현하였다. 또한, 부분구조합성법을 적용시키기 위해 전체 구조물을 두 개의 좌우 프레임과 네 개의 보로 나누어 나타내었으며, Fig. 2(a)와 같이 여섯 개의 부분계는 위치에 따라 각각 Frame 1 과 Frame 2 그리고, Beam 1에서 Beam 4까지로 각각 가정하였다. 각 프레임과 보의 재료 물성치는 Table 1과 같다.

Table 1. Material properties of main frame

Parts	Young's Modulus (Pa)	Poisson's ratio	Density (kg/m <sup>3</sup> )	Thickness (m)
Frame	117e9	0.255	7145	0.030
Beam	210e9	0.300	7830	0.010

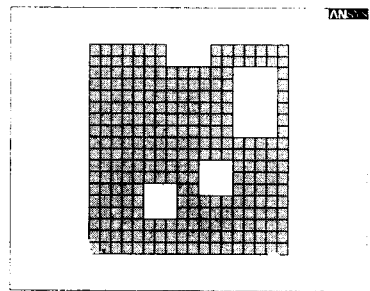


Fig. 3 Substructure of main frame

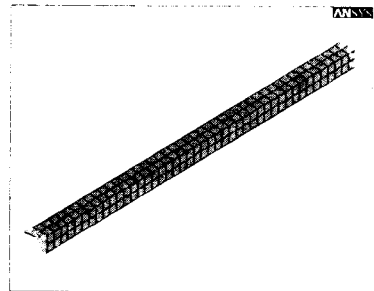


Fig. 4 Substructure of main frame

먼저, 각 부분계의 모달 해석 결과를 확인하기 위해 부분구조합성법의 적용 이전에 각 부분계의 모달 해석을 수행하였다. 각 부분계의 경계 영역을

기준으로 나누어 보의 경우 경계 영역의 절점을 모두 구속시키는 초기 조건을 부여하여 해석을 수행하였고, 양쪽 프레임의 경우 해석을 수행하기 위해 실제 초기 조건과 유사한 프레임의 아래쪽 지지 부위를 구속하였다. Fig. 3과 Fig. 4는 각각 프레임과 보의 부분계로서 대표적인 형태 두 가지만을 나타내었다. 각 부분계의 해석 결과는 본 연구에서 개발한 프로그램을 사용하여 해석한 결과와 상용해석프로그램인 ANSYS를 사용하여 해석한 결과를 비교하여 Table 2에 정리하였다. Table 2에서 Frame 부분의 해석결과는 1.42%~4.41%의 비교적 작은 오차를 나타내고 있고, Beam 부분의 해석결과는 Frame 부분의 결과에 비해 아주 작은 오차를 나타내고 있다.

Table 2 Results of substructure analysis

Sub-structure	Mode	ANSYS (Hz)	User Program	
			Freq.(Hz)	Error(%)
Frame 1	1 <sup>st</sup> mode	16.818	16.076	4.41
	2 <sup>nd</sup> mode	58.147	57.319	1.42
	3 <sup>rd</sup> mode	108.35	106.21	1.97
Frame 2	1 <sup>st</sup> mode	16.818	16.076	4.41
	2 <sup>nd</sup> mode	58.147	57.319	1.42
	3 <sup>rd</sup> mode	108.35	106.21	1.97
Beam 1	1 <sup>st</sup> mode	70.954	69.724	1.73
	2 <sup>nd</sup> mode	74.041	74.899	1.16
	3 <sup>rd</sup> mode	146.59	143.76	1.93
Beam 2	1 <sup>st</sup> mode	70.954	69.724	1.73
	2 <sup>nd</sup> mode	74.041	74.899	1.16
	3 <sup>rd</sup> mode	146.59	143.76	1.93
Beam 3	1 <sup>st</sup> mode	61.894	60.044	2.99
	2 <sup>nd</sup> mode	97.991	98.010	0.02
	3 <sup>rd</sup> mode	123.71	127.76	3.27
Beam 4	1 <sup>st</sup> mode	142.69	143.04	0.24
	2 <sup>nd</sup> mode	373.48	374.24	0.20
	3 <sup>rd</sup> mode	622.54	622.30	0.04

Fig. 5는 직기 구조물에 부분구조합성법을 적용시키기 위한 프로그램의 알고리즘을 간략하게 나타내었다.

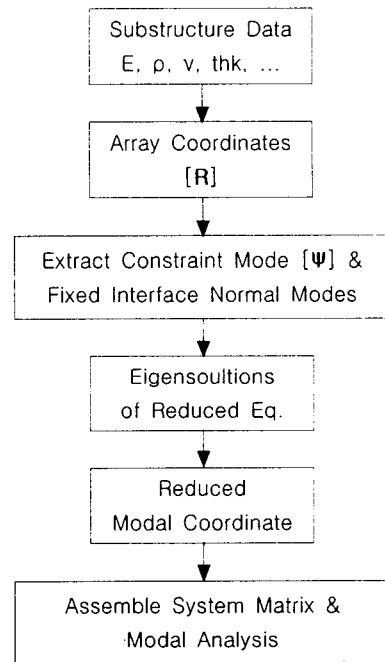


Fig. 5 Algorithm of CMS program

### 3.2 Full Model Analysis

CMS를 이용하여 해석을 수행하여 얻은 결과를 검증하기 위해 상용해석프로그램인 ANSYS를 사용하여 유한요소모델을 구성하고 모달해석을 수행하여 CMS 결과와 비교하였다.

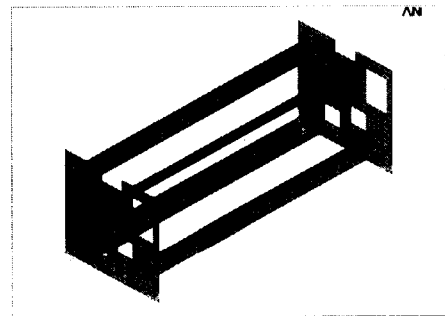


Fig. 6 F. E. Model of main frame

ANSYS를 이용한 유한요소모델은 CMS 해석 조건과 동일하게 가정하여 Fig. 6과 같이 나타내었다. 사용된 재료의 물성치는 CMS 해석과 동일하고, 구속조건은 좌·우측 프레임 양단 4군데에서 구속시켰다. 요소 하나의 크기는 가로, 세로 50mm

로 고정시켰으며, 전체 모델에서 사용된 절점의 수는 CMS 해석과 동일한 1720개가 사용되었다.

유한요소모델의 모달해석 결과는 CMS 해석 결과와 비교하여 Table 2에 나타내었으며, 전체적인 오차범위는 1.50% ~ 2.15%로 아주 근소한 오차를 나타내고 있음을 알 수 있다.

Table 3 Comparison of two methods

Mode	ANSYS (Hz)	CMS	
		Freq.(Hz)	Error(%)
1 <sup>st</sup> mode	39.616	40.212	1.50
2 <sup>nd</sup> mode	54.313	55.426	2.05
3 <sup>rd</sup> mode	57.189	58.419	2.15

#### 4. 결론

부분구조합성법을 적용한 프로그램에 의한 제트 직기 구조물의 동특성 해석결과와 상용해석프로그램에 의한 해석 결과의 비교에서 보는 바와 같이 오차는 1.5%~2.15%로 아주 근소한 오차를 보이고 있다. 하지만 전체 시스템의 해석에 소요된 해석 시간과 자유도를 비교하면 상당한 차이를 보이고 있다.

특히, 자유도의 경우 두 가지 방식에 따라 큰 차이를 보이고 있으며, 전체 구조물의 시스템 행렬의 크기는 각 부분계의 경계영역의 수와 추출된 모달 데이터의 수에 따라 달라질 수 있다. 본 연구에서 사용된 직기 구조물의 경우 부분구조합성법을 적용하지 않고 전체 유한요소모델을 나타낸다면, 절점의 수는 1,720개이며, 자유도로 나타내면 전체 시스템 행렬은 [10320x10320] 행렬을 이루게 된다. 이러한 크기의 행렬 연산은 많은 해석시간과 컴퓨터 메모리를 요구하게 된다. 부분구조합성법의 적용 시 시스템 행렬은 [306x306]으로 대략 1000배 이상의 차이가 나고 있다.

또한, 각 부분계의 해석을 따로 수행하여 결과를 각각 파일로 저장하게 되므로 유한요소모델의 변경으로 인한 재해석 시 변경된 부분이 속한 부분계만 해석을 수행하고 나머지 부분계의 경우 이미 해석되어 있는 결과를 이용하여 전체 시스템을 해석할 수 있다. 이러한 장점들로 인해 제트 직기와 같이 복잡하거나 큰 규모의 유한요소모델 개발 시에, 부분구조합성법을 효과적으로 사용할 수 있다.

본 연구에서 진행된 부분구조합성법은 직기뿐만 아니라 복잡한 형태를 지니고 있는 다양한 섬유계 분야에 적용 가능할 것으로 생각되며, 효율적인 설계 및 해석 기법으로써 이미 보편적으로 사용되고 있는 상용해석 프로그램과 비교, 분석함으로써 충분한 타당성을 확보하고 있다.

#### 후기

본 연구는 영남대학교 지역협력연구센터 연구비 지원에 의한 결과로 이에 감사 드립니다.

#### 참고문헌

- 오재웅, 이정환, 임동규, "부분구조합성법을 이용한 대형구조물의 동특성 규명 및 개선에 관한 연구", 한국소음진동공학회지, 제4권, 제3호, pp.327~335 (1994)
- 권상석, 전두환, 김병욱, "Computer Simulation을 위한 제트직기 구조물의 해석모델링" 한국섬유공학회 논문집 Vol. 33, No. 1, pp.315~318 (2000)
- Chang, Ching-Jone, "A General Procedure for Substructure Coupling in Dynamic Analysis", Ph. D. dissertation, The University of Texas at Austin, (1977)
- Roy R. Craig JR., Mervyn C. C. Bampton, "Coupling of Substructure for Dynamic Analysis", AIAA Journal, pp. 1313~1319, (1968)
- K. J. Bathe and E. N. Dvorkin, "A Four-Node Plate Bending Element Based on Mindlin/Reissner Plate Theory and a Mixed Interpolation", Int. J. Num. Meth. Eng. Vol. 21, pp. 367~383, (1985)
- ANSYS User Manual, Theory Reference Vol IV., ANSYS Inc. (1998)
- K.F.Alvin, K.C,Park, "Extraction of Substructural Flexibility from Global Frequencies and Mode Shapes", AIAA Journal, Vol. 37, No. 11, pp.1444-1451 (1999)
- C.Morales, "Rayleigh-Ritz Based Substructure Synthesis for Multiply Supported Structures" Transactions of the ASME, vol.122 Jan. pp. 2~6 (2000)